

51001

~~4676. b.~~

4675.

VI M

7.

51001

MAGYAR

AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLYOK
KÖZLÖNYE.



AZ AKADEMIA RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

GYŐRY SÁNDOR

AKAD. R. TAG.



MÁSODIK KÖTET.

PEST,

EMICH GUSZTÁV MAGYAR AKADEMIAI NYOMDÁSZ

1861-2.

11/18
3

11/18



MAGYAR

AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI,
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI

OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

II. KÖTET.

1860—1.

I. SZÁM.

MENNYISÉGTANI ELVEK.

SZÉKFOGLALÓLAG OLVASTA NOV. 12. 1860.

DR. LUTTER NÁNDOR LT.

Tekintetes Akademia!

Ha a mennyiségtannak haladását a XVII. és XVIII században éber szemmel kísérjük, könnyen meggyőződhetünk arról, hogy e két század az európai emberiségnek mennyiségtani százada volt.

E két század küzdése és munkássága a mennyiségtani téren egyetlen az emberiség művelődésének történetében. A gondviselés, úgy látszik, az emberiséget az alaposság és következetesség útjára akarta vezérelni, mielőtt azt az átalakítás nagy munkájához bocsátaná.

A természet örök törvényei szerint ily korszak után nem nyugalomnak, hanem viszszaállantásnak kell következnie, s e korszak ha nem is oly fényes, oly dicső, mint a férfias küzdés és győzelem korszaka: vannak mindazáltal ennek is elvitázhatlan érdemei.

Az ember a tudomány mezején is csak ember, s az indulatok és szenvedélyek habjai, a tudomány nem kis kárára

sokszor átcsapnak oda, hol mindenek előtt higgadtságnak és férfias komolyságnak kellene uralkodnia. Az emberi nem ezen gyarlóságától még azok sem mentek, kiket a tárgy komolysága, és minden szenvedélytől tisztasága az indulatosságtól mintegy természeténél fogva visszatart.

Nem jutnak-e itt minden mennyiségtanárnak eszébe azon heves és nem mindig nemes viták, melyek Newtontól kezdve mai napig a mennyiségtan terén majdnem szünet nélkül folytak? folytak pedig nem a tudomány gyarapodására, hanem a szenvedélyek izgatására és a hiúság nagygyá növesztésére. Pedig a tudományos vita csak addig szép és üdvös, míg azt az igazság szeretete vezérli, s melynek bevégezével a legyőzött párt is nyertesnek mondhatja magát.

De mikép lehet a mennyiségtanároknak a mennyiségtan terén vitákat ébresztetni? Nem csalahatatlannak-e e tannak elvei? Miért van a mennyiségtan mai nap is minden következetesen gondolkozónál oly nagy becsben? Miért tisztelték meg már a régiek e tant kizárólag *μάθησις*, azaz tudomány névvel? Kétségkívül azért, mert minden tekintetben megdönthetlen elveken nyugszanak tantétei, elveken, melyeknek igazságáról kételkedni nem lehet.

Igy gondolkozik a mennyiségtan titkaiba egészen be nem avatott. De azok, kik e tudományt életök egyik feladatául tűzik ki maguknak, jól tudják, hogy a fentebbi okoskodásban nagy tévedés rejlik: ők nem tagadhatják, hogy a mennyiségtanban mai napig is heves viták folynak e tudomány lényeges, mert alapfogalmai körül. Már Laplace sürgette e tudomány átalakítását: és hogy e falak között maradjak, nem folytak-e már e helyen is a mennyiségtani fogalmakról többször megújított viták? Szemeljünk ki, ha tetszik, öt válogatott szakembert, s intézzük hozzájuk ezen kis kérdést: „Mi a külzeléki hányados?” s én meg vagyok győződve, hogy mindegyik lényegesen máskép fog felelni. Hátha még ezen fölül, a dy és dx természetéről teszünk néhány kérdést.

Newton, Leibnitz, Euler, Lagrange és Cauchy, a mennyiségtannak ezen örök fényben tündöklő öt csillaga, megkísérték egymás után az említett kérdés megfejtését, s ötféle feleletük után a kérdés megoldása maiglan is vita tárgya. Mert

a mennyiségtanban nem a személy tekintélye; nem annak a tudományban tett sok felfedezés miatti érdeme: hanem az ész örök törvényei bírnak eldöntő szavazattal. A mennyiségtanban nem hiszünk, hanem tudunk, s azért míg a mennyiségtannak elvei a szigorú ész követelményeit ki nem elégítik, a viták megszűnni nem fognak. És ne mondja valaki, hogy ezen vitáknak nincs gyakorlati hasznok. Az értelmiségnek megvan az ő szükségei, épen úgy, mint a testnek, s ha azok kielégítve nincsenek, az ember nyugalma csak színleges. Más részt tagadhatlan, hogy a tévedések fölvilágosítása majdnem mindig gyakorlati haszonnal jár. És ha ez nem történnék is ha valamely elvnek újjá alakításánál csak az ész követelményeit kellene tekintetbe venni: az elv újjáalakítása előbb, utóbb létre jönne; mert az ész kérlelhetlen parancsoló, melyet szükségkép ki kell elégíteni.

En az észnek e kérlelhetlen parancsát teljesíteni, s a Tekintetes Akademiának csekélységembe helyezett nemes bizodalomát tehetségem szerint megköszönni édes kötelességemnek tartván; értekezésem tárgyaúl némely mennyiségtani elv megvitatását választám.

Értekezésem végczélja az igazság, melyet ha elérni talán nem is voltam elég szerencsés; bő jutalmamat abban találandom, ha nálamnál szakértőbb férfiak ezen kis munkám által alaposabb kutatásra indítatván, a mennyiségtant, az emberi ész ezen méltó büszkeségét, valódi elveihez közelebbviendik.

*

Mióta Laplace kimondá, hogy a mennyiségtan újjá alakítása, oly egyén által, ki annak elemeit sajátjává tette ugyan, de újabb mozzanataival ismeretlen, elkerülhetlenül szükséges; többen hozzáfogtak a nehéz feladat megfejtéséhez.

Busset, a roueni Akademiától 1842-ben jutalmat nyert művében, a mennyiségtanároknak szemére veti, hogy ezen szavakat: szám, mennyiség, nagyság, nem használják valódi értelmökben. Véleménye szerint, hogy a számnak eddig ismeretlen lényegét és természetét föl lehessen lelteni, s ez által a tudományt, egyetlen elvre visszahozni, az egységről kell tiszta fogalmat szerezni. Az egység ezen tiszta

fogalmát Busset a gömbben vélte föllelni, mert állítása szerint az egység és az egyformaság egyedül ebben létezik.

Elhallgatom itt a többi okot, melyeket Busset ezen gömb-egység megalapítására fölhoz, minthogy azok semmit sem bizonyítanak: röviden csak azt hozom föl, hogy ő ezen felvett egységből az egyenes vonal, a kettőség, a föltétlen egyenlőség, a függélyesség, az egyenközűség, az egyensúly és az el-lentét elvét iparkodik lehozni. Azon út, melyet ő az említett elvek megalapításában követ, ugyanazon eredményekhez vezet, ha a gömb helyett a háromszög vétetik egységnek.

Kár volt Bussetnek az egységet saját öntudatán kívül keresni; hisz a bölcsészetnek „én“-je a legbiztosabb, s mindenkihez legközelebb álló egység. Vagy minden képzet, mint tisztán szellemi tevékenység, nem vehető-e egységnek? Ezen szellemi tevékenységet kényünk szerint ismételhetjük, s ez által a legtermészetesebb úton a számnak fogalmához juthatunk.

Busset ezen gömbegység által a mennyiségtant, mint ő ezt maga megvallja, egyetlen egy elvre akarta visszahozni; mi azonban minden erőszakolt okoskodásainak daczára csak jó akarat maradt.

Nem tagadom én azt, hogy nem kis dicsőséget aratna az, a ki a mennyiségtant egyetlen egy elvre fektetni tudná. De miután ily egyetlen egy elv a tudomány természeténél fogva nem létezik, nem létezhetik: kár a megbecsülhetlen időt mesterkélt utak keresésére fordítani, melyek véglegesen célhoz nem vezetnek. Ha a mennyiségtan megdönthetlen elveken nyugszik, nem látom át, miért kelljen az elvnek egységet sürgetni.

*

A mennyiségtanban előforduló fölületek, vonalak és pontok, mondják többen, nem állagok, nem való lények; ezek a testeknek tulajdonságai: s minthogy csak képzelő tehetségünkben léteznek, semmi tárgylagossággal sem bírnak.

Ha ezen ellenvetés a mennyiségtan tárgylagosságának csak egy parányit is árthatna: akkor az emberi ész egy másik büszkeségét, az egész metaphysikát, a tudományok sorából ki kellene törölni.

És még is ezen semmit sem mondó ellenvetés indítá Thompsonot arra, hogy „sark igazságok nélküli mértant“ szerkeszsen. Ezen mértanban az állittatik, hogy magában véve semmi sem nyilvánvaló. Meggyőződése szerint vannak igazságok, melyek érzékeink folytonos tanuskodása által kétség kívüliek. Ezeken, és nem az úgynevezett sarkigazságokon kell tehát a mennyiségtant, fölépíteni. Thompson a meghatározások helyett elnevezéseket használ; ő néha sarkigazságainkat is bebizonyítás alá veti, mint ezt következő sarkigazsággal tevő: „Ha két mennyiség egyenként véve egy harmadikkal egyenlő, akkor azon két mennyiség egymás közt is egyenlő.“

Van-e ember, ki ezen állításnak igazságáról közvetlen meg nem győződnek? s ha nincsen, kell-e, lehetséges-e itt a bebizonyítás? Thompson bebizonyítása itt nem egyéb azon tanári eljárásnál, melynél fogva az a gyengébb elmebeli tehetségeknek a legvilágosabb dolgot érzéki tárgyakon megmutatja, nem hogy azokat bebizonyítsa, hanem hogy ezen érzéki szemlélet által szunnyadozó lelki tehetsége felébredvén, az igazság megismerésére juthasson.

Thompson tana kétség kívül egészen hamis. Az érzések tanuskodása a mennyiségtanban valódi lehetetlenség. Mikép fog Thompson vagy bármely követője érzékeinknek mennyiségtani lapot, vonalat vagy pontot előállítani?

Minél nagyobb szüksége van valamely tudománynak az érzékiségre, annál több hiány, több tökéletlenség lesz rajta észrevehető. Soha sem fogja valaki a mennyiségtanárokat arról meggyőzni, hogy e tannak szilárdabb alapjai leendenének, ha e tan az érzések bizonyításához folyamodnék; miután azok számtalanszor csalódnak, a mennyiségtannak pedig csalhatatlannak kell lennie.

A „sarkigazság nélküli mértan“ szerzője észrevétlenül megcsalta maga magát, mert az úgynevezett elnevezések közé a sarkigazságokat becsúsztatta. Hogy az ilyféle elnevezések segítségével mértant alkotni nehéz nem volt, magában világos.

Hogy a végszerűtlen számokat még majd nem általános használatban levő tankönyvek is észszerűtleneknek nevezik, s hogy az úgynevezett képzetes mennyiségekről még Coyteux is azt állítja, hogy chimeriku sok s képtelenek, melyek mind

a mellett a betűszámtanban gyakran szerepelhetnek, igen, nem ritkán még való eredményeket is adhatnak, hogy mondok még ily zavar is létezik sok mennyiségtanár mennyiségtani fogalmaiban : arról a mennyiségtan mit sem tehet. Gauss munkálatai után kiki tudhatja, hogy a számok általánosságukban véve mindig képzelt alakúak : azaz bármely szám ezen kifejezésben foglaltatik :

$$\begin{array}{l} a+bi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1) \\ \text{hol } i=\sqrt{-1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2) \end{array}$$

*

A mennyiségtannak alapja, rendszere és módszere már év ezredek előtt megdönthetetlen alapokra volt fektetve ; az újabbnak ezekben semmi lényeges változást nem tett, és nem is tehetett. A hét számtani műtét pedig oly szép összfügésbe hozott az alap műtéttel, értem a számlálást, hogy e tárgy körül új babért nyerni valódi lehetetlenség, s ez korszakunk érdeme és dicsősége.

*

De van a mennyiségtannak egy része, mely noha már a XVII. században fődöztetett föl, maiglan sem bír oly szilárd alappal, mint e tudomány többi része. A mennyiségtannak ezen ingadozó büszkesége a külzéléki számítás.

Newton a mennyiségek növekedését vagy kisebbedését folytonos, azaz szakadatlan mozgás által képzelé létre jönni.

A mennyiségek ezen felfogása, bármily kívánatos legyen is az, hiányos. A tért és időt képesek vagyunk ugyan ily szakadatlan mozgás által képzeletünk tárgyává tenni, mert ezek folytonos mennyiségek ; de a számokra ezen felfogás egészen alkalmazhatlan. A számtan tárgya ugyanis a szaggatott mennyiségek, melyeknél ha a számsor két szomszéd száma közé bármily közbesítés útján akár hány egyenlő részt igtatunk be, az ez által keletkezett két szomszéd részecske közé ismét új egyenlő részeket igtathatunk be ; s így a számsor bármily közbesítés után is lényegében csak az marad, a mi a közbesítés előtt volt, t. i. szaggatott számsor.

Sokan a végtelen nagyszámú egyenlő részek közbesítését sürgetik, s ez által vélnek czélt érhetni.

Hasztalan fáradság ! A szaggatott számsor soha sem

leendő folytonos vonal. Innen van, hogy míg a második gyökű végszerűtlen kifejezéseket, a mértani, azaz folytonos vonalon legpontosabban előállíthatjuk; annak számtani, értékét megnyiságtani szigorral előállítani képtelenek vagyunk.

Newton tehát, ki 1671-ben „Methodus Fluxionum“ című munkájában a külzeléki számítás egész rendszerét megalapítani vélte, tanát hamis alapra fektetvé. Már pedig oly következetes tudományban, mint a milyennek a mennyiségtant ismerjük, lehetetlen hamis alapon valamely életre való elméletet építeni.

Innen magyarázható, mikép jutott Newton, ki rendszerét minden áron megakará tartani, azon megfoghatlan gondolatra, hogy valamely mennyiség zérussal szorozva valami más szorozmányt ad, mint zérust, és hogy azután zérussal osztván valamely kifejezést, a netalán hátra maradt zérus tényezőnek szorozmánya tökéletes zérus legyen. Jegyekben : ha a térnek hátra tett útja y minden x időre következő képlet által határoztatik meg :

$$x^3 + 3x^2y + xy^2 + y^3 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Newton szerint a legközelebbi idő pillanatra nézve \mathbf{x} -ből $\mathbf{x} + \dot{\mathbf{x}}\Delta t$, \mathbf{y} -ből $\mathbf{y} + \dot{\mathbf{y}}\Delta t$ leendő : a 3) egyenlet ekkor ily alakot vesz fel :
veendő magára :

$$(x+\dot{x}0)^3+3(x+\dot{x}0)^2(y+\dot{y}0)+(x+\dot{x}0)(y+\dot{y}0)^2+(y+\dot{y}0)^3=0\ldots4).$$

és a megjelölt műtéteket véghez vivén, az eredeti egyenlet kivonása után marad :

$$\left. \begin{aligned} & (3x^2\dot{x}+6x\dot{y}\dot{x}+y^2\ddot{x}+3x^2\dot{y}+2x\dot{y}\dot{y}+3y^2\ddot{y})0 \\ & + (3xx^2+\dot{y}x^2+6x\dot{x}\dot{y}+2y\dot{x}\dot{y}+\dot{x}\dot{y}^2+3y\dot{y}^2)0^2 \\ & + (\dot{x}^3+\dot{x}^2\dot{y}+\dot{x}\dot{y}^2+\dot{y}^3)0^3 \end{aligned} \right\} = 0 \dots 5).$$

Newton ezen egyenletet zérussal osztja, s következő kifejezést nyer :

$$3x^2\dot{x} + 6xy\dot{x} + y^2\dot{x} + 3x^2\dot{y} + 2xy\dot{y} + 3y^2\dot{y} = 0 \dots 6).$$

Már a zérussali osztást napjainkban egy mennyiségta-
nár sem fogja megengedni; de ha azt meg is engedné, nem
bámulatos következetlenség-e az, ha az 5) egyenlet első so-
rát, melynek közös tényezője zérus, nem vesszük zérusnak,
míg a zérussali osztás után hátramaradt második és harma-



dik sor, hol a közös tényezők zérus, és zérus a második hatványra emelve, tökéletes zérusnak vétetik?

E hamis elmélet megalapítására Newton lángelméjének egész erejét fölhasználta, és noha minden iparkodása daczára e téren rendszeres algorithmust alkotni képes nem volt: elmélete mégis hazájában, a tudomány nem kis kárára, nemzeti dicsőség színezete alatt, még egy ideig fentartatott, míg Leibnitznak életrevalóbb, de lényegében szintoly hamis elmélete által ott is háttérbe nem szorítottatott.

A mennyiségtanárak legnagyobb része a külzeléki számításnál Leibnitz elméletét követi.

Ezen elmélet lényege abban áll, hogy két kifejezés, mely egymástól csak végtelen kis mennyiség által különbözik, egymással egyenlő, mert Leibnitz szerint, a végtelen kicsiny egyenlő zérussal. — Ékesítsük föl Leibnitz elméletét bármily módon, lényege a fentebb mondottakban rejlik.

Minthogy pedig a végtelen kicsinyt, mint zérust, még Newton sem tűrte, s minthogy annak egynél magasabb fokai, melyek a külzeléki számításnál oly sokszor előfordúlnak, valódi megfoghatlan kifejezések, melyek a szigorú okoskodáshoz megszokott mennyiségtanár fülét szerfölött sértik: a mennyiségtanárak legnagyobb része avval igazolta Leibnitz elméletének elfogadását, hogy általa helyes eredményhez juthatni.

Boucharlat „Traité de calcul différentiel“ művében nyíltan kimondja, hogy miután az úgynevezett határok elmélete a végtelen kicsinynek elméletében foglaltatik, kár volna Leibnitz külzeléki elméletén kívül, mely helyes eredményeket ad, más elmélet fölállításán fáradozni.

Lássuk Boucharlat okoskodását, melylyel bebizonyítani törekszik, hogy a végtelen kicsiny egyenlő a zérussal.

„Valamely mennyiség nem végtelen nagy ha növekedni képes. Ha tehát ilyféle kifejezésben :

$$x + a : \dots\dots\dots 7)$$

x végtelen nagy lesz, a —t el kell hagynunk, különben azt kellene megengednünk, hogy a végtelen nagy mennyiség, a hozzá tétele által még nagyobb lehet, mi föltételünkkel ellenkezik.“

„Ezen állítás alaptétel levén, bebizonyítását a legkie-
gítőbb módon adandom. Legyen ugyanis :

$$x + a = y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

mely egyenletben (a) állandó mennyiség. Ezen egyenletben y arányát (ratio) x-hez egy határozatlan mennyiség, pl. am által fejezhetjük ki, úgy, hogy

$$\frac{y}{x} = \text{am } 9).$$

következőleg :

$y = ax$ 10).

Ezen értéket a 8) egyenletbe helyettesítve, lesz :

$$x + a = ax \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11).$$

és az egyenlet két részét ax kifejezéssel osztva

[illegible]

egyenletet nyerünk. Már ha x végtelen nagy, ezen tört $\frac{1}{x}$ csökkenésének végfokát elérvén, kétsésgkívül zérus, s így a 12) egyenletből

$$\frac{1}{a} = m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13).$$

leend, mit a 11) egyenletbe helyettesítvén

$$x \vdash a = x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14).$$

egyenlethez jutunk, mely egyenletből világos, hogy midőn x végtelen nagy

$$x + a = x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15).$$

Az egész bebizonyítás a franczia könnyű, de egyszersmind fölületes tárgyalásnak meglepő példája.

Boucharlat a 9) egyenletben y -nak arányát x -hez annak vevén, s a 11) egyenletet ax -el osztván, neki e két lépés egyikénél sem jut eszébe a mennyiségtani közönséget arra figyelmeztetni, hogy a 8) egyenletben fölvevett x végtelen lévén, a 9) és 11) egyenlet ily alakúak :

$$\frac{y}{\infty} = \text{am} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16).$$

és

$$\frac{\infty}{a \cdot \infty} + \frac{a}{a \cdot \infty} = \frac{a \cdot \infty}{a \cdot \infty} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

mely egyenletek közül az első a végtelen kicsiny védői szerint zérus, a második pedig oly határozatlan kifejezés, melynél határozatlanabbat a mennyiségtan alig ismer.

Boucharlat okoskodásának egyik főhiánya az, hogy a végtelen nagyot meghatározott mennyiségnek tekinti. Ha a végtelen nagy valamely mennyiségnek hozzá tétele által nem nagyobbodhatik, elvétele által pedig nem kisebbbedhetik, az minden lehet a világon, csak nem mennyiség, melynek lényege éppen ezen nagyobbodhatóság és kisebbbedhetőségben áll.

A fentebbi okoskodásnak támasza az akarna lenni, hogy $\frac{1}{x}$ midőn x végtelen nagy, egyenlő zérussal, mi a gondolkozástannak törvényeivel, s a mennyiségtannak csálhatlanul bebizonyított igazságaival ellenkezik.

Ugyanis az egység, vagy bármely véges mennyiség végtelen nagy mennyiséggel nem osztható. Bármily sok egyenlő részre oszszam az egységet, az osztás által keletkezett részeket ismét kényem szerint eloszthatom, s e műveletnél az ész egyrészt véget nem lát; másrészt pedig tudja, hogy az osztás eredménye bármily csekély lehet ugyan, de zérus soha.

Az osztás műtétének elméletéből pedig tudjuk, hogy a hányados szorozva az osztóval szükségkép az osztandót adja. Már ha $\frac{1}{x} = 0$ 18).

hol x végtelen nagy, $0 \cdot \infty$ soha sem leend 1, mert

$$0 + 0 + 0 + \dots \text{végtelenig} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad 19).$$

A külzeléki számításnál ezen elmélet védői szerint dx , a végtelen kicsiny; és minthogy ezen számításnál dx^2 , dx^3 , stb. előfordúl, világos, hogy itt Newton zérusaival, más egyenruhában, találkozunk. Mily arányban áll most dx^2 a dx , dx^3 a dx^2 stb. kifejezéssel? Bár miként csavarjuk is a dolgot, a kérdéses arányok ezek: $0^2 : 0$, $0^3 : 0^2$ stb. Én pedig megvallom, hogy a zérusnak különböző fokai közt semmi különbséget sem látok, vagyis:

$$0^n = 0.$$

Ezen elmélet a gondolkozás és a mennyiségtan elveivel ellentétben levén semmiféle tannak alapjául nem szolgálhat

Hogy a végtelen kicsinyen alapuló külzeléki számítás

is ad helyes eredményeket, az bizonyos. Az eredmények helyessége azonban az elméletek egyedüli criteriuma nem lehet. Mert valamint egy részt elismerem, hogy valamely igaz tantétből a gondolkozástan jól alkalmazott törvényei szerint lehetetlen hamis eredményhez jutni : úgy ellenben arról is meg vagyok győződve, hogy igaz eredményhez sokszor nem alapos elmélet útján is juthatni. Csak a számtani műveletek elméletére hivatkozom, hogy állításom igazságát bebizonyítsam. Az osztás elméletéről nem mindenkinek van helyes fogalma, s néha a legferdebb fogalmak daczára, vagy minden ide vonatkozó elmélet hiányával az osztás eredményének pontos kiszámolását láthatjuk, Vannak mindazonáltal esetek, melyekben alapos elmélet nélkül az eredményt még csak gyanítani sem lehet.

Az újabb mennyiségtanárok közt Schnuse az, ki Leibnitz elméletét elfogadja, noha a végtelen nagy és kicsinyről Leibnitztal nem ugyanazon véleményű. — Schnuse szerint a végtelen kicsiny nem zérus ; mert, mint igen helyesen mondja, a folytonos mennyiségek végtelen kis, de nem zérus növekedések szerint nagyobbodnak. Ily kifejezésekben tehát

$$\left(1 + \frac{1}{m}\right)^n \dots \dots \dots 20).$$

ha m végtelen nagy, $\frac{1}{m}$ nem zérus, hanem csak végtelen kis mennyiség, melyet 1-hez képest elhagyhatunk.

Ugyanezt tehetjük Schnuse szerint a felsőbb fokú végtelen kicsinyekkel, midőn alsóbb fokú végtelen kicsinyekkel összejönnek.

Mikép lehessen Leibnitz elméletét a végtelen kicsinyek ezen új fogalmával megegyeztetni, fölfogni nem bírom. Mert ha valamely függvény, p .

$$y=x^3 \dots \dots \dots 21).$$

Leibnitz szerint :

$$dy=3x^2dx \dots \dots \dots 22).$$

és Schnuse szerint is :

$$dy=3x^2dx \dots \dots \dots 23).$$

Leibnitz, hamis elméletének daczára következetes, mert ő így okoskodik : ha

ezen második küzeléki hányados $x=a$ értékre nézve tevőleges, a függvénynek legkisebb értéke van.

Íme mily szükségesek a felsőbb külzelékek a mennyiségtanban! A legnagyobb értékek legegyszerűbb eseténél is már a második külzelékre szorúlunk; lehetetlen tehát, hogy ez az első külzelékhez képest zérus legyen!

Gyakran megtörténik, hogy az adott függvény oly természetű, hogy midőn $x=a$, annak második külzeléki hányadosa is zérus. Ilyenkor, mint tudva van, a harmadik és negyedik külzeléki hányadoshoz kell fölvilágosításért folyamodnunk; és ha, a mi szinte megtörténhetik, a negyedik külzeléki hányados $x=a$ értékért zérus, az ötödik és hatodiktól kellend feleletet kérnünk. Jelemben : ha

$y=f(x)$ 34).

$$y' = f(x + \omega) = y + \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\omega}{1} + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\omega^2}{1.2} + \dots \quad (35).$$

$$y'' = f(x - \omega) = y - \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\omega}{1} + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\omega^2}{1 \cdot 2} + \dots \quad (36).$$

vagy :

$$y' - y = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\omega}{1} + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\omega^2}{1.2} + \dots \quad (37).$$

$$y'' - y = -\frac{dy}{dx} \cdot \frac{\omega}{1} + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\omega^2}{1.2} - \dots \quad (38).$$

Hogy az adott függvénynek legnagyobb vagy legkisebb értéke lehessen, kell hogy ugyanazon időben legyen a legnagyobb értékre nézve :

$$\left. \begin{matrix} y > y' \\ y > y'' \end{matrix} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 39).$$

a legkisebb értékre nézve pedig :

$$\left. \begin{matrix} y < y' \\ y < y'' \end{matrix} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 40).$$

Példában. Legyen

$$y=f(x)=12x-3x^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41).$$

és

$$y=f(x)=x^2+4x+2 \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad 42).$$

Már a 41). egyenletre nézve lesz:

$$\frac{dy}{dx} = 12 - 6x = 0$$

honnan azután :

$$x=2.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -6$$

következőleg a 41) egyenletnek van legnagyobb értéke, és pedig akkor, midőn $x=2$.

A 42) egyenletnél

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 4 = 0$$

miből

$$x=-2.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2$$

következőleg a 42) egyenletnek van legkisebb értéke, és pedig akkor, midőn $x=-2$.

Mi vezérelhetette Leibnitzot és követőit azon állításra, hogy a felsőbb fokú külzelékek az első fokúakhoz képest végtelen kicsinyek, azaz véleményök szerint zérusok, fölfogni nem tudom. Hisz ha egyéb nem is harczolt volna e nézet ellen, a függvények legnagyobb és legkisebb értékeinek meghatározása, mely műtét körül Leibnitz is eleget munkálkodott, világosan megmutatta, hogy elméletük e téren hamis ; mert ha már y -nak valamely külzeléke zérus, annál inkább zérus leend annak minden külzeléki hányadosa.

Ezen elmélet hiányait Leibnitz, a mélyen gondolkozó, kétségkívül látta, de helyébe jobbat teremteni képes nem volt. Midőn e korbeli mennyiségtanárok ezen elmélet hiányaira figyelmeztették, ezt felelte :

„Ego quidem fateor magni me eorum diligentiam facere, qui accurate omnia ad prima principia usque demonstrare contendunt, et talibus quoque non raro posuisse, non tamen suadere ut nimia scrupulositate arti inveniendi obex ponatur, aut tali praetextu optime inventa rejiciamus, nosque eorum fructu privemus.“

Ki nem látja, hogy ez bocsánatérti esdeklés, és nem felelet az ellenvetésre.

A mennyiségtanárak nagyrésze meggyőződött arról, hogy a végtelen kicsiny, mint zérus, a külzeléki számításnál hamis elmélethez vezet. Más utat választottak tehát, hogy célt érjenek.

Már Euklides és Archimedes használták az úgynevezett kimerítés, vagy az újabb mennyiségtanárak által használt határok módszerét. E módszerhez folyamodnak most legtöbben, hogy a külzeléki számítás elméletét megalapíthassák.

Miután a mennyiségtanárak a véges sorok összegezési módját föllelték, a végtelen soroknál ugyanezen föladat megfejtéséhez fogtak.

A végtelen sor alatt a számoknak bizonyos törvény szerint növekedő vagy csökkenő oly egymásutániségát értjük, melynek vége nem létezik. Az összegezésre a végtelen sorok közül csak azok használhatók, melyek összehajlók.

Ily végtelen összehajló sornak összegét az újabb mennyiségtanárak határnak nevezik, s rövidség okáért a limes szónak első betűivel jelölik.

Így például ezen végtelen sornak

$$\frac{3}{10}, \frac{3}{10^2}, \frac{3}{10^3}, \frac{3}{10^4}, \dots \text{ in inf. } \dots \quad 43).$$

összegét így szokás megjelölni :

$$\lim. \left(\frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \dots \text{ in inf. } \right). \quad 44).$$

Az elemi mennyiségtan a véges mértani sorok összegezésére ezen ismeretes képletet adja :

$$s = \frac{aq^n - a}{q - 1} \dots \dots \dots 45).$$

vagy :

$$s = \frac{qz - a}{q - 1} \dots \dots \dots 46).$$

Ezen utóbbi képletnél azután a végtelenül csökkenő mértani sorokra nézve így szokás okoskodni :

Ha a (z)-dik tag a végtelenediknek vétetik, vagy legalább gondoltatik, az mindenesetre végtelen kicsiny, azaz zérus leend. E feltét mellett $qz=0$, s így :

$$s = \frac{a}{1 - q} \dots \dots \dots 47).$$

Ezen képlet segítségével könnyű leend azután a példái felhozott előbbi végtelen mértani sor összegét föllelni, mely mint tudva van $=\frac{1}{3}$.

A fentebbi végtelen mértani sornak határa tehát, vagyis:

$$\lim \left(\frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots \text{in inf} \right) = \frac{1}{3} \dots 48).$$

Nincsen mennyiségtan, mely ezen összegezési példát, vagy ehhez hasonlót ne hozna fel, hogy a határok helyességét kétségkívülinek tegye. Állapodjunk meg tehát ezen összegezési képletnél.

Mindenekelőtt a 47.) szám alatti képletnek lehozatala ellen szót kell emelnem, mert ez 46.) szám alattiból az által keletkezett, hogy qz zérusnak vétetett. Már qz nézetem szerint soha sem lehet zérus, mert a tényezők egyike sem az; nem a q, mert ez a mértani sornak törvényét fejezi ki, mely soha sem lehet zérus; nem a z, mert ez a z-dik tagot jelenti, mely a csökkenő mértani sornál még ha végtelenediknek gondoltatik is, soha sem zérus, hanem valamely igen csekély, ha úgy tetszik végtelen kis szám, de csak is ez, és nem zérus.

Ne gondolja pedig valaki, hogy miután a mértani sor csökkenő, minél tovább haladunk, a tagok annál jobban közelednek a zérushoz, s ha a végtelenedik tagot vesszük, az már csakugyan zérus. A zérushoz közeledést ezen esetben nem tagadom, de elérhetőségét igen. A mennyiségtanban több eset fordul elő, hol valamely kifejezés bizonyos meghatározott értéken túl nem mehet, és még sem határozható meg mennyiségtani szigorral. Ilyenek a végszerűtlen számok, melyekről egy mennyiségtanár sem fogja állítani, hogy pontosan meghatározhatók, mert a gyökkivonás a végtelenedik tagig, mely mindenesetre zérus, vihetőnek gondolható.

Vegyük fel most ilyféle függvényt:

$$y=f(x)=\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3+\dots \text{in inf. 49}).$$

Mi leend ezen végtelen sornak határértéke? Mert ha $x=-1$, és a tagok száma $2n$,

$$\lim (1+x+x^2+\dots+x^{2n\pm 1})=0; \dots 50).$$

de ha a tagok száma $2n \pm 1$, a végtelen sor összege, azaz :

$$\lim (1 + x + x^2 + \dots + x^{2n}) = 1, \dots 51.)$$

holott bizonyos, hogy minden függvénynek csak egy első közeléke vagy, és nem kettő.

Ha a közéletben előforduló tárgyakra alkalmazzuk a végtelen csökkenő sorokat, akkor a tárgy természete szerint a végtelen sor néhány első tagjával megelégedhetünk : de a hol az ész szigorú törvényeit kielégítő pontosságú elmélet megalapításáról van szó, ott megközelítő igazsággal be nem érhetjük.

Még egy észrevételt kell itt tennem. Sokan azt hiszik, hogy a mennyiségtannak felsőbb részei, milyen például a közeléki számítás, egészen más alapokon nyugszanak, mint az úgynevezett elemi mennyiségtan. Ez nagy és igen ártalmas csalódás.

A mennyiségtan egy nagyszerű épület, melynek minden része ugyanazon szilárd alapokon nyugszik. Nem lehet az igaz, nem a mennyiségtanhoz tartozó, a mi annak bár melyik megalapított törvényével ellentétben van.

Vessük vizsgálat alá a példakép felvett 43.) számú kifejezést. Ha ezen végtelen csökkenő mértani sornak végtelenedik tagja zérusnak gondolható volna, akkor következő kifejezéshez jutnánk :

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots + 0 \dots 52).$$

Minden sornak meg van a maga törvénye, mely szerint a tagok egymást követik. Itt p. ezen törvény abban áll, hogy minden utóbbi tag osztva az előbbennel $\frac{1}{10}$ -t ad hányadosul.

Azon szám, mely ezen törvényt nem követi, e sornak nem tagja. Már a végtelenedik tag, még „gondolatban“ sem lehet zérus ; mert előzze meg ezen tagot bármely e sorhoz tartozó mennyiség, p. a, 0 : a soha sem leend $\frac{1}{10}$ mint ezt a sornak törvénye követeli.

De itt valaki azt kérdezhetné, miképen van az, hogy a tökéletesen meghatározott és véges tört $\frac{1}{3}$ a 43.) szám alatti határtalan s végtelen alakhoz jutott? A feleletet az elemi

számtan adja. $\frac{1}{3}$ -ból tizedes törtet akarván alakítani, nevezőjének 10^n alakúnak kell lenni, melyben minthogy az adott nevező (3) nem találthatik maradék nélkül, a hányadosi tagoknak végteleneknek kell lenni.

A külzeléki számítás lelke Taylor sora, mely következő alakú :

$$f(x+\omega)-f(x)=\frac{dy}{dx}\cdot\frac{\omega}{1}+\frac{d^2y}{dx^2}\cdot\frac{\omega^2}{1.2}+\dots+\frac{d^ny}{dx^n}\cdot\frac{\omega^n}{1.2\dots n}. \quad 53).$$

Itt az egyenlet jobb oldalán egy végtelen sor van, mely mindenben a végtelen sorok ismert törvényei alá esik. Ezen sornak első tagja az, mely a legtöbb esetben kívánt külzeléket foglalja magában. A határértékek elmélete szerint az egész végtelen sornak összege az adott függvénynek határértéke. Mikép lehet itt a sornak első tagja vagyis külzeléke, s végtelen számú tagjainak összege ugyanazon időben az úgynevezett külzelék ?

És ha ezen ellenmondásra ügyelni nem akarnánk, mi nek határértéke a sornak második tagja ?

Voltak, kik azt állították, hogy ezen második tag az elsőnek határértéke. De hogyan lehet a második tag az elsőnek, mely nem végtelen sor, hanem egy ily végtelen sornak mindenben meghatározott értékű első tagja, hogyan lehet kérdem itt a második tag az elsőnek határértéke ?

Ha a határértékek elméletét az első külzelékeknél csak nagy átnézés mellett lehet tűrni, a felsőbb fokú külzelékekre az semmi módon sem alkalmazható.

A határértékek elmélete, több mennyiségtanár ítélete szerint, a végtelen kicsinyek elméletével azonos. Cournot 1857-ben megjelent ily című művében : *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal*“ ezt nyíltan ki mondja, sőt Leibnitz elméletét amannál czélszerűbbnek tartja.

*

De a szigorú következetességhez szokott mennyiségtanárokat e két elmélet egyike sem elégítheti ki. Innen magyarázható az e tárgy fölött szunnyadni még maiglan sem akaró vita. Ezen elméletek hiányai idézék elő a Nagy Lagrange „*Théorie des fonctions analytiques*“ minden mennyiségtanár

előtt méltán nagy becsben álló művét, melyben a szerző a végtelen kicsinyről, mint zérusról, és a határértékekről hallani sem akar.

A mennyiségtani világ azt hitte, hogy Lagrange említett művének megjelenése után az e tárgy körüli viták örökre megszűntek. S íme, korszakunk mennyiségtanárai a külzeléki számítás elméletére nézve három egymással ellenséges táborot képeznek.

Nevezetes tünemény ez oly tudományban, mint a mennyiségtan, hol a fogalmak alaposságánál fogva minden vitának gyors kimenetelőnek kellene lenni.

A tudományba behozott idegen származású nem mennyiségtani fogalmak e tudomány alapos és természetes menetű fejlődésének igen sokat ártottak; a viták hevessege pedig nem engedé az egyik vagy másik féltől már-már föllelt igazságnak napfényre hozatalát. Ezért mondá Laplace, hogy a mennyiségtant oly férfiúnak kellend újjá teremteni, ki annak újabb mozzanatait még nem ismeri. Mert az csakugyan lehetetlen, hogy a mennyiségtannak legtermékenyebb része, értem a külzeléki számítást, ép oly szilárd alapokon ne nyugodjék, mint annak többi része.

Ezen alapok kutatását, s a külzeléki számítás valódi elméletének megalapítását, a Tekintetes Akadémia engedelmével, más alkalommal teendém.

A JUH JACOBSON-SZERVE.

TANULMÁNY AZ ÖSSZEHASONLÍTÓ BONCZ ÉS SZÖVETTAN
KÖRÉBŐL.

BALOGH KÁLMÁN,

orvosudor s a pesti egyetem élettani intézete segédétül.

Előzmények.

Jacobson, a híres dán, ezen század elején a francia akademiának „Description anatomique d'un organe observé dans les mammifères“ című munkát nyújtott át, melyben először volt a róla nevezett és a jelen értekezet tárgyául választott szerv leírva. Az akadémia megbízásából *Cuvier* ezen munkáról jelentést tett, mely jelentés az „Annales du Muséum d'histoire naturelle“ XVIII-ik kötete 412—424-ik lapján 1811-ben közöltetvén, általa igazoltatik, hogy a *Jacobson* felfedezte szerv az emlős állatoknál valóban előjön; kifejelettségének foka azonban különböző: családok, nemek és fajok szerint. Így az embernél nem található; a majmoknál kevésbé van kifejlődve, valamivel jobban a ragadozóknál; legtökélyesebb fejlettségű pedig a rágók és a kérődzőknél. A ceteknél nem hiányzik egészen, mint *Cuvier* (az i. h. 421. l.) hitte, miután a manatusnál szépen ki van fejlődve, — ezen adatot *Siebold* és *Stannius* „Lehrbuch der vergleichenden Anatomie“ munkája második részének második felében a 399-ik lapon jegyzetként megtalálhatni.

Cuvier jelentése csak bonczi részleteket és az életjelenségre vonatkozó sejtelmeket tartalmaz.

Reiffsteck J. (Dissertatio de structura organi olfactus mammalium nonnullorum Tübing. 1823. 4. 27. l. a juhra vonatkozó ábrával), nemkülönben *Rosenthal* (*Tiedemann* és *Treviranus* „Zeitschrift für Physiologie“ 2. kötet 289. l. XIV. tábla. A juh.) munkáikkal az idevágó ismereteket semmivel se vitték előbbre.

Górcsói észrevételeket csak *Leydig* szövettana (Lehr-

buch der Histologie) 218-ik lapján találtam, hol mondatik : szagidegek a szerv belső falánál, háromosztatú idegcsövek pedig a külső fal mellett inkább aláfelé vonódnak el. A takhártyában, melyet a szűk ür felé rezgő hám borít, számos fürtszerű mirigy van, ezek pedig igen erős és durva kötszővet által tartatnak egybe.

Ezen szervet úgy bonczilag mint szövatileg már több nálunk honos emlősnél megvizsgáltam, s itten közlöm, mit ide vonatkozólag a juhnál találtam.

I. A csontokról.

A csontokat illetőleg röviden csak a következőket említem. Az elül levő *szájpadi lik* jelentékeny nagyságú. Hossza : 30mm.; legnagyobb szélessége pedig — a mellső széle előtt — 7mm. Valamint itt, úgy tovább is a kitett nagyságok felnőtt egyéneket illetnek.

Az orrűr fenéki részét, mely szűk és barázdaszerű, *orrfenéki barázdának* nevezem (6—9.a'). Ezen barázda elülről hátrafelé folytonosan szélesül, mélysége pedig az orrfenéki taraj magasságától függ.

A csontos orrsövény alsó táján, mégpedig elül az állközti csont szájpadi nyújtványába, s hátul az ekecsontba kivájjva taláztatik a *Jacobson-barázda* (6—9.áb. b').

A *Jacobson-barázda* iránya mellső részében egyenesen elülről hátrafelé tart, a középrész kezdeténél azonban kevésbé meghajolván hátra és felfelé vonúl. A Jacobson-barázda hossza mintegy 81 mmnyi.

A Jacobson- és az orrfenéki barázda egymástól az orrfenéki taraj küléle által választatnak el (6—9.áb. b'')

A Jacobson-barázdában van a Jacobson-szerv elhelyezve, mely porc és takhártyából áll.

II. A Jacobson-szerv porcza.

A Jacobson-szerv porcza *Cuvier* szerint (az i. h. 418. l.) „une lame cartilagineuse pliée en tuyau avec diverses productions vers sa partie antérieure“. *Cuvier* azonban idevágó részletekbe nem bocsátkozik.

A Jacobson-porcznak több része van. A Jacobson-barázdát majdnem egészen elfoglaló rész a porczlemez csőszzerűleg összehajtott osztata — a *porcztok*, melynek belfala előfelé a külfal mellső határán túl lemezzé egyenesül. Ez a Jacobson-barázda mellső részében függélyesen van elhelyezve, miért függélyes porczlemeznek nevezem. A függélyes porczlemez az orrszájpadlik, mellbelső szögletében egyenesen kifelé hajol, s azután az orrszájpadlik mellső széle előtt halad el. A Jacobson-porc ezen része általam *állközti porczrésznek* hivatik, s előfelé homorú lapívet képez, melynek nyilatába az állközti csont testének hátsó része beleér. Az állközti porczrész fel és hátra felé a *kagylórészbe*, aláfelé pedig a *Stensonféle porczba* folytatódik.

A *porcztok* függélyes harántmetszetben előfelé petéded (15. áb.), középen és hátúl azonban körtealakú (16—17. áb.), s ezen tájakon szélesb része alúl van. Falai, melyek közül a belső (5—10. áb. b, 15—17. áb. b) magasabb és hosszabb a külsőnél (5—10. áb. a, 15—17. áb. a), hézag által (15—17. áb. c) választatnak el egymástól. Ezen hézag ívszerű irányának a külfal széle felel meg, s hátúl kezdve alúlról elő és felfelé (10. áb. f), azután pedig egy darabon egyenesen előfelé halad (10. áb. g), míg végtére ferdén alá és elő felé (10. áb. h) menván, mellső végén a porcztok nyilatába (10. áb. l) tágul ki. Ezen leírásból kivehető, hogy a külfal magassága elül legcsekélyebb, míg a középen legjelentékenyebb. A külső falban több likacska van (10. áb. m, n). A belfal hátrafelé (10. áb. b), messzebb kinyúl a külsőnél, mellső harmadában pedig felül és belülről ki és aláfelé hajol (10. áb. j, 5. áb. b'), mi által csorga képződik. A belfal szélei: a hátsó (10. áb. K), a felső (10. áb. D), és az alsó külső (10. áb. e)

A pontok alsó része — *alapja* (5—10. áb. α, 15—17. áb. α) — tompa; felső széle pedig — *éle* — hátúl éles (10. áb. d), míg elül tompa (10. áb. e, 15. áb. β). A külfal a középrészen 6,83—7,09, a belfal pedig ugyanott 6,9—8,3 mm. magas, a porcztok üre a középen 4,7 mm., elül pedig 2,3 mm. magas, szélessége 1,17—1,90 mm-t tesz.

A *függélyes porczlemeznek* ékszerű kinézése van, s

felületei közül a két oldalsó széles, míg a felső keskeny. Ezen felületek a porcztok belfala felületeivel vannak folytonosságban. Élei a következő részek folytatásai: a bel-felső, a porcztok éléé (10. áb. o); kül-felső (10. áb. p) a porcztok belfalának alsó-külső széléé; az alsó (10. áb. q) pedig a külső tokfal mellső széléé (10. áb. i).

Az állközti porczrész vízszintesen helyezett lapív, melynek mellső, az állközti csontot (1. áb. b) felvevő homorú és hátsó takhártyával borított felülete van. Ezen felületek a függélyes lemez felületeinek folytatásai. Az állközti porczrésznek az állközti csont felett levő részét *felső ívlemeznek* (1. áb. c), az alatta fekvőt pedig *alsó ívlemeznek* (1. áb. d), s a vízszintes egyenes vonalt, melyben az ívlemezek összejönnek, *vízszintes hajlási vonalnak* (1. áb. a, 10. áb. r) nevezem. Az ívlemezeknek a csont felé néző felülete domború, míg a takhártyától borított homorú. A 2—4-ik ábrában *a*-nál a felső, *d*-nél pedig az alsó ívlemez látható. A felső ívlemez belső széle (2—4. áb. c, 10. áb. t) a függélyes porczlemez bel-felső élének folytatása és előfelé a porczos orrsővénynyel összenő (2. áb. c', 10. áb. t'). Az alsó ívlemez belső (2—4. áb. e) és mind a két ívlemez mellső széle egészen szabad.

A Stenson-féle porcz (2—4. áb. f, 10. áb. z) az alsó ívlemez külrésznének aláfelé való nyúlása által létesül, s be és felfelé nyílt csorgát képez, mely elül legmélyebb és legszélesebb, hátrafelé pedig nagyságából mindkét irányban folyton veszít, míg végtére egészen elenyészik. Ezen porcznak belső és külső felülete, azután pedig mellső és belső széle van. Belső homorú felülete az alsó ívlemez takhártyai felületével van folytonosságban, míg a domború külső, a kagylórész külfelületébe folytatódik. Mellső széle (10. áb. z') eleinte aláfelé, majd pedig befelé tart, s belső vége a belszéllal (10. áb. z'') lekerekített szögletben jó össze. A belszél alól, belől és elülről ferdén fel, ki és hátra felé van irányozva, hol a kagylórész alsó szélébe (10. áb. s, 11. áb. c.) átmegy.

A Stenson-féle porcz, és az alsó ívlemez együttvéve tesz a Stenson-menet befelé nyílt porczcsatornáját.

A lapos és a külső orrfal belfelülete elején helyezett kagylórész (5. áb. d, 10. áb. β, 11. áb. b) felül és hátul az

alsó orrkagylóba folytatódik. Felületei : a takhártya-borított belső és a csonttal összekötött külső; szélei pedig a felső, alsó és a hátsó. Belfelülete (11. áb. b, 5 áb. f) a Stenson -féle porcz bel, a külső pedig (5. áb. e, 10. áb. β) ugyanezen porcz külfelületének folytatása. Mind a két felület az alsó orrkagyló azonnevű felületébe (5. f, 5. e') megy át. Felső (10. áb. γ , 11. áb. d) és hátsó (10. áb. ζ , 11. áb. f) széle által az alsó orrkagyló felső (10. áb. δ , 11. áb. e) és alsó (10. áb. η , 11. áb. g) szélébe folytatódik.

A Jacobson-porcz az üvegszerűek közé tartozik, és szabad szemmel tekintve sárga színű. Górcső alatt a takhártya közelében vörhenyes sárga, egyébhol pedig színtelen. Vastagsága 0,13—0,80 mm. közt áll.

A porcztok belfalának kül és a függélyes porczlemez belfelülete, melyek egymás folytatásai, a Jacobson-barázda csonthártyájához rövid, erős, majdnem egészen ruganyos elemekből álló szövet által van oda növe, mely odanövés azonban nem annyira szilárd, hogy a Jacobson-szervet onnét csekély erő által elválasztani ne lehetne. Sokkal bensőbb a tok élének az orrsövény porczhártyájával való összefüggése.

Az állközti porczrész, főleg kötszöveti rostok által, oly bensőleg van az állközti csonttal összekötve, hogy amaszt ettől épségben lefejtteni nem lehet, s ugyanily szoros összeköttetésben áll a Stenson-féle porcz a kemény szájpad takhártyájával. A kagylórész külfelülete és szélei az orr külfala belfelületének csonthártyájával van szilárdul egyesülve. A Stenson-porczot a belszélétől elmenő szilárd hártya-képlet erősíti az orrszájpad belső széléhez és hátsó szögletéhez. A Jacobson-porcznak a szomszéd szövetekkel való ily szoros összenövése, s a szűk tér, melyen keresztül hozzá férhetni, okozza, hogy minden részeivel együttesen ki nem készíthető. Alkatát csak az orrürr háránt és hosszmetseteiből, nemkülönben felület szerint való készítményeken lehet tanulmányozni, s a 10. ábra alatt lerajzolt Jacobson-porcz ily darabok után van összeállítva. Ezen tárgyak készítése lényegesen elősegittetik, ha az orrürr különbözőféle átmetszetei Moleschott erős eczetsavas folyadéká-

ban *) több napon keresztül áznak, mi által a porcz és a szomszéd szövetek közt való összeköttetés tetemesen meglazul.

Az orrsövény takhártyája az orrür külfalának takhártyájával folytonosságban van, úgy hogy a Jacobson-szerv a hasonnemű barázdában takhártya és csont közé van helyezve, s porcztokja mellső nyilatából csak keskeny hosszanti hasadék (1. áb. e) marad borítatlan, mely a Jacobson-szer takhártyája ürébe visz. Az orrszájpadi lik, kicsiny likacska kivételével, mely a Stenson-menet orri nyiladéka, takhártyával szinte bevonatik, minek következtében a takhártya boritéka által tetemesen szűkített orrfenéki barázda előfelé meghosszúl (5. áb. a'), innét pedig az orrfenéki barázda takhártyája a Stenson-féle befelé nyílt porczcsatornába vonul, mely ez által a *Stenson-féle menetté* záródik be, mely ennélfogva nem egyéb mint az orrfenéki barázda kezdetrésze.

Az állközti porczrész felső ívlemezét fedő takhártya a mozgékony orri rész alsó falát (1. áb. k, 2—4. áb. a') képezi, s az orrsövény hosszában barázdaszerüleg van bemélyedve. A mozgékony orri rész alsó falának iránya hátul és alúlról fel és előfelé tart.

A takhártya meglehetősen szilárdul szövődik a Jacobson-porcz különböző részeihez. Ezen összeszövődés a porcztok külfalánál, hol a takhártya 0,386—0,516 mm. vastag, leglazább, s innét Moleschott erős eczets. folyadékában való ázás után könnyen leválasztható.

*) Bonczi készítményeknél Moleschott erős eczetsavas folyadékát olcsósági szempontból módosítva használtam ; 1. térimé tömény bolti eczetsavat, 1. t. erős bolti borszeszt és $1\frac{1}{2}$ térimé lepárolt vizet vevén. A górcsói készítményeknél az eredeti folyadékot alkalmaztam, melynek részei csak a fajsúlyban tértek el jelentéktelenül a felfaláló keverékétől; ugyanis 1 t. 1,70 fajsúlyú eczetsavhoz (acidum aceticum concentratissimum, az osztrák Pharmacopoea után) 1. t. 0,8336 fs. borlángot (spiritus vini rectificatissimus), és 2 t. lepárolt vizet öntöttem.

III. A Stenson-féle menet.

A Stenson-féle menet 11 mm. hosszú és alól, belől, elülről fel ki és hátra felé van irányozva. Az 1-ső ábrában f-nél hosszában fel lévén vágva, belfala látható. A 2—4. ábrában g-nél barántmetszetben van lerajzolva. Ürköre meglehetősen szűk, és egészen elül hosszúdad (2. áb. g), a közép részen kerekded (3. áb. g), orri vége felé pedig félholdszerű (4. áb. g) s domborulata kifelé irányzott.

A Stenson-menet határai : felül a Jacobson-porc állközti részének alsó ívlemeze (2—4. áb. d); belül eleinte a kemény szájpád takhártyája (2—3. áb. δ), hátrább pedig a Jacobson-szerv kezdetrésze (4. áb. h); kívül a Stenson-porc (2—4. áb. f)

A száji nyiladék igen szűk, s azon kicsiny árokcsa mélyében fekszik (1. áb. h), mely az inyhústól (1 áb. i) 14 mm-rel hátrább, mindjárt a kemény szájpád közepetti vonala közelében található.

Az orri nyiladék felül és külről alá és befelé van irányozva. Felül, azon hajlatban, melylyel az állközti porc rész a a kagylórészbe átmegy, éles szögletű; alant, az orrfenéki barázda mélyében pedig kerek.

A Stenson-menet a takony lefolyására igen kedvező fekvésű; ebbeli jelentősége azonban a hortyok mellett háttérbe szorúl. Az orrtakony az orrfenéki barázdában s a Stenson-menetben mindig nagy mennyiségben van felhalmozva.

A Stenson-menet porca 0,38, takhártyája 0,4, többretegű laphámja pedig 0,24 mm. vastag.

Az üvegszerű porc a takhártyával erősen össze van nőve.

A takhártya ruganyos és kötőveti elemekből áll. A ruganyos elemeket 0,10 mm. vastag rostok képviselik, melyek a középén tágközü hálózatban jönnek össze, a porc és a hámréteg szomszédságában azonban igen összetömülnek. A takhártyában szétszórva fürtszerű nyálkamirigyek vehetők észre.

A hámréteg száji nyiladékától kezdve egészen a közép

részig hatszögű lapos sejtekből áll (27. áb. a), melyek nagysága 0,014—0,030 mm-nyi, bennékök igen finomul szemcsés, a 0,005—0,008 mm. átmérőjű magvaik pedig kevésbé fénylők (27. áb. b). A Jacobson-szerv közelében koczkaidomúak és kisebbek — 0,0100 mm. átmérővel — lesznek (28. áb. a) s egyszerűs mind átlátszékonyságuk csekélyebb. Magvaik nagysága itten 0,004 mm. (28. b). A Jacobson-szerv szájadékánál, mely a Stenson-menet belfalában van, ezen utóbbi koczka hámrétege a Jacobson-szerv rezgő hámjának ad helyet.

IV. A Jacobson-szerv takhártyája.

A Jacobson-szerv takhártyája a porcztok belürét kibélelő, 62 mm. hosszú és hátrafelé vakon végződő tömlő, melynek előfelé hasadék-alakú nyílata (1. áb. e) van; ez pedig, mint már említettett, a Stenson-menet belfalában az orri szájadék közelében fekszik, s felül és hátulról ferdén alá és előfelé irányozott. Hossza 1,8 mm. A takhártya-tömlő belfala nyílata belszélével a Stenson-menet belfali takhártyájába simán átmegegy; külfala pedig nyílata külső szélénél hátra hajlik, s szinte a Stenson-menet takhártyája említett részével van folytonosságban.

A jelentékeny ruganyosságú és szilárd szövetű takhártya színe fehéres sárga, mely a mirígyes részen világos sárga szürkébe játszik. Felülete a számos áttetsző véredények következtében márványzotttnak tűnik elő. A porcztokból csekély fáradsággal meglehetősen simán lefejthető, s csak a tokhézag (15—17. áb. c) helyén, melyen keresztül az orrsövény takhártyája (15—17. áb. k) elemeivel van összefüggésben, találhatni erősb ellenállásra.

A Jacobson-szerv takhártyája a porcztok belfalának, fenekének és külfala alsó részének megfelelőleg legvékonyabb (15—17. áb. d), miután ezen helyeken csak 0,27 mm. vastag, itten mirígyek nélkül van. Felül és kívülről 1,3 mm. vastag emelkedésként — a *mirígy-emelkedés* — (15—17. áb. e) a takhártya-tömlő ürterébe (15—17. áb. f) beér, mi által ez felül és befelé keskeny barázdává — a *belső mirígybarázda* — szűkítettik. A *belső mirígybarázda* a Jacobson-szerv kö-

zép részében 1,83 mm. mélységű, innét azután úgy hátra, mint előfelé mindinkább sekélyedik.

A mirígy-emelkedés alsó felülete és a takhártya-tömlő alsó része, a mint összejönnek, sekély barázdát — *a külső mirígybarázda* — (15—17. áb. n) alkotnak.

A takhártyát borító rezgő hám (15—17. áb. h) vastagsága 0,050—0,076 mm-nyi.

A Jacobson-szerv takhártya-tömlőjének ürköre, melybe a mirígybarázdák kitágulnak, a közép részen (16. áb. f) 0,80 mm. széles és 0,68 mm. magas. Hátrafelé annyira megszűkül, hogy az átelleni falak egymást érintik, mint a 17. ábrában látható, mely a szerv hátsó harmadából való függélyes harántmetszet. Előfelé (15. áb. f) nagyságban szinte veszít, miután magassága csak 0,35, szélessége pedig 0,65 mm-nyi. A 15-ik ábra harántmetszete a szerv mellső harmadából vett.

A Jacobson-takhártyatömlő ürtere kevés, átlátszó, sűrűded nyálkát tartalmaz, melyben alakelemek csak gyéren találkoznak, s vagy 0,0716—0,0088 mm. nagyságú egészen zsírszerűn átalakult sejtekből (25. áb. a), vagy zsírcseppek halmazából (25. áb. b), vagy pedig egyes zsírcseppekből állanak.

A belső mirígybarázda (15—17. áb. g) fenekén (15—17. áb. l) mintegy 35—40, egyenként rendetlenül egymásután helyezett 0,22 mm. átmérőjű nyilat van, melyek a mirígy-emelkedésben elhelyezett fürtszerű nyálkamirígyek (15—17. áb. o) kivezető csőibe (16. áb. m) visznek. Ezen kivezető csövek ferdén felül és hátúlról, alá és előfelé vannak irányozva. Ugyanily nyilatok találhatók még, csakhogy sokkal csekélyebb számmal, a külső mirígybarázdában is. A tér, melyen ezen nyilatok előjönnek, mindegyik barázdában 45 mm. hosszú, s a legelőbbre eső nyilat a Jacobson-szerv szájadékától hátrafelé legalább 15. mm-nyi távol-ban van.

Az említett fürtszerű nyálkamirígyek (15—17. áb. o) egy tömeget képezve majd az egész mirígyemelkedést elfoglalják úgy, hogy közöttük csak csekély mennyiségű, de igen erős, kivált ruganyos elemekből álló összetartó szövet van. Ezen közti szövet erőssége az oka, hogy a mirígyeket oly igen nehezen lehet előállítani; mert az itt használható folyadékok

az utóbbiakat mélyen átváltoztatják, mielőtt az előbbit eléggé meglazítják. Legkielégítőbb készítményeket még a M. erős ecetsavas folyadék alkalmazása által nyertem, melyben heveny Jacobson-szerveket 20° foknál C. szerint 10—20 óráig ázni hagyván, vagy tüveli szétszedés vagy pedig félkeményig való szárítás utáni finom metszések adták a megkívántató képeket. A 15—17. ábra alatti hárántmetszetek a leírt módon készítettettek.

A mirigyek véghólyagsái 0,0353—0,0529 mm. átmérőjűek (22—23 áb.), — a 22-ik ábrában háránt, a 23-ik ábrában B-nél pedig hosszmetsetben láthatók, a 23-ik ábra A-nál felületi tekinteteket mutatja. Saját hártájok (22—23. áb. a) 0,0082 mm. vastag rostos réteggel (22=23 áb. b) van körülvéve, befelé pedig koczkasejtek egyszeri rétege által borítottak. A rosthártya főleg kötszöveti elemekből áll, melyek közt finom ruganyos rostok húzódnak el. A koczkasejtek 0,0170—0,0105 mm-nyiek, bennékök szintelen és finomul szemcsés. A 23-ik ábrában B. c., a 22. áb. c-nél hárántmetszetben, a 23-ik áb. A. c-nél lapfelületben, és a 24. ábr. a-nál elszigetelten vannak lerajzolva. A sejtmag (22—23. áb. e 24. áb. b) csekély fényű és 0,0035—0,0073 mm. átmérőjű. Az ür, mely a végi hólyagsák tengelyében (22—23. áb. d) felmarad, sejtek által töltetik ki, melyek a faliaktól a zsírszerű átalakulás nyomainak jelenléte által különböznek. A zsírszerű átalakulás az említett sejtekben annál előhaladottabb fokon áll, minél közelebbre esnek a mirigy külszajadékhöz, úgy hogy a mirigyhólyagsák végeitől a takhártyatömlő üréig a sejtek zsírszerű átalakulásának minden foka található. Úgy a mirigysejtek mint a Jacobson-szerv ürének bennéke ecetsav által váladék képzése következtében elhomályosul, mi nyálkany jelenlétére mutat.

A takhártya *mirígytelen részének* (15—16. áb. d) alapját kötszöveti rostok teszik, melyek közt gyönyörűn kifejlődött s élesen határozott magvakkal (18. áb. b) ellátott kötszöveti sejtek (18. áb. a) vannak, ezek pedig fénylő, élesen határozott és egymással összenyíló nyújtványaik által (18. áb. c) csinos hálózatot képeznek. Ezen hálózat a középén

tágküzű, a porcz és a hám szomszédságában azonban szűk-közűvé lesz, s míg amott végtére (18. áb. f) porczsejteknek (18. áb. g) enged helyet, itt tömött rugszöveti hálózatra megy át (18. áb. h), mely a felületi hártya által (18. áb. i) borított, ezt pedig a 0,0058—0,0076 mm. vastag hám (18. áb. e) fedi.

A kötszöveti sejtek az imént vázolt kinézéssel a mirigyek közt is előjönnek, csak hogy itt nincsenek oly tökéletesen kifejlődve.

A Jacobson-szerv takhártyájának edényei részben a rosta, részben pedig az ikszájpadi útér ágai. Amazok a később leírandó Jacobson-idegekkel egyetemben a porcztok hézagán keresztül jutnak a Jacobson-szervbe, emezek részint a porcztok hézaga hátsó részén, részint pedig az alsó ötödik pári Jacobson-ideggel a porcztok egy kis likán (10. áb. n) keresztül hatolnak rendeltetésök helyére. Ezen üteri ágak 0,2 mm. átmérőjűek, s a Jacobson-szerv takhártyájában 0,0040—0,0072 mm. átmérőjű hajszáledényekké oszlanak szét, melyek különféle alakban sokszögletű és 0,060—0,152 mm. közű hálózatot képeznek. A hajszáledények előfelé több visszerekbe szedődnek össze, melyek végtére a szervhez arányban jelentékeny nagyságú visszérbe egyesülnek, mely a mirígyemelkedés egész hosszában (15—17. p) elnyúlik, s úgy a porcztok hézaga hátsó részén keresztül, mint a tok külfalában található likakon (10. áb. m) át az orrsövény takhártyája visszéröbleivel összenyílik.

V. A Jacobson-szerv idegei.

A Jacobson-szerv takhártyájának mirígytelen része igen idegdús. Az idegkötegek 0,096—0,419 mm. vastagok, s a nagyobbak, szorosan a porcztok belfalának belfülete mellett felül és hátulról ferdén alá és előfelé futnak le, míg a kisebbek szétszórva a takhártyában egészen a hám közeléig nyomozhatók. A 15—17. ábrában r-nél hárántmetszetben, a 18-ban pedig k, s-nél hosszanti lefolyásukban láthatók. Ezen idegkötegek mind halaványak, rostaik 0,0024 - 0,0040 mm. szélesek, egyeshatáruak, magvasak, s osztódásokat (26. áb. b) is lehet nálók észlelni. A magvak (18. áb. m, 26 áb. a) 0,012

mm. hosszúk és 0,0024 mm. szélesek. Az egyeshatárú idegcsövek közt gyér számmal kettőshatárúak is találhatók, melyek szélessége 0,0048—0,0128 mm.-nyi.

A mirigy-emelkedésben előjövő idegkötegek (15—17. áb. s.) 0,016—0,032 mm. átmérőjük s vastag burok által tűnnek ki, mely a mirigytelen rész idegkötegeinél csak csekély, s miért amazok hárántmetszetben világos udvar által vétetnek körül. Ezen idegburok főleg kötszöveti rostokból és csekély mennyiségben kötszöveti sejtekből áll. A vastag burkú idegkötegek csak kettős határú idegcsövekből állanak, melyek szélessége 0,0048—0,0128 mm. közt ingadoz. A mirigy-emelkedésben egyébként csekély számmal halvány idegcsövek is vannak jelen. A leírt eredményre különféle metszetek által juttattam, melyeket majd hevenyen egyedül nyálkával nedvesítve, vagy M. erős eczetsavas folyadékában 2—3 óráig 20°C. sz. mellett való áztatás után vizsgáltam, majd pedig ugyancsak a nevezett folyadékban 26—30 óráig ázott, azután félig szárított tárgyakból készítettem, — ezen utóbbi módon a kötszöveti sejtek is kiváló szépen mutatkoztak.

Most azon szagideg eredetéhez fordulok, melynek csöveit a Jacobson-szerv takhártyájában leírtam. A szaghuzamnak (12. áb. a.) a szaggumóval (12. áb. b.) való együlési körvonala belfelső részében kicsiny szürke dombocska — a *Jacobson-domb* — (12. áb. c.) van, melytől 0,8 mm. vastag ideg — a *Jacobson-szagideg* — (12. áb. d, 1 áb. n) ered. Mind ezen két rész, melyet Jacobson tiszteletére én neveztem el, már ezen természetbúvár előtt ismeretes volt.

A kakastaraj mellett (12. áb. f, 1 áb. l') a homlokcsont közelében (1 áb. o, 12. áb. a) kicsiny lik (12. áb. e, 1. áb. m) van, mely a rostacsont függélyes lemezében levő többé-kevésbé rövid csatornába vezet. Ezen csatorna a rostacsont függélyes lemezében helyezve alá és előfelé keskeny, de aránylag mély barázdába nyílik ki, mely a Jacobson-szerv hátsó része felé tartván, mindinkább sekélyedik s ezen szerv közelében az ekecsonton nyoma már alig látható. A leírt lik és barázda által a Jacobson-szagidegnek a koponya ürből való kijövele és az orrsövényen való befolyása, hol mindenütt a tak- és a csonthártya közt foglal helyet, adva van.

A Jacobson-szagideg kidolgozásául az orrsövényt két, három napig M. erős eczetsavas folyadékában áztattam, s aztán vagy a takhártyába való bemetszés által készítettem ki (1. áb. o), vagy pedig az orrsövényt borító hártyát a Jacobson-szervvel egyetemben lehúztam, s az így lehúzott hártya csonti felületén (13—14. áb.) a Jacobson-szerv összes idegei befolyását minden kikészítés nélkül lehetett látnom.

A Jacobson-szagideg (1. áb. n, 13—14. áb. a) lefutásában 2—3 ágra oszol (1. áb. o, 13—14. áb. b). Az első ábrában csak a Jacobson-szervbe való bemenetelig van lerajzolva, míg a 13. és 14. ábrában a Jacobson-szerv belfala el levén véve, magában a szervben való elterjedése is látható. A Jacobson-szagideg a Jacobson szervbe ennek hátsó táján s porcztok hézaga különböző részein (13. c, 13—14. d, 14. e'') hatol be, s mindjárt bejutása után (13. áb. f) vagy sokszor már a bejutás előtt (14. áb. f) számos ágcsákra szétválik, melyek ferdén felül és hátulról alá és előfelé vivő irányban pusztá szemmel egészen a szerv mellső osztatába követhetők.

Az *ikszájpadi ideg* (1. áb. p, 13—14. áb. e), mihelyt az orrürebe jön két ágra oszol, melyek közül a Scarpaféle (1. áb. p', 13—14. áb. e') a Jacobson-szerv porcztokja alatt (11—14. áb. b) előfelé egészen a szájtájig halad, hol szétágazik, — ezen lefolyásában kicsiny ágcsát, az *ötödik pári alsó Jacobson-ideget* — általam így nevezve — adja, mely a porcztok külfala hátsó likán (10. áb. n) keresztül a Jacobson szervbe megy. Az *ikszájpadi ideg* másik ága (13—14. áb. f) csakhamar ketté válik, s az egyik (13—14. áb. h) az orrsövény takhártyájában ágaz el, míg a másik (13—14. áb. g) mint *ötödik pári felső Jacobson-ideg* — mint elneveztem — a Jacobson-szagideggel a porcztok hézagán keresztül a Jacobson-szervbe megy, s itten megtörtén, hogy néha kicsinyágcsa (13. áb. i) válik el tőle, mely a szervet ismét elhagyja. Előjön még azon eset is, hogy a Jacobson-szagideg egyik ága az *ötödik pári felső Jacobson-ideggel* összefonódik (13. áb. k).

Végre néhány pillanatot az imént leírt idegek alakelemeire kell fordítanom. A Jacobson-domb finom, halavány idegcsövek által a szaghuzammal össze van növe, s maga is ily nemű 0,007 mm. széles idegcsövekből, meg idegsejtekből

áll, mely utóbbiak majd nyújtvány nélküliek (37. áb. a), majd pedig egy (37. áb. b), vagy két nyújtványosak (37. áb. c) Lehet továbbá benne nyújtványaik által egymással összekötött idegsejteket is (37. áb. d) látni. Ezen idegsejtek benéke durva szemcséjű, nagyságuk pedig 0,0045—0,0171 mm. közt van. Élesen határozott magvaik (37. áb. e) fénylők és 0,0021—0,0048 mm. átmérőjűek. Az idevágó tárgyakat Jacobson-dombnak hígított festenysavban — ez szalmasárga színű volt — 5—6 óráig való ázása után nyertem.

A Jacobson-szagideg a koponya ürben igen lágy és burok nélküli, az orrürben pedig igen finom burokkal van körülvéve és szívósabb. Amott kizárólag halavány, egyhatárú csövekből áll, míg itt gyéren kettős határú idegcsövek is találhatók az egyhatárúak közt, s az előbbieket az ötödik pári felső Jacobson-idegnek a Jacobson-szagideggel való összefonódása után ez utóbbi ágaiban számosabban találhatók.

Az orrsővény ötödik idegpári ágai kizárólag kettős határú csövekből állanak, minélfogva a Jacobson szag és ötödik pári idegek közt való fonatképződés a szagideg kötegeihez visz csak kettős határú idegcsöveket, míg egyes határúak az ötödik pári ágakhoz általa nem jutnak.

A mondottak után állíthatom, hogy a Jacobson-szervnek egészen hámjá közeléig nyomozható idegcsövei a Jacobson-dombtól jönnek, s oda a Jacobson-szagideg által vezetnek.

VI. A Jacobson-szerv hámrétege.

Ha a Jacobson-szerv egészen heveny takhartyájából vett finom átmetszetek egyedül nyálka-hozzáadás mellett vizsgálatnak, a hámrétegnél igen élénk rezgés vehető észre, a hámsejtek oldalhatárai azonban nem láthatók; de ha a hám szabad felülete síkban terül el a szem előtt, akkor az egyes sejthatárok igen élesen tűnnek elő, s egyszersmind kivehető, hogy rendetlen alakú, sokszögű, szemcsés, halvány és nagyobb térek (19. áb. a), kerek, fénylő és kisebbekkel (16. áb. b.) váltakoznak. Ha az ilyen készítményekből levakart hám túlvél szétszedetik, kétféle, hengerded és végükön megvékonyuló

sejtek vehetők észre. A nagyobbak, *rezgő hámsejtek*, halványak és egészen szemcséssek (20. áb. a); hosszuk 0,043—0,060 mm., szélességük pedig 0,0060—0,0066 mm; a középtájon petéded, valamivel homályosb, élesen határozott és szemcsés magvuk van (20. áb. b), melynek hossza 0,0093—0,0100 mm., szélessége pedig 0,0013—0,0033 mm. Szabad felületük rezgő szálcák koszorújától, melyek (20. áb. c) hossza 0,0093 mm. van körülvéve. A kisebb sejtek, *szagpálczikák*, (21. áb. a.) fénylők, üvegszerűek, 0,0336—0,0441 mm. hosszuk, 0,0020—0,0029 mm. szélesek és aláfelé kevésbé megtágnak; mely tágulatot a petéded mag (21. áb.) egészen kitölti, — ez élesen határozott és igen szemcsés bennéki, hossza 0,0117—0,0147 mm. szélessége pedig 0,0032—0,0058 mm. A szagpálczikák szabad felületén két háromszögű, felfelé hegyes szálcsa, *szag-szálcsa*, van (21. áb. c), melyek hossza 0,0028 mm.

A rezgő hámsejtek víz által beszívargás következtében nagy hólyagokká duzzadnak, melyeken a rezgő szálak egymástól szerte válva állanak; eczetsav által pedig sárgásak lesznek és átlátszékonyságukból vesztenek. A szagpálczikák a víz hatásának sokkal jobban ellentállanak, kivéven a szagcsálcákat, melyek csakhamar lesvén átláthatlanokká lesznek; eczetsavban hosszabb időre sem veszítik el átlátszékonyságukat, míg végtére összezsugorodván, teljesen elenyésznek.

A hámnak az imént leírt kétféle sejtei tehát nemcsak alakilag, hanem vegyileg is különböznek egymástól, mely különbség M. erős eczetsavas folyadéka irányában is előjön, ha t. i. heveny Jacobson-szerv ezen hatószerbe tétetvén 20°C. sz. mellett 10—15 óráig ázni hagyatik, mi után a könnyen levakarható hámból az egyes elemek részint elkülönözve, részint pedig egymással való összefüggésben előállíthatók. A rezgő hámsejtek (20. áb. c d) ilyenkor átlátszékonyságban igen sokat, míg térimében csak keveset veszítettek, s hegyes végüktől fénylő, éles határú és elágazó fonál (20. áb. e.) nyúlik tova, melynek hossza 0,0299—0,0229 mm., míg szélessége 0,0011—0,0020 mm., — ezen végi fonál heveny tárgyakból nem nyerhető. A majdnem változatlan maradt szagpálczikáknak szinte vannak ilyen végi nyújtványaik (21. áb. d, e, f.), melyek fénylők 0,0235—0,0323 mm. hosszuk és

0,00084—0,00115 mm. szélesek. A szagpálczikák végi nyújtványai vagy elkülönözve maradnak (21. áb. d, e), vagy pedig egymással egyesülnek (21. áb. f.), azonban úgy az elkülönözve maradt (21. áb. d, e), mint az együtt (21. áb. f.) végi fonalak orsódad sejtekbe (21. áb. h. h. g). gyöködzének; ezen orsódad sejtekből pedig vagy halavány fonál (21. áb. m. n), melynek szélessége 0,00217—0,00237 mm. megy tova; vagy fényes a szagpálczikáéhoz hasonló nyújtvány (21. áb. o, o) származik tőlük, melyek vagy egyesével, vagy kettőssel, mi a közönségesebb eset, újra orsódad sejtkben végződnek (21. áb. k.), s az ilyen orsódad sejtből mindenkor a fentebb leírthoz hasonló halavány fonál származik. Az orsódad sejtek nagysága 0,0160—0,0042 mm. közt ingadoz, s ürüket kerekded, teljesen szemcsés magvuk majd egészen kitölti.

Ha a Jacobson-szerv heveny takhártyájából vett metszetek néhány óráig *) M. erős eczetsavas folyadékában áztak, a sejthatárok kivehetők lesznek, s egyszersmind a hám (18. áb. e) a takhártyához még meglehetősen tapad. Ilyenkor kellő figyelemmel kivehető, mint vannak a szagpálczikák (18. áb. n.) a hámsejtek közt (18. áb. m.) elhelyezve, s ha a fedőüveg a készítményre gyengén nyomatik, látható lehet, mint a széli sejtek a többiektől elváltnak, — s az ilyen tökélytelen elválás észlelhetővé teheti, mint függnek össze a hámsejtek (18. áb. áb. p.) nyújtványai (18. áb. á.) a takhártya (18. áb. h.) ruganyos elemeivel, ezek által pedig a kötőszöveti sejtekkel (18. áb. a.). Másrésről szemmel követhetővé válhat, mint a szagpálczikákkal összefüggő (18. áb. g.) orsódad sejtek (18. áb. t.) végi fonalai (18. áb. r.) a takhártya elemei közt egészen a magvas szagidegekig terjednek (18. áb. k.), minélfogva világos, hogy a szagpálczikák a szagtájón *Schultze Miksa* által felfedezett végi idegkészülékkel teljesen azonosak.

A szagpálczikák a Jacobson-szerv takhártyája hámrétegében legsűrűbben a mirigytelen részen a szerv közép táján jönnek elő, s számuk úgy elő mint hátrafelé kevesül; a Jacob-

*) Rövidebb vagy hosszabb ideig, a mint a hőmérsék nagyobb vagy kisebb.

son-szerv szájadékánál azonban még mindig találhatók, mely-nél végtére a Jacobson-szerv hámréteg éles határral a Sten-son menet hámlja által váltatik fel.

Szagpálczikák szétszórva a mirigy emelkedésen is mu-tatkoznak.

A hám hengerded sejtei alatt előjövő orsódad sejtek (18. áb. t) idegtermészetűek, miután egy részről a szagpálczi-kákkal, másfelől pedig a szagidegekkel összefüggenek.

Most a szagtájhoz térek át.

VII. A szagtáj.

A juh szagtája világos, okersárga és mindig többé ke-vésbbé vastag nyálkaréteggel (29. áb. a) van borítva. A hámréteg (29. áb. b.) 0,116—0,246 mm vastag s függélyes irány-ban a Bowmann mirigyek kivezető csői (29. áb. b), melyek 0,09 mm. távolban állanak egymástól, haladnak el benne. A szintelen hámréteg felső része függélyes átmetszeteken füg-gélyesen csikozott (29. áb. a), míg alsó része szencsés (29. áb. β). A takhártyának a hámréteggel határos része 0,5—0,9 mm. vastagságban sárga színű (29. áb. c), s főleg itt vannak a *Bowmann-mirigyek* (29. áb. d) elhelyezve; a takhártya többi része fehéres, 0,5—0,3 mm. vastag, s itten futnak le a na-gyobb 1,084 mm. vastagságú idegkötegek (29. áb. f), nemkülönben a mintegy 0,081 mm. átmérőjű véredények, úgy szinte a Bowmann-mirigyek véghólyagsái is beérnek ezen fehéres réteg felső részébe. Többször észlelhető, hogy a hámrétegtől finom fekete csikok (29. áb. h) mennek tova, melyek egyenes irányban a takhártya sárgás részén áthalad-ván a fehéres rész kezdetén elenyésznek. A leírt fekete csi-kok általam felvett jelentőségére alább visszatérek.

A szagtáj takhártyája ruganyos elemekkel igen bővel-kedik, s ezek főleg finom rostok által képviseltetnek, melyek többé kevésbbé szűlkközü hálózatot képezvén, az idegeket. Bowmann mirigyeket, s ezek hólyagsáit körülfogják. Köt-szöveti sejteket csak a fehéres részben lehet találni.

A fürtszerűn alakult Bowmann-mirigyek hólyagsái (35. áb. a.) tömlőszerűek, s szerkezet nélküli saját hártájuk van.

Szélességi átmérőjük 0,030—0,044 mm. A saját hártya (35. áb. a) kötszöveti burok által, melyben gyéren ruganyos rostok vonódnak el, vésztetik körül, s belől sejtek által (35. áb. b, 36. a) béleltetik, melyek átmérője 0,014—0,022 mm., s a hólyagcsák ürtét a legtöbb esetben teljesen kitöltik, sokszor azonban a hólyagcsák tengelyében még mintegy 0,005—0,008 mm. átmérőjű ürt hagynak fel. A Bowmann-mirigyek sejtei 35 ábrában *b*-nél rendes elhelyeződésükben, a 36-ikban pedig elszigetelten láthatók. 35. áb. *a*-nál csak a saját hártya észlelhető, miután azon helyről a mirigy sejtek elvannak nyomva. A halavány Bowmann-sejteket egymás mellett tekintvén (35. áb. b) határuk igen homályosan tűnik elő, míg az elkülönített sejteknél (36. áb. a) azok világosan kivehetők. A sejtmagvak (25. áb. c, 36. áb. b) élesen határozvák és 0,005—0,007 mm. nagyságúak. Úgy a sejtek mint magvaik finoman szemcsés, szintelen bennéke közt nagy mennyiségben különböző nagyságú, erősen fénytörő, fénylő és élesen körvonalozott sárga cseppek (35. áb. d, 36. áb. c) vannak jelen, melyek a Bowmann mirigyek sárga színét okozzák, s ezek felhatalmazásától jön azután a szagtáj sárga színe, miután itt más sárga elem nem található. Az említett festenycseppek zsírtermészetűek, mint erre részint az elősorolt külsőanyag, részint pedig vegyi sajátságaiukból következtetni lehet. Ugyan a *M.* erős eczetsavas folyadékban való ázás által, mely a zsírt kivonja, a Bowmann-mirigysejtek festenycségei eltűnvn, a Bowmann-mirigyek, s így a szagtáj is, szintelenek lesznek.

A Bowmann-mirigysejtek vízben felduzzadván csakhamar elenyésznek; eczetsavban pedig összezsugorodásuk következtében átlátszékonyságukból igen sokat veszítenek; — a magvak azonban élesben tűnnek elő.

A Bowmann-mirigyek ürtere sejteik különféle szétesési terményeivel van betöltve, melyek különösen a mirigyszájadékok (29. áb. c.) közelében nagy mennyiségben található, s végtére csak különféle nagyságú szemcséktől körülvett magképletekből állanak. Ezen szétesési termények a Bowmann-mirigyekből nyomás által könnyen kiüríthetők. Az említett magképletekhez hasonló elemekből (30. áb. a.) áll a szagtáj nyálkarétege (29. áb. a.). Víz beszívargása által ezen

magszerű képletek burka (31. áb. a) nagy hólyaggá tágul, míg bennük (31. áb. b) ez utóbbi falához tapadva látható, Eczetsav által a nyálkaréteg átláthatatlanabbá lesz, a magok azonban világosabban tűnnek elő.

A szagtáj erős idegkötegeitől (29. áb. f) 0,053 mm. vastag ággal (29. áb. g) szakadnak el, melyek még inkább szétszólnak, s az így támadt kötegcsek a hámrétegfélé húzódván, közvetlen ezalatt számos igen finom a hámrétegben elvesző ágcsákra (29. áb. k) válnak szét.

Heveny szagtájából vett, s a nyálka-réteggel borított átmetszeteken a hámnál rezgő mozgás nem látható, úgy szinte a hámsejtek oldalhatárai is tisztán nem vehetők észre. Ha a hámot borító nyálkaréteg eltávolítatik, a hám szabad felülete egészen csupaszon néz ki. Másként van azonban a dolog, ha a szagtáj takhártyája 20°C. sz. mellett 8—10 óráig Moleschott erős eczetsavas folyadékában ázott. Ilyenkor a hámréteg átláthatatlanabb lesz ugyan, de a sejthatárok világosabban tűnnek elő, s a takhártyáról könnyen letörölhető hámréteg (32. áb.) elemeire könnyen szétszedhető. Megtörténik, hogy a letörölt hám alján még a felületi hártya (32. áb. a) is látható.

A leírt módon nyert hámsejtek szabad felületén nyugton álló szálesák (32. áb. b) észlelhetők, melyek fénylők, egy-neműek, átlátszékonyak és 0,005 mm. hosszúk.

A hámréteg felső sorát hengersejtek (32. áb. c) teszik, míg a többi sorokat orsódad sejtek (32. áb. d) foglalják el.

Az aláfelé megvékonyuló hengersejtek kétfélék. A nagyobbak, *hámsejtek*, (32. áb. e, 33. áb. a) 0,039—0,050 mm. hosszúk és 0,0050—0,0075 mm. szélesek, bennük szemcsés, magvuk pedig (32. áb. f, 33. áb. b) petéded, élesen határozott, szinte szemcsés, 0,002—0,014 mm. hosszú és 0,005—0,0075 mm. széles. Ezen hámsejtek szabad felületén 5—6 finom szálesa van, minélfogva a rezgő hámsejtekhez hasonlóknak néznek ki. Aláfelé 0,067—0,070 mm. hosszú és 0,0008 mm. széles, erős fénytörésű, élesen határozott fonálba (32. áb. e', 33. áb. c. d) nyúlnak ki, mely vagy osztatlan marad (33. áb.

d), vagy pedig osztódik (32. áb. e'). Többször megtörténik, hogy két hámsejt végi nyujtványa egy orsódad sejtbe (33 áb. d) gyöködzik, melytől másik végén finom, az említettet hasonló nyujtvány (33. áb. f) fut ki. Az orsódad sejtek magvaik által majd egészen kitöltetnek. Nekem sikerült a hámsejteket minden elősorolt függelékével együttes összefüggésben előállítani, s kitűnt, hogy a végi fonáltól kezdve a vele összefüggő hámsejt szabad felületéig való hosszúság tetemesb, mint a hámréteg vastagsága, s miután ezen képletek mindig egyenesen kinyúlva szemléltettek, a végi fonálnak a takhártyába kell érnie; miért is én a takhártya fentebb említett csikolatát (29. h) a végi fonál folytatásául veszem, még pedig annál inkább, mert ezen csikolat a takhártya fehéres rétege felső részénél, hol kötszöveti sejtek előjönnek, találja végét.

A kisebb hengersejtek, *szagpálczikák*, (32. áb. g, 33. áb. a) erős fénytörésűek, bennékök egynemű, üvegszerű: hosszúságuk 0,055 mm., szélességük pedig 0,0017—0,0023 mm., az aláfelé levő tágulatban élesen körvonalozott, szemcsés magvuk (32. áb. 2, 34. áb. b) van, mely 0,0032 mm. hosszú és 0,0015 mm. széles. A szagpálczika aláfelé fényes, éles határú fonálba (32. áb. i, 33. áb. c) nyúlik ki, mely 0,017—0,027 mm. hosszú és 0,901 mm. széles, s orsódad, magvától teljesen kitöltött sejtben (32. áb. h, 34. áb. d) végződik, — ez 0,014—0,019 mm. hosszú és 0,007—0,0058 mm. széles; magva pedig igen szemcsés és éles határú. Az orsódad sejt másik végétől a leírthoz hasonló fonál ered, mely másik fonállal közönségesen egygyé olvad (34. áb. f), az ily együlés után származott fonál pedig, szinte orsódad, az előbbivel minden egyező sejtben (44. áb. g) gyöködzik, s ettől a másik végen halavány 0,0029 mm. széles végi fonál halad el, melyet úgy halaványsága, mint szélessége miatt szagidegcsőnek, ezek itten 0,0022—0,0027 mm. szélesek, tartok.

A szagpálczikák szabad felülete 2 üvegszerű, fénylő, háromszögű szálcásával, *szagszálcák*, vannak ellátva (34. áb. h).

A hámréteg orsódad sejtei, majd a hámsejtek (33. áb. e), majd pedig a szagpálczikákkal (34. áb. d—d, g) függnek össze.

Befejezés.

A közlöttek után, azon nézetből kiindulva, hogy hasonló alakúlt szöveti elemek ugyanazon életi működést feltételezik, a Jacobson-szervet a szagtáj mellé kell helyeznem. A lényeges alakelemek, milyenek a szagidegcsövek és végi készülékeik, a szagpálczikák, mind a két helyen feltalálhatók, és azonos alkotásúak. Különbséget csak a lényegtelen saját-ságok tesznek közöttök, így például, hogy a szagtáj mirigyei mindenütt elterjednek, s hogy ezek színes sejtekkel vannak ellátva, míg a Jacobson-szerv mirigyei, melyek sejtei mindig színtelenek, csak bizonyos tájon, a mirigyemelkedésben, jönnek elő; továbbá, hogy a kinézésben megegyező hámsejteik a Jacobson-szervnél rezgenek, míg a szagtájon nem.

Annak megfejtését azonban, hogy a Jacobson-szerv tulajdonosa szaglását mennyiben mozditja elő, kísérleti vizsgálatokra kell hagyni, mert minden idevágó föltevénny összeomol, ha közelebről tekintetik. Ha például a létező föltevények közül azt vesszük, mely szerint a Jacobson-szerv az eledel megkülönböztetése és kiválasztásánál szolgálna, meg kell jegyez-nem, hogy az illető állatok a nekik nem való anyagot szájokkal meg sem érintik; csukott szájnál pedig a szaganyagok sokkal könnyebben juthatnak a szagtájhoz, mint a Jacobson-szervhez. Inkább arra lehetne gondolni, hogy ezen képlet a rágott anyagok szagolását mozditja elő, ha itten fel nem mérülne amaz ellenmondó tény, hogy a kifejlett Jacobson-szervvel ellátott lovaknál, ez a száj felé zárva van.

A kísérleti vizsgálásnak mindennek előtt a szerv elrontá-sával kellene kezdődnie, mi forró faggyú befecskendése által lehető volna. A szerv kiirtása, fekvése miatt, igen mélyen ható műtét lenne.

Ezenértekezet oly munkálatok sorának kezdete, melyek részben már folyamatban levén, bennök a nálunk honos állatoknál a Jacobson-szerv alaki sajátosságait a megelőzött módon tárgyalni fogom, s ha lehetséges, életi fontosságát kifürkészni szándékozom.

Az ábrák magyarázata.

1-ső ábra, az orrűr külfala eltávolítva, az orrsövény α látható, melyből felül és elül egy darab le van vágva. β a kemény szájpad. γ a röpnűjtvány. δ a homlokesont.

a az állközti porczrész hosszanti átmetszete. b az állközti csont hosszmet szete. c az állközti porcz felső, d annak alsó ívlemeze. e a Jacobson-szerv szájadéka. f a jobb oldali Stenson-menet felmetszve, g annak orri nyílata. h a Stenson-menet száji nyílata. i a foghús. k a mozgékony orri rész feneke. l az orrsövény takhártyája. l' a rostacsont kastaraja. m a rostalemez lika, melyen keresztül a Jacobson-szagideg n az orrűrbe lép. o a Jacobson-szagideg ágai. o' a ferdén felmetszett Jacobson-szerv. p az ikszájpadi ideg. p' a A Scarpaféle ideg. p'' az ikszájpadi ideg felső ága. q az ötödik pári felső Jacobson-ideg. $\frac{1}{2}$ -szer.

2—9. ábra. Az orrűr harántmetszetei. A külfal és a sövény felső része mindenütt el van távolítva. A harántmetszet annál hátrább esik, minél nagyobb számú. 1-szer.

2-ik ábra. a az állközötti csont. β a porczos orrsövény γ az orrűr takhártyája. ϱ a kemény szájpad takhártyája.

α' a mozgékony orri rész alapja.

a az állközötti porcz felső ívlemeze, b ennek külső, c belső széle. d a Jacobson-szerv állközötti porczának alsó ívlemeze, e ennek belső széle. f a Stensonféle porcz. g a Stenson-menet.

3-ik ábra. α' az állközötti csont szájpadi nyűjtványa. A többi betű mint a 2-ik ábrában.

4-ik ábra. α' az állközötti csont szájpadi nyűjtványa. h a Jacobson-szerv. A többi betű, mint a 2-ik ábrában.

5-ik ábra. α' a felső állcsont. α'' az állközötti csont. α a Jacobson-szerv alapja. α' az orrszájpadi likat borító takhártya.

a Jacobson-szerv külfala, b belfala, c éle. d a Jacobson-szerv porczrésze, e ennek külfelülete, f belfelülete. e' az alsó orrkagyló felső külső felülete, f' annak belső alsó felülete. A többi betűk mint a második ábrában,

6—9-ik ábra. α' a felső állcsont. β — δ mint a 2-ik ábrában. ε fogak.

α' , az orrfenéki barázda. b' a Jacobson-barázda. b'' az orrfenéki taraj küléle.

α a , b , c , mint az 5-ik ábrában.

10-ik ábra. A Jacobson-szerv porcza vázlatosan előállítva. 1-szer.

α . Alapja. a külfala. b belfala. c hézaga. d élének éles, e tompa része. f a külfal hátsó, g ennek felső széle. h a belfal alsó széle. i a külfal mellső széle. k a belfal hátsó széle. l a porcztok mellső nyílata. m , n likacskák a porcztok külfalában. o az állközti porcztörész felső, p felső külső, q alsó éle. r az áll közti porcztörész vízszintes hajlási vonala, s annak felső ívlemeze, t - t' a felső ívlemez belső, u mellső, v külső széle. w az alsó ívlemez mellső, x annak belső széle. z a Stenson-féle porczt, z' annak mellső, z'' belső széle.

β a kagyló rész külső felülete, γ annak felső széle, δ az alsó orrkagyló felső széle. ε a kagylórész alsó, ζ hátsó széle. η az alsó orrkagyló alsó széle.

11-ik ábra. A Jacobson-szerv porcztának kagylórésze felületben tekintve. 1-szer.

α' az állközti csont teste hosszában átmetszve. a a felső állcsont belfelülete. b a kagylórész belfelülete. c annak alsó, d felső széle. e az alsó orrkagyló felső széle. f a kagylórész hátsó széle. g az alsó orrkagyló alsó széle. h A Stenson-porcztnak a kagylórészbe való átmeneti helye.

12-ik ábra. A koponyaüir legmellsőbb része. 1-szer.

α a homlokcsont, β az iksont teste harántul átmetszve.

a A szaghuzam. b a szaggumó. c a Jacobson-szagideg. e a rostalemez likacsa, melyen keresztül az előbbi az orrürbe megy. f a rostacsont kakastaraja.

13—14-ik ábra. Az orrsövény takhártyája levonva. 1-szer.

α a takhártya belső felülete.

a A Jacobson-szagideg. b A Jacobson-szerv, melynek belfala el van távolítva. c , d , e'' a Jacobson-szagidegnek a Jacobson-szervbe való bementi helyei. f A Jacobson-szagideg elágzása a Jacobson-szervben, e az ikszájpadi ideg. e' A Scar-

pafele ideg. *f* az ikszájpadi ideg felső ága. *g* az ötödik pári felső Jacobson-ideg. *h* az ikszájpadi ideg orrsővényi ága. *i* felső ötödik pári Jacobson-ideg azon ága, mely a Jacobson-szervet elhagyja. *k* A Jacobson-szagidegnek az ötödik pári felső Jacobson-ideggel való összefonódási helye.

15—17. *ábra.* Harántmetszetek a Jacobson-szervből. 10-szer.

15-ik *ábra.* A Jacobson-szerv mellső harmadából. *a* porcztok külső, *b* annak belső fala, *c* hézaga. *b'* A belfal ki és aláfelé hajtott része. *d* a Jacobson-szerv takhártyájának mirígytelen része. *e* a mirigyemelkedés. *f* A Jacobson-szerv takhártyatömlőjének üre. *g* a belső mirigybarázda. *h* A hámréteg. *k* az orrtűr takhártyája. *l* a belső mirigybarázda feneke. *n* a külső mirigybarázda. *o* mirigyek. *p* visszér. *r* Jacobson-szagidegek. *s* az ötödik pári Jacobson-idegek. *x* ütér. α a porcztok feneke, β annak tompa éle.

16-ik *ábra.* A Jacobson-szerv közép részéből. *m* a mirigyek egyik kivezető csőve. A többi betűk mint a 15-ik ábrában.

17-ik *áb.* A Jacobson-szerv hátsó harmadából. A betűk mint a 15-ik ábrában.

18-ik *áb.* A Jacobson-szerv takhártyája mirígytelen részéből való függélyes ferde átmetszet, mely 2 óráig 20° C. sz. mellett M. erős eczetsavas folyadékában állott. A takhártya a középén | ki van hagyva. 340-szer.

a kötszöveti sejtek, *b* ezek magvai, *c*. nyújtványaik. *d* porcz. *e* hámréteg. *f* a takhártyának a porczba való átmeneti helye. *g* porczsejtek. *h* rugszövet a hámréteg közelében. *i* felületi hártya. *k* a Jacobson-szagideg. *k'*, *l* ennek végi ágcsái. *m* hámsejtek. *n* szagpálczikák. *o* végi fonala a többitől elvált *p* hámsejtnék. *q* egy elkülönített szagpálczika. *r* ennek végi fonala. *s* szagideg. *t* a szagpálczikák orsódad sejtei.

19-ik *ábra.* Heveny Jacobson-szerv hámja felületben egyedül nyálka hozzáadása mellett tekintve. 340-szer.

a a hámsejtek szabad felülete. *b* szagpálczikák szabad felülete.

20-ik *áb.* Elkülönzött hámsejtek. Heveny Jacobson-szervből M. erős eczetsavában való 5 órai ázás után nyerve. 340-er.

c, d, egyes hámsejtek. *b* sejtmag. *c* rezgő szálcsák. *e* végi fonál.

21-ik áb. Elkülönbözött szagpálczikák, mint az előbbeni ábra készítményei előállítva. 340-szer.

a szagpálczika. *b* magva. *c* szagszálcsák. *d, e, f* a szagpálczikák nyújtványai. *g, h, i* orsódad sejtek, *k* másodszori orsódad sejt. *l, m, n* az orsódad sejtek végi fonalai. *o* orsódad sejtek közti összekötő fonalak.

22—24-ik áb., Heveny Jacobson-szervből M. erős eczetsavas folyadékában való 24 órai ázás után, 20° C. sz. mellett, szétszedés által nyerve. 340-szer.

22-ik áb. *a* a saját hártya. *b* a rostburok. *c* a mirígysejtek. *d* tengelyi hólyagcsaür. *e* sejtmag. A mirígy hólyagcsa harántmetszetben látható.

23-ik áb. A. a végi hólyagcsa felületben. B. ugyanaz hosszszelvényben látható. A betűk mint az előbbi ábrában.

24-ik áb. elkülönbözött mirígysejtek. *a* sejtek, *b* magvaik.

25-ik áb. A Jacobson-szerv takhártya-tömlői ürének bennéből. Heveny tárgy. 340-szer.

a zsírszerűn átváltozott sejtek. *b* zsírcseppek halmozata. *c* zsírcseppek.

26-ik áb. Szagidegcsövek a Jacobson-szervből. Moleschott erős eczetsavas folyadékában való 5 órai ázás után készítve. 340-szer.

a az idegcsövek magvai, *b* azok szétágzása.

27-ik áb. Hámsejtek a Stenson-menet közepéből. Heveny tárgy, csak nyálka-hozzáadás mellett vizsgálva. 340-er. *a* hámsejtek. *b* magvaik.

28-ik áb. Hámsejtek a Stenson-menet hátuljából. Mint a 25. ábra tárgya készítve. A betűk, mint a 27-ik ábrában.

29-ik áb. Hosszszelvény a szagtáj takhártyájából. Heveny tárgy, csak nyálka hozzáadás. 50-szer.

a nyálka-réteg. *b* a hámréteg. *c* a takhártya sárgás része. *d* Bowmann-mirigyek. *e* a takhártya szintelen része. *f* szagideg. *g* ága. *h* a takhártya csikolata. *k* a szagideg ágcsák a hámréteg közelében.

α a hámréteg csikolt. β annak szemcsés része, γ a Bowmann-mirigyek szájadékai.

30-ik *áb.* a szagtáj nyálkarétegének magképletei minden hozzáadás nélkül. 340-szer.

a mag, *b* magtestecs.

31-ik *áb.* a 30-ik ábra tárgyai víz-hozzáadás mellett. 340-szer.

a a kitágult magburok, *b*. a magbennék.

32—34. *áb.* Heveny tárgyak szagtája M. erős eczetsavas folyadékában 5—8 óráig 20^0 C. sz. mellett ázva. 340-er.

32-ik *áb.* a szagtáj hámrétegének több sejte összefüggésben.

a felületi hártya, *b* a hámsejtek szabad felületének szálcái, *c* a hámréteg hengered, *d* annak orsó-alakú sejtei, *e* elkülönzött hámsejt, *f* ennek magva, *g* szagpálczika, *h* ennek sejtalakú tágulata, *h'* orsódad sejt, *i* a **h** és **h'** közti fonál, *e'* hámsejti nyújtvány.

33-ik *áb.* Elkülönzött hámsejtek. *a* hámsejt, *b* sejtmag, *c—d* sejtnyújtványok, *d'* orsódad sejt, *e* ennek magva, *f* az orsódad sejtek nyújtványai, *g* a szabad felület szálcái.

34-ik *áb.* Elkülönzött szagpálczikák. *a* szagpálczika, *b* ennek sejtalakú tágulata, *c* ez utóbbi nyújtványa, *d* orsódad sejt, *f* ennek nyújtványa, *g* másodszori orsódad sejt, *h* végi fonál.

35-ik *áb.* Bowmann-mirigyek. Heveny tárgy, szétszedve, csak nyálka-hozzáadás. 300-szor. *a* saját hártya, *b* mirigysejtek, *c* sejtmagvak, *d* festenycseppek.

36-ik *áb.* Bowmann-mirigyek elkülönzött sejtei. Mint a 35-ik ábra tárgya készítve. 340-szer.

a elkülönzött sejtek, *b* sejtmagvak, *c* festenycseppek.

37-ik. *áb.* A Jacobson-domb idegsejtei. Heveny Jacobson-domb, igen higitott festenysavban 10 óráig való ázása után. 570-szer.

a nyújtványtalan idegsejtek, *b* egy nyújtványos, *c* két nyújtványos idegsejtek, *a* egymással nyújtványaik által összefüggő idegsejtek, *c* Az idegsejtek magvai.

Az értekezésben használt műszavak.

Bonczy ; anatomisch.

Boncztan, összehasonlító ; anatomia comparativa.

Borlang ; alcohol absolutus.

Csonthártya ; periosteum.

Cső, kivezető ; Ausführungsgang. A mirigyeknél.

Eczetsav ; Essigsäure.

Egynemű ; homogen.

Emlős ; Säugethier.

Élettani ; physiologisch.

Felületi hártya ; basement membrane.

Függélyes lemez ; lamina perpendicularis.

Górcső ; Microscop.

Górcsói ; microscopisch.

Hajlási vonal, vízszintes ; horizontale Biegungslinie.

Hajszáledény ; Capillargefäß.

Hálózat ; Netz. Tággközű ; weitmaschiges. Szűkközű ; engmaschiges.

Hám ; Epithelium. — réteg ; Epithelialschicht. — sejt ; Epithelialzelle.

Háromosztatú ideg ; Trigemminusnerv.

Hengersejt ; Cylinderzelle.

Homlokcsont ; Stirnbein.

Hortyok ; Choanen.

Ideg ; nerv. Egyeshatárú ; einfach contourirt. Kettőshatárú ; Doppelcontourirt.

Idegburok ; Neurilemm. — cső ; Nervenröhre. — köteg ; Nervenbündel ; — sejt, — zelle.

Ikcsont ; Keilbein.

Ikszájpadi lik ; foramen sphenopalatinum.

„ ideg ; Nervus sphenopalatinus.

Ikszájpadi ütér; Arteria sphenopalatina.
Ívlemez; Bogenlamelle.

Kagylórész; Muscheltheil.
Kérődző; Wiederkäuer.
Koczkahám; Uebergangsepithelium. — sejtek; Ueber-
gangsepithelialzellen.
Kötszövet; Bindegewebe.
Kötszöveti; bindegewebig.
Kötszöveti sejtek; Bindegewebskörperchen.

Laphám; Pflasterepithelium.
Lapív; Flächenbogen.

Menet, Stensonféle; Stensonscher Gang,
Mirigy, fürtszerű; traubige Drüse.
Mirigybarázda; Drüsenfurche.
Mirigyemelkedés; Drüsenwulst.

Nyálka, Schleim.
Nyálkamirigy, Schleimdrüse.
Nyálkany, Schleimstoff.

Orrsövény, Nasenscheidewand; — csontos, — knöche-
rige; — porczos, — knorpelige.
Orrür, Nasenhöhle.
Orrfenéki barázda, Nasengrundfurche.
„ taraj, Gräte des Nasengrundes.
Ötödik pári Jacobson-ideg; Jacobsonscher Trigemini-
Nerv.

Porcz, üvegszerű; hyaliner Knorpel.
Porczhártya; Perichondrium.
Porczlemez, függélyes; verticale Knorpellamelle.
Porczrész, állközti; intramaxillarer Knorpertheil
Porcztok, Knorpelkapsel.

Ragadozó, Raubthier.
Rágó, Nagethier.



Rezgő hám, Flimmer-Epithelium ; — mozgás, — Bewegung ; — szálcza, — Härrhen ; — sejt — Zelle.

Rost, Faser ; kötszöveti, Bindegewebsfaser ; ruganyos-, elastischer Faser.

Rostacsont, Siebbein ; rostalemez, lamina cribrosa.

Rosta ütér, Arteria ethmoidalis.

Sajáthártya, membrana propria.

Sejt, Zelle.

Sejtmag, Zellenkern.

Szaggumó ; bulbus olfactorius.

Szaghuzam ; tractus olfactorius.

Szagideg ; Nervus olfactorius.

Szagpálczika ; Riechstäbchen.

Szagszálcza ; Riechhärrhen.

Szájpadli lik ; foramen incisivum.

Szerv ; Organon.

Szövet, Gewebe.

Szöveti, histologisch.

Szövettan, Histologie.

Takhártya, membrana mucosa.

Takony, Nasenschleim.

Taraj, kakas ; crista galli.

Ütér, Arterie.

Véghólyagcsa ; Endbläschen.

Visszér ; Vene.

Visszéröböl ; Venensinus.

Víz, lepárolt ; destillirtes Wasser.

Zsírszerű átalakulás ; fettige Degeneration.

Zsírszerűn átalakult ; fettig degenerirt.

A HALANDÓSÁGI TÁBLÁZATOK KÉSZÍTÉSE A NÉPSZÁMÍTÁSI ADATOKBÓL.

SZÉKFOGLALÓ DEC. [10. 1860.

WENINGER VINCZE LT.

A mennyiségtan és a természettudományok kifejlésének számos a közjólét növelésére célzó intézet köszöni keletkezését. — A nagy vasúti hálózatok és csatornák egyesülten a tengereken és folyókon száguldozó gőzhajókkal, az emberi nem különböző fajait és népeit egy a művelődésben is egészet képző családdá egyesítik. Ipar és kereskedelem által a művészet és irodalom minden ága szellemi is anyagi támpontot nyer, miután a nép különböző osztályai közé is behatván, nem marad csak egyes kisebb osztályok tulajdona.

Vajjon hol történik több a tudomány és művészet felvirágoztatására, mint azon népeknél, melyek az ipar és kereskedelem terén is elsők. A szellemi erő és képesség egyaránt mutatkozik a tudomány, művészet, ipar és kereskedelem mezején.

Hogy mennyit köszönhet e tekintetben az emberiség a mennyiségtannak és természettudományoknak, hogy mennyire működtek ezek közre, a föld népeit századunk nagy eszméinek felfogására ha csak közvetve is előkészíteni, mennyire segíték elő a természet törvényeinek nemcsak ismeretét, hanem számbavételét is, és mennyi balítéletet oszlattak el, azt csak az képes felfogni, ki e tudományok roppant haladását, melyet azok a lefolyt évszázadban tettek, némileg ismeri.

A mennyiségtannak egyik kitűnő feladata elméleteit a gyakorlati életben alkalmazni és az észleletet vagy tapasztalást a természet törvényeinek kipuhatolásában gyámolítani. Ezen oknál fogva napról napra fontosabb szerep jut a mennyiségtannak, és a természettudományok körén kívül is mindinkább nagyobb tér nyílik előtte.

Azon vállalatok között, melyek az ipar és kereskedelem gyámolítására az utolsó időkben keletkeztek, bizonyára nem

utolsó helyet foglalnak el a biztosító társulatok. Ha a biztosítás eszméje általában, nemzetgazdasági szempontból véve, mindenki figyelmét megérdemli, humanistikus tekintetben annak egyik ága az életbiztosítás mennyivel inkább követelheti ezt!

Egy vállalat, mely sociális alapon, humanus célok felé törekszik, mely filléreket gyűjt, hogy egykoron a hátramaradt özvegyeknek és árváknak a mindennapi kenyér megszerzését lehetőségessé tegye; egy vállalat, melynek működése következtében az ifjú és teremtő erő nem kénytelen aggodalommal tekinteni azon időre, midőn az emberiség szolgálatában megöszült fő gyakran nem talál helyet a hol azt gond nélkül lehajtsa; egy vállalat, mely a szétszórt parányi erők egyesítése által az emberi nem egy kötelességének eleget tenni a lehetőséget megszerzi: — mindenestre megérdemli, hogy a tudomány, valamint a gyakorlat embere, egyaránt szolgálatjára készek legyenek.

Az, ki fel tudja fogni, hogy mily érzéssel adja át a család a földnek az ő fentartóját, midőn a szeretett férj vagy atya vesztésén kívül az életfentartás és a gyermek-nevelés gondjai is felmerülnek, midőn gyakran a hátramaradt árvák a sors szeszélyének vannak átengedve, értheti, hogy e téren működni, az embernek és tudománynak egyaránt nemes feladat, sőt szent kötelesség.

Ha azonban nem csak az életbiztosítás eredményét, hanem egyszersmind a befolyást is tekintjük, melyet az a családi életre gyakorol, lehetetlen, hogy ez intézetek szószólói ne legyünk.

A biztosítás morális hatalma alatt a család takarékos lesz, rendezett életet visz és az által, hogy a bekövetkező és bekövetkezendő eshetőségekre eleve gondolt, élte nyugodtabb, hivatásában a jövő feletti aggodalom nem emészt fel az atya a férj erejének egy részét, és ha végre az elválás percze ütött, lelke könnyebben válik meg a roskadt testtől, kedveseitől, az egész világtól — mert nem hagy maga után nyomort és inséget!

Az életbiztosítást azonban gyakran, mellőzve annak az alapítók érdekével is egyesíthető nemes feladatát, eszköz gyanánt használták fel, a könnyen hívó és bizalmas közönség ki-

zsákmányolására. De van-e oly szent, nemes, és nagy, a mit egynémely lábbal ne tiporna, a mit az emberi társadalom salakja önzésének fel nem használna? Erre ugyan nálunk is van már példa, de schol sem oly irtózatossá arányban, mint Angliában, az életbiztosítás hazájában.

Számos intézet azonban a hibás alapnak köszöni bukását, ha t. i. a vállalat élén oly egyének állanak, kik az elméletet nem ismerve, azt feleslegesnek állítják, mely ha valahol, úgy épen itt oly elkerülhetlenül szükséges, hogy nélküle alapító és biztosított egyaránt a legnagyobb veszélynek teszi ki vagyónát.

Sajnálattal kell mondanom, hogy az életbiztosítás terén mi csak kezdők vagyunk, akár az elméletet, akár pedig a gyakorlatot tekintjük. Az életbiztosítást hazánkban külföldiek kezdék meg, az elmélet tudományos alapjának fejtegetése irodalmunkban nem található.

Úgy hiszem, hogy most, midőn egy hazai intézet, működését szélesb alapon megkezdi, az életbiztosításra vonatkozó tudományos irodalom is rést törhet magának.

Az, hogy számos intézet bukása a mennyiségtani elvek mellőzésének következménye volt, kívánatossá teszi, hogy minálunk is kellő figyelem fordíttassék ez ágára az alkalmazott mennyiségtannak; és ezen nézetből indulván, választék ez alkalomra egy a politikai számtan körébe való és az életbiztosítást is érdeklő tárgyat, meg levén győződve, miszerint hazánk legfelsőbb tudományos intézete, a közérdeket szem előtt tartva, a mennyiségtannak e téreni üdvös alkalmazását figyelemre fogja méltatni.

A lefolyt évszázadban a díjak számítására nézve minden szükségelt képletek lehozattak, sőt már az eszme megpendítésekor a matematikusok közreműködése nem hiányzott. Így történt, hogy a dijszámításra nézve kevés tenni való maradt hátra, az elv most is ugyanaz, és csak a módszer változott. Az első perctől fogva oly alaposan tárgyaltattak e számítások, hogy a régibb dolgozatok most is nagy becsben állanak. Nem is lehet ez másképp, midőn a munkálatokban oly jeles matematikusok vettek részt mint: Halley, Laplace, Euler, Gauss, de Moivre, Tettens, Mayer, Simpson, Davies,

Littrow sat. legújabb időkben pedig Reboult, Chisholm, Haym, Jahn sat.

Mindezen első rangú csillagai a mennyiségtannak azonban, mint mondtam, inkább a díjszámítás elveinek elrendezésével foglalkoztak; a halandósági táblázatok készítése és megbírálása még akkor kevés figyelemre talált. — A használt halandósági táblázat pedig, mint fő factora a díjnak, oly lényeges befolyást gyakorol, hogy a díjtartalék biztossága csak pusztán ettől függ.

Mint tudva van, Halley készíté az első halandósági táblázatot, és pedig egyedül halálozási adatokból. Ezen több oknál fogva hibás eljárás némi javításokban részesült Euler de Moivre és Tellkamp által.

Ha azonban ezen kiegyenlítési módokat vizsgáljuk, azt fogjuk találni, hogy ez úton a táblázatban levő élők számát csak arányosan emelék, az életvalószínűségi tényezők pedig ugyanazok maradtak.

Az újabb kor matematikusai szükségesnek látták, a halandósági táblázatok eddigi készítés módját mellőzni, és egy más módhoz nyúlni, mely az elméletnek és így a halandóság valódi törvényének inkább megfelelő eredményt nyújt.

A halandósági táblázatok készítmódja az adatok forrása szerint háromféle, ugyanis

1-ör. Készíthetjük azt valamely életbiztosító társulatnak az ember életére vonatkozó adataiból. Ezen táblázat igen helyes lehet, mert az adatok pontosak és több évekre terjednek, mi által a netalán előforduló ingadozások által okozott eltérések kiegyenlíthetők. Ez úton azonban oly halandósági táblázat származik, mely a halandóságot kiválogatott egészséges egyének között mutatja, és így nem általános. Az ezen esetben végbeviendő számítások rendezése már eléggé ismert Heym és Fischer jeles munkáiból.

2-or. Népszámításokból is lehet halandósági táblázatot szerkeszteni, ha az évenkénti halálozási eseteket is ismerjük. — Davies és Morgan először fejtettek ki e végre képleteket, melyek azonban a zón hibás feltétele alapszanak, hogy a lakosság száma állandó; midőn pedig később ezt belátván, javításokat tettek, az egyes korszakokban az elhalást számítani

haladást rendezék. Ennek következtében ezen eljárás sem helyeselhető, és arra indított, egy képletet kifejteni, mely egyszerűsrimd ki fogja mutatni, hogy mimódon rendezendő a népszámitás a végre, hogy abból helyes halandósági táblázatot szerkeszthessünk.

Az Austriában valamint egyébütt rendezett népszámlálások az élöket nem minden egyes korév szerint, hanem osztályokba egyesítve tartalmazzák. Ezen korosztályok többnyire öt-öt évre terjednek. Azonkívül megszerezhető még az elhaltak száma évről-évre, és pedig minden egyes korév szerint elválasztva.

A még ismeretlen halandósági táblázat előinek számát az egyes korévek szerint nevezzük

$$L_0, L_1, L_2, \dots \text{nek}$$

akkor az életvalószínűségi tényezők egy évről a másikra

$${}^0\alpha_1 = \frac{L_1}{L_0}, {}^1\alpha_2 = \frac{L_2}{L_1}, {}^2\alpha_3 = \frac{L_3}{L_2} \dots \dots \text{sat.}$$

Az első népszámitás eredményeit nevezzük:

$$\begin{aligned} j_1 + j_2 + j_3 + j_4 + j_5 &= M_1 \\ j_6 + j_7 + \dots + j_{10} &= M_6 \end{aligned}$$

$$,l_{91} + ,l_{92} + \dots ,l_{95} = ,M_{91}$$

hol az elül álló jel (,) az első népszámítás alatt élők számát jelenti, a hátulsó alantabb álló szám pedig a korévet mutatja.

Öt évre az első népszámitás után ismét egy számitás történnén, az eredmények :

$$\begin{array}{ccccccccc} 2^1_1 & + & 2^1_2 & + & 2^1_3 & + & 2^1_4 & + & 2^1_5 & = & 2^1 M_1 \\ \hline 2^2_1 & + & 2^2_2 & + & 2^2_3 & + & 2^2_4 & + & 2^2_5 & = & 2^2 M_2 \end{array} \quad \text{sat.}$$

mely új számítás eredményei már nem tartalmazhatják ugyanazon élők számát.

Minthogy az elhaltak évről-évre feljegyeztetnek, és pedig minden egyes korév szerint elválasztva: így azok tudva levők, minél fogva a 20—25 évesekre nézve következő adatokat bírunk:

1-ső év (együttal 21 — 22 — 23 — 24 — 25 éves elhalt :
népszámítás is
történik.)

	$,t_{21}$	$,t_{22}$	$,t_{23}$	$,t_{24}$	$,t_{25}$
2-ik év	$,,t_{21}$	$,,t_{22}$	$,,t_{23}$	$,,t_{24}$	$,,t_{25}$
3 " "	$,,,t_{21}$	$,,,t_{22}$	$,,,t_{23}$	$,,,t_{24}$	$,,,t_{25}$
4 " "	$,,,,t_{21}$	$,,,,t_{22}$	$,,,,t_{23}$	$,,,,t_{24}$	$,,,,t_{25}$
5 " "	$,,,,,t_{21}$	$,,,,,t_{22}$	$,,,,,t_{23}$	$,,,,,t_{24}$	$,,,,,t_{25}$
6 " "	$,,,,,,t_{21}$	$,,,,,,t_{22}$	$,,,,,,t_{23}$	$,,,,,,t_{24}$	$,,,,,,t_{25}$

(a második népszámítással)

Az első évben élő 21 évesek

22 éves lesz $= ,l_{21} - ,t_{21}$ és így

$${}_{21}\alpha_{22} = \frac{,l_{21} - ,t_{21}}{1\,l_{21}}$$

23 éves $= ,l_{21} - (,t_{21} + ,,t_{22})$ a miből

$${}_{22}\alpha_{23} = \frac{,l_{21} - (,t_{21} + ,,t_{22})}{,l_{21} - ,t_{21}}$$

24 éves lesz $= ,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,t_{23})$ a miből

$${}_{23}\alpha_{24} = \frac{,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,t_{23})}{,l_{21} - (,t_{21} + ,,t_{22})}$$

25 éves lesz $= ,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,,,t_{24})$ a miből

$${}_{24}\alpha_{25} = \frac{,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,,,t_{24})}{,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,,,t_{23})}$$

26 éves lesz $= ,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,,,,t_{25})$ a miből

$${}_{25}\alpha_{26} = \frac{,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,,,,t_{25})}{,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,,,,t_{24})}$$

I.

Az I. alatti képletek az ismert t számokon kívül még $,l_{21}$ -et tartalmazzák, melyet miután közvetlenül nem bírunk, más módon kell meghatározni. E végre a következő arányok helyes volta könnyen érthető :

$$,l_{22} : ,t_{22} = (,l_{21} - ,t_{21}) : ,,t_{22} \text{ ebből } ,l_{22} = \frac{,t_{22}(,l_{21} - ,t_{21})}{,,t_{22}}$$

szintoly módon erednek :

$$\begin{aligned} ,l_{23} &= \frac{,t_{23}}{,,,t_{23}} (,l_{21} - (,t_{21} + ,,t_{22})); ,l_{24} = \\ &= \frac{,t_{24}}{,,,,t_{24}} (,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,t_{23})); \end{aligned}$$

$$,l_{25} = \frac{,t_{25}}{,,,,,t_{25}} (,l_{21} - (,t_{21} + \dots ,,,,,t_{24}))$$

$M_{21} = l_{21} + l_{22} + \dots l_{25}$ lévén, ez egyenletbe $l_{21}, l_{22}, l_{23} \dots$ értékeit helyettesítve, és l_{21} értékét kifejtve, származik :

$$l_{21} = \frac{M_{21} + \left(\frac{t_{22}}{t_{22}} T_{21} + \dots - \frac{t_{25}}{t_{25}} T_{24} \right)}{1 + \frac{t_{22}}{t_{22}} + \dots + \frac{t_{25}}{t_{25}}}$$

hol

$$T_{22} = t_{21} + t_{22}; T_{23} = t_{21} + t_{22} + t_{23}$$

Ha már most l_{21} értékét ezen módon kitudtuk, vagy pedig a 21 évesek közvetlenül összeszámítottak : akkor az I. alatti képletek segítségével könnyű leendő ${}_{21}a_{22}, {}_{22}a_{23}, {}_{23}a_{24} \dots$ értékeit kipuhatolni.

${}_{21}a_{22}$ tényezőre nézve ez úton egy érték ered,

${}_{22}a_{23}$ " " " két " "

${}_{23}a_{24}$ " " " három " "

mert például ${}_{23}a_{24}$ -re nézve áll előbbi képleteink szerint :

$$\begin{aligned} {}_{23}a_{24} &= \frac{l_{23} - t_{33}}{l_{23}} \\ {}_{23}a_{24} &= \frac{l_{22} - (t_{22} - t_{23})}{l_{22} - t_{22}} \\ {}_{23}a_{24} &= \frac{l_{21} - T_{23}}{l_{21} - T_{22}} \end{aligned}$$

Az e módon nyert egynemű a tényezők különböző értékeiből a közepszerest vehetjük, vagy pedig a kiegyenlítést a legkisebb négyzetek elmélete szerint végrehajtjuk, oly módon, mint azt Fischer azon esetben teszi, midőn az a tényezőket az életbiztosító társulatok adataiból meghatározza, azon egy különbséggel, hogy a súlyegyenlítés itt a halottak számával viendő végbe. Az e tekintetben még szükséges vizsgálódásokról más alkalommal leszek bátor különösen értekezni.

Az épen kifejtett módon kell minden korosztálynál eljárni, és így azután a minden értékei meg lesznek határozva.

a értékeiből már most a halandósági táblázatot következő módon szerkesztjük :

Először is felvesszünk az újszülöttek részére egy tetszés szerinti számot, mely többnyire a 10-nek valamely hatványa, például 10000, és táblázatunk leendő :

$$\begin{array}{lll}
 L_0 = 10000 & \text{ezekből az évben elhal} & T_0 = L_0 - L_1 \\
 L_1 = L_0 \cdot \alpha_1 & " & T_1 = L_1 - L_2 \\
 L_2 = L_1 \cdot \alpha_2 & " & T_2 = L_2 - L_3 \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 L_n = L_{n-1} \cdot \alpha_n & " & T_n = L_n - L_{n+1} \text{ sat.}
 \end{array}$$

Ezen elméletből kitűnik, miszerint azon halandósági táblázatok, melyekkel oly gyakran a mennyiségtan elemeit sem-értő egy vagy más egyén fellép, semmi hitellel sem bírnak.

A kifejtett elmélet továbbá útmutatást ad arra nézve, hogy mily statistikai adatokra van szükségünk, népszámítások alapján a mennyire csak lehetséges helyes táblázat készítésére; ugyanis

a) A népszámítás, a mennyire csak lehet, néhány nap alatt történjék az egész országban vagy vidéken, és pedig a naptári év legelső vagy legvégső napjaiban.

b) A megfelelő korosztályokba ifjabb vagy idősb egyén be ne iktattassék, mint a mely abba tartozik.

c) Szükséges, hogy az elhaltak száma évről-évre feljegyzetessék, és pedig az egyes korévek szerint elválasztva. Ezen feljegyzésekre nézve a statistikai év a népszámítás napján kezdődik.

d) Kíváncsi végre, hogy a népszámításoknál minél kisebb korosztályok képeztessenek; annál könnyebb leendő α tényező részére gyorsan pontos értékeket szerezni.

Vége még lehetséges leendő a közben fekvő α tényezők meghatározására Makham képletét felhasználni.

Hátra van még a halandósági táblázat készítésének egy harmadik módjáról szólni, mely ugyan a legpontosabb eredményre vezethet, de megkívánja, hogy a kellő adatok gyűjtésére nézve a közreműködés általános legyen. Ezen mód abban áll, hogy egy jelentékeny számú egyénekből álló társaságban az elhalási eseteket figyelemmel kísérjük. E módon a legigazabb eredményekre jutunk, a kivétel lehetősége pedig a tek. akademiától függ,

Mint tudom, a tek. Akademia köréből egy statistikai bizottság alakult, melynek teendői közé bizonyára a népességre vonatkozó adatok gyűjtése is tartozik. Hogy mimódon

lehetne a bizottmány által a kitűzött czélt elérni, a tek. Akademia engedelmével röviden fel akaron említni.

A tek. bizottmány felszólítást bocsát közre, hogy azok, kik e tárgy iránt érdekel viseltetnek, és a kiknek az efféle adatok gyűjtésére leginkább alkalmuk van (papok, néptanítók, jegyzők, orvosok sat.) készítenének el egy kimutatást, melybe a körükben levő élő iemerős egyének kor- nem- és hivatásbeli különbség nélkül beiktatandók. Ezen kimutatásban minden egyes egyénnél ki legyen téve a születés napja, az összeírás pedig csak oly egyénekre terjesztessék ki, kikről a gyűjtő később képes leendő magának tudomást szerezni a hogy- és hollét felett. Ezen kimutatások ugyanazon egy napon mindenhol befejeztessenek, és egy példányban a bizottmánynak beküldendők; egy példány a gyűjtőnél marad.

A következő statistikai év első napján az illető gyűjtők a kezeikben levő jegyzéket előveszik, és tudósítandják a bizottmányt, hogy a jegyzék egyéneiből ki halt meg és mikor, valamint új egyének is bejegyeztetnek.

Ez úton néhány év alatt oly halandósági táblázatra tehetnénk szert, a minővel a többi Európa sem bír; mert ily czélok eléréséhez oly közreműködésre nem számíthat semmi nemű tudományos intézet, mint épen csak akademiánk, melyet egy egész nemzet szellemileg és anyagilag támogatni legfőbb kötelességei közé soroz.

A HÁROMSZÖG HATÁROZATLAN TERÜLETÉRŐL.

OLV. DEC. 10-én 1860.

GYÓRY SÁNDOR RT.

Ha valamely háromszögben két oldal, (melyeket nevezünk α , β -nak, az általellenben eső szegleteket illetőleg A, B-nek), és az egyik oldallal általellenben eső szeglet adatik:

akár a harmadik oldalt γ , akár a háromszög területét keressük, a háromszögméreti feloldás mindkettőre nézve határozatlan. Ugyanis, ha például β oldal s a neki megfelelő B szöglet adva van, leszen a másik oldalnak $= \alpha$ megfelelő A szögletre nézve :

$$\sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \quad \text{következőleg} \quad \gamma = \frac{\beta \sin(A+B)}{\sin B}$$

Úgyde, mivel minden Sinusnak két különböző szegelet, egyik $A < 90^\circ$, másik $A > 90^\circ$ felelhet meg, innét látnivaló, hogy A szögletnek két értéke lehet, ehez képest γ -nak ismét kettő, s ezen határozatlanság általmegy a területre is, mivel γ a neki megfelelő magassággal $\alpha \sin B$ -vel sokszoroztatván, a kétszeres területet $= 2T$ adja, mihez képest

$2T = \alpha \beta \sin(A+B)$ az A-nak kétféle értékéhez képest hasonlóan kétértékű.

Ezen határozatlanság miatt, némely tankönyvekben az ide tartozó feladatok megfejtései, mint határozatlanok, egészen mellőztetnek; másokban pedig határozott esetre vonva, csak igen megszorított számú esetekre alkalmazható alakban jönnek elő. A mi kétségen kívül nem csak nagy hiányt okoz, hanem az iránt is bizonytalanságban hagy bennünket, hogy hát a határozatlan esetekben is csakugyan tettelegesen végrehajtható feloldások mire valók? s mit tegyünk velők? Ezen kívül, minthogy akármi adott háromszögnek sem kétféle értékű harmadik oldala, sem kétféle különböző tartalma csakugyan nem lehet: úgy látszhatik, mintha a háromszögmérési számítások ellenkezésbe jönnének a mértan alaptételeivel; a mi ha egy esetben megtörténhetik, miért nem történhetnék más esetekben is? Ezen körülmények mindenestre felvilágosítást érdemelnek.

Burg (l. Conpendium der höheren Mathematik, Bécs 1836. 29-ik lap) a következő lehozatokat teszi. Ezen általános egyenletet :

$$\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - 2\alpha\gamma \cos B$$

γ -ra következőképen lehet feloldani :

$$\beta^2 - \alpha^2 = \gamma^2 - 2\alpha\gamma \sqrt{1 - \sin^2 B} \quad \text{azaz :}$$

$$\beta^2 - \alpha^2 = \gamma^2 - 2\sqrt{(\alpha^2 - \alpha^2 \sin^2 B)}. \quad \gamma, \text{ honnét}$$

$$\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2 = \gamma^2 - 2\sqrt{(\alpha^2 - \alpha^2 \sin B^2)} \cdot \gamma + \alpha^2 - \alpha^2 \sin B^2$$

$$\sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2)} = \gamma - \alpha \sqrt{(1 - \sin B^2)} = \gamma - \alpha \cos B,$$

$$\text{tehát: } \gamma = \alpha \cos B \pm \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2)} - \text{ből}$$

$$T = \frac{1}{2} \alpha \sin B [\alpha \cos B \pm \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2)}]$$

Határozott esetben: ha $\beta > \alpha$

$$\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2 > \alpha^2 - \alpha^2 \sin B^2 = \alpha^2 \cos B^2 \text{ következöleg:}$$

$\sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2)} > \alpha \cos B$. Mivel tehát a területnek T állítónak kell lenni, a gyökjérjegy alá foglalt mennyiséget szükségképen csak állítónak kell vennünk.

Határozatlan esetben pedig, ha $\beta < \alpha$ leszen $\sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2)} < \alpha \cos B$, minél fogva a gyökjérmennyiséget egyiránt állítónak is, tagadónak is vehetjük, a nélkül, hogy T tagadóvá válnék; mikhez képest T -nek két különböző értékei leendének, melyek két különböző háromszögnek felelnek meg.

Ezekben tehát a határozott eset az által igazoltatik, hogy a terület tagadó nem lehet. Úgyde ezen állítás épen előbocsátott lehozatalainknak mond ellene, melyek szerint mind állító mind tagadó lehet. Mert ha megengedjük, hogy γ -nak két lehető értéke van, állító és tagadó, s a γ tagadó értékét állító magassággal sokszorozzuk: akkor szükségképen tagadó területnek kell származni. Sőt ha a területnek szükségképen állítónak kellene is lenni, akkor is csak az következének belőle, hogy a tagadó γ -nak tagadó magasság felel meg, s a két tagadó egymással szoroztatván, állító területet fog adni.

Továbbá, felesleges a γ értékét második fokú egyenlet feloldásából keresni, holott azt közvetlenül tudjuk $\gamma = \alpha \cos B$

$$+ \beta \cos A = \alpha \cos B + \beta \sqrt{(1 - \sin A^2)}, \text{ úgyde } \sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \text{ hon-$$

$$\text{nét: } \beta \sqrt{(1 - \sin A^2)} = \beta \frac{\sqrt{1 - \alpha^2 \sin B^2}}{\beta^2} = \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2)}, \text{ me-}$$

lyekből $\gamma = \alpha \cos B + \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin B^2)}$ ugyanaz, a mit különben tekervényesebb úton a második fokú egyenlet feloldásából találtunk.

Sőt ha az első fokú egyenlet mellőztével, egyenesen a második fokú egyenlet feloldására alapítjuk okoskodásainkat, úgy látszik, készakartva hozunk be határozatlanságot. Mert az

első fokú egyenletnek csak egy gyökere van, a második fokúnak pedig mindenestre kettő.

S valóban egészen más értelmök van, ezen két különféle egyenleteknek :

$$1) \gamma = \alpha \cos B + \beta \cos A$$

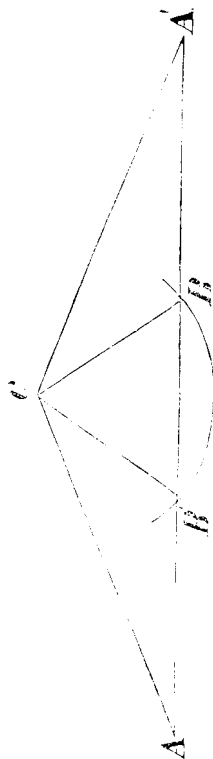
$$2) \gamma = \alpha \cos B + \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin^2 B)}. \text{ Mert, az :}$$

1)-ben, ha minden feltételező mennyiségek meg vannak határozva, γ -nak kétségtelenül csak egy értéke lehet; és mivel γ állító, ha $A > 90^\circ$, akkor $\alpha \cos B$ -nek nagyobbnak kell lenni $\beta \cos A$ -nál. Ellenben a

2)-ből ilyen határozott következtetéseket egyáltalában nem lehet vonni. Mert ha ebben minden feltételező mennyiséget meghatározunk is, a γ -nak nem csak az, hogy mindig kétféle értéke leend, sőt az is lehető, hogy egyik értéke állító, a másik tagadó legyen. Ezen utóbbi tudniillik határozatlanná vált az által, hogy belőle $\cos A$ -t kiejtettük, s csak ennek következtében vált két értékűvé.

Hogy tehát a szóban forgó különöséget felvilágosíthassuk, vissza kell mennünk a mértani alapelvekre, s ki kell mutatnunk, hogy háromszögmérési feloldásaink határozatlansága azoknak szükséges következménye, a hol ellenben a mértani alapelvek határozott esetre mutatnak, ottan a háromszögmérési feloldás is határozott.

Mértani alapelvek szerint, ha két oldal és egy átaellenben eső szeglet egyenlő, két háromszög egyenlőségét csak azon esetben lehet megmutatni, ha a nagyobbik oldal és az annak megfelelő szeglet egyenlők. Más esetben, ha a kisebbik oldallal átaellenben eső szeglet van adva, más háromszöget is mutathatunk elő, mely az adottal nem egyenlő. Például az ide mellékelt képen



Ha az AC és BC oldalak és a kisebbikkel általellenben levő A szegület van adva, CB vonalat által vihetjük B'Cbe s ekkor is $B'C=BC$ és B'C ugyanazon A szegületnek tétetik általellenébe, mindazonáltal az ACB' és ACB háromszögek nem lehetnek egyenlők.

De ha a nagyobbik oldal AC és annak általellenében eső B szegület van adva, az AC-ét akkor is általtehetjük ugyan CA'-ba, de akkor az A'C oldálnak nem az adott B szegület hanem $180^\circ - B$ tétetik általellenébe, s más háromszög, mely az adott feltételeknek eleget tegyen, nem létezhetik, mint vagy maga az ABC vagy a mi ABC-vel tökéletesen egyenlő.

Ugyaneze n esetek adják elő magokat a háromszögek feloldásában is mikor két oldal és valamelyik oldálnak általellenben eső szegület van adva.

Mellőzvéne azon esetet, midőn mind a két adott oldal egyenlő, mely nem ide tartozik, mi vel akkor egyszersmind a két egyenlő oldallal általellenben eső szegletek is egyenlők levén, nem egy, hanem két általellenben eső szegletek adatnak; még ezenkívül két különböző esetet kell megkülönböztetnünk, *egyik*: ha a nagyobbik oldal s a vele általellenben eső szegület $\beta > \alpha$ és B; *másik*: ha a kisebbik oldal és a vele általellenben eső szegület $\beta < \alpha$ és B van adva.

1). Ha $\beta > \alpha$ és B adatnak, melyből egyszersmind tudva van, hogy $B > A$ mivel nagyobb oldálnak nagyobb szegület felel meg: ebben ismét két különösebb eset foglaltatik: a) $B > 90^\circ$, b) $B < 90^\circ$; melyeknek következtében a harmadik szeglet C-vel jelöltetvén,

a). Ha $B > 90^\circ$, leszen: $A + C < 90^\circ$; $A < 90^\circ - C$; tehát: C-nek akármi felvétethető értékével mindenkor $A < 90^\circ$.

b). Ha $B < 90^\circ$. S mivel az adott kisebbik oldálnak (α) egyszersmind kisebb A szegület tétetik ellenébe, ugyanekkor: $A < B$

Úgyde: $A + B + C = 180^\circ$, tehát B-ért A-t helyettesztvén:

$$2A + C < 180^\circ; A < \frac{180 - C}{2}; \text{következőleg ekkor is}$$

C-nek akármi felvétethető értékével: $A < 90^\circ$,

azaz: első esetben, midőn $\beta > \alpha$, általánosan $A > 90^\circ$.

Mínthogy tehát ezen esetben $A > 90^\circ$ -nak határozottan

csak egy Sinusa lehet, vagyis a kitalált Sinusnak megfelelő szegletet határozottan mindig 90° -nál kisebbnek kell venni, ezen esetnek megoldása a háromszögmérésben is *határozott eset*.

2). $\beta < \alpha$, következöleg $B < A$; ezen esetben, mivel

$A + B + C = 180^\circ$, B helyett A-t tevén:

$$2A + C > 180^\circ, A > \frac{180^\circ - C}{2}$$

Innét látnivalóképen $\alpha > \beta$ mint meghatározott adatok változatlanul maradván, bármi kis értéket adjunk is C-nek mindenkor $A > 90^\circ$. Ha pedig ezentúl α -t nevedni gondoljuk, mi által ezen feltételnek $\alpha > \beta$ ekkor is elég tétetik, ezzel együtt A is folyvást fog nevedni.

Viszont, ha $\alpha > \beta$ -át a magok meghatározott, egyébiránt akármi felvétethető értékeikben meghagyjuk is, s akármi értéke lett legyen ezekhez képest A-nak: mindezek mellett is a C-nek folytonos nevedésével az A-nak értéke folytonosan fog fogyni.

Melyeknek következtében A szeglet a maga növekedésével csak a 180° fokot, fogyásával csak a 0 határt nem érhetvén el, e kettő között akármi értéket kisebbet és nagyobbbat 90° -nál egyiránt felvehet.

Mivel tehát azt, hogy A nagyobb-e vagy kisebb 90° -nál, azon esetben, ha $\beta < \alpha$ és a B szeglet adatik, ezen adatokból meg nem határozhatjuk: látnivaló, hogy ezen esetnek valamint mértanilag, úgy a háromszögmérési feloldásokban is határozatlannak kell lenni.

Mindezek pedig, a miket eddig mondottunk a háromszögmérési kitételekben is ben foglaltatnak.

$$1). \gamma = \frac{\beta \sin(A+B)}{\sin B}$$

a). E szerint mivel két szegletnek $(A+B)$ öszvete nem lehet nagyobb 180° -nál, látnivaló hogy γ -nak mindig állítónak kell lenni.

b). Mivel a háromszögben két szeglet öszvetének szükségképen 180° -nál kisebbnek kell lenni, ha egyenletünkbe A helyett annak másik megfelelő értékét $A' > 90^\circ = 180^\circ - A$ helyetteszük, leszen $A' + B = 180^\circ + B - A$; ha tehát $\beta > \alpha$ s ehez

képest $B > A$, látnivaló, hogy a háromszög szerkezetével ellenkezőleg $A' + B$ -nek nagyobbnak kellene lenni 180° -nál. Ez esetben tehát elébbeni megmutatásainkkal egyezően A -nak határozottan kisebbnek kell lenni 90° -nál.

c). Ellenben ha $\beta < \alpha$ s ahhoz képest egyszersmind $B < A$; A helyett $A' > 90^\circ = (180^\circ - A)$ tévén, leszen $A' + B = 180^\circ + B - A$, s mivel $B - A$ tagadó mindenkor kisebb 180° -nál; következőleg mind a két eset lehető, az is ha A -t 90° -nál kisebbnek, az is ha A -t 90° -nál nagyobbak $= (180^\circ - A)$ -nak tesszük.

$$2) \gamma = \alpha \cos B + \beta \cos A$$

Ebben $\beta \cos A \pm$ jegyet vehet fel, a szerint a mint A -t kisebbnek vagy nagyobbak vesszük 90° -nál. Hogy tehát 2) szám alatti egyenletünk ellenkezésbe ne jöjjön s nem is jöhet az 1 sz. alattival $A > 90^\circ$ értékével, $-\beta \cos A$ csak akkor lehető midőn $\alpha \cos B > \beta \cos A$. A mit egyébiránt közvetlenül is láthatni, mivel az állító γ -nak tagadó értéke semmi esetre sem lehet Ugyde:

$$\sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta}, \text{ honnét } \cos A = \sqrt{\frac{1 - \alpha^2 \sin^2 B}{\beta^2}}$$

tehát: $\beta \cos A = \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2 \sin^2 B)}$. Már pedig nyilván van, hogy ha $\beta > \alpha$, akkor egyszersmind $\beta^2 - \alpha^2 \sin^2 B > \alpha^2 - \alpha^2 \sin^2 B = \alpha^2 \sqrt{1 - \sin^2 B} = \alpha \cos B$ azaz: $\alpha \cos B < \beta \cos A$. Ez esetben tehát A -nak mindig határozottan csak egy $A < 90^\circ$ értéke lévén, a megoldásnak is határozottnak kell lenni.

c) Ha $\beta < \alpha$, ugyanezen megmutatások következtében $\sqrt{(\alpha^2 - \alpha^2 \sin^2 B)} = \alpha \cos B > \sqrt{(\beta^2 - \beta^2 \sin^2 B)} = \beta \cos A$, azaz $\alpha \cos B > \beta \cos A$. Miknél fogva ez esetben $\beta \cos A$ mind állító mind tagadó értéket vehet fel, a nélkül hogy γ tagadóvá válnék, s ehez képest A -nak 90° -nál mind kisebb mind nagyobb értéke lehető lévén, ezen eset határozatlan.

A területekről nem szükség különösebben szólni, mivel azoknak határozott vagy határozatlan volta, egyáltalában a γ -nak határozott volta, vagy határozatlansága által feltételeztetik.

Példák. I. Határozott esetben. Legyen:

$$1) \beta > \alpha; \beta = 4222,09; B = 47^\circ; \alpha = 2886,48;$$

$$\sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \text{ --ből } A < 90^\circ = 30^\circ; A > 90^\circ = 150^\circ;$$

innét azonnal láthatjuk, hogy A-nak 90° -nál nagyobb értékére

$$A+B=197 > 180^\circ \text{ nem lehet.}$$

$$\text{Hasonlag } \gamma = \alpha \cos B + \beta \cos A \text{ --ból}$$

$$\alpha \cos B = 1968,55 < \beta \cos A = 3656,45,$$

tehát $A > 90^\circ$ e szerint sem lehet.

Azért is A-nak egyedül lehető $A=30^\circ$ értékével :

$$\text{Log } \alpha = 3,4603686$$

$$\text{Log } \beta = 3,6255261$$

$$\text{Log sin } (A+B) = 9,9887239$$

$$\text{Log } 2 T = 7,0746186$$

$$2) \beta > \alpha; \beta = 5625,00; B = 103^\circ; \alpha = 4222,09$$

$$\sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \text{ --ből } A < 90^\circ = 47^\circ; A > 90^\circ = 133^\circ$$

$$A+B=103+47 \text{ lehet, } A+B=103^\circ+133^\circ \text{ nem lehet.}$$

$$\text{Hasonlag } \alpha \cos B = -951,07 < \beta \cos A = 3836,24$$

$A > 90^\circ$ e szerint sem lehet. Tehát :

A-nak egyedül lehető $A=47^\circ$ értékével :

$$\text{Log } \alpha = 3,6255261$$

$$\text{Log } \beta = 3,7501225$$

$$\text{Log sin } (A+B) = 9,6989700$$

$$\text{Log } 2 T = 7,0746186$$

$$3) \beta > \alpha; \beta = 5625,00; B = 103^\circ; \alpha = 2886,48$$

$$\sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \text{ --ből } A < 90^\circ = 30^\circ; A > 90^\circ = 150^\circ$$

$$A+B=103^\circ+30^\circ \text{ lehet, } A+B=103^\circ+150^\circ \text{ nem lehet.}$$

$$\text{Hasonlag } \alpha \cos B = 649,32 < \beta \cos A = 4222,08$$

$A > 90^\circ$ e szerint sem lehet, következésképpen :

A-nak egyedül lehető $A=30^\circ$ értékével :

$$\text{Log } \alpha = 3,4603686$$

$$\text{Log } \beta = 3,7501225$$

$$\text{Log sin } (A+B) = 9,8641275$$

$$\text{Log } 2 T = 7,0746186$$

Határozatlan esetben

$$1) \beta < \alpha; \beta = 4222,09; B = 47^\circ; \alpha = 5625,00$$

$$\sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \text{ --ből } A < 90^\circ = 77^\circ; A > 90^\circ = 133^\circ$$

$$A+B=77^{\circ}+47^{\circ}=124^{\circ}; A+B=103^{\circ}+47^{\circ}=150^{\circ};$$

mindenik lehető.

$$\text{Hasonlag: } \alpha \cos B = 3836,44 > \beta \cos A = 949,76,$$

e szerint is mindenik lehető.

$\text{Log } \alpha = 3,7501225$	$\text{Log } \alpha = 3,7501225$
$\text{Log } \beta = 3,6255261$	$\text{Log } \beta = 3,6255261$
$\text{Log sin}(A+B) = 9,9185742$	$\text{Log sin}(A+B) = 9,6989700$
$\text{Log } 2T = 7,2942228$	$\text{Log } 2T = 7,0746186$

$$2) \beta > \alpha; \beta = 2886,48; B = 30^{\circ}; \alpha = 4222,09$$

$$\sin A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \text{ -ből } A < 90^{\circ} = 47^{\circ}; A < 90^{\circ} = 133^{\circ}$$

$$A+B=47^{\circ}+30^{\circ}=77^{\circ}; A+B=133^{\circ}+30^{\circ}=163^{\circ};$$

mindenik lehető.

$\text{Log } \alpha = 3,6255261$	$\text{Log } \alpha = 3,6255261$
$\text{Log } \beta = 3,4603686$	$\text{Log } \beta = 3,4603686$
$\text{Log sin } 77^{\circ} = 9,9887239$	$\text{Log sin } 163^{\circ} = 9,4659353$
$\text{Log } 2T = 7,0746186$	$\text{Log } 2T = 6,5518300$

$$3) \beta < \alpha; \beta = 2886,48; B = 30^{\circ}; \alpha = 5625,00$$

$$A = \frac{\alpha \sin B}{\beta} \text{ -ből } A < 90^{\circ} = 77^{\circ}; A > 90^{\circ} = 103^{\circ}$$

$$A+B=77^{\circ}+30^{\circ}=107^{\circ}; A+B=103^{\circ}+30^{\circ}=133^{\circ};$$

mindenik lehető.

$\text{Log } \alpha = 3,7501225$	$\text{Log } \alpha = 3,7501225$
$\text{Log } \beta = 3,4603686$	$\text{Log } \beta = 3,4603686$
$\text{Log sin } 107^{\circ} = 9,9805963$	$\text{Log sin } 133^{\circ} = 9,8641275$
$\text{Log } 2T = 7,1910874$	$\text{Log } 2T = 7,0746186$

S ezen utóbbi példákban látható, hogy a határozatlan esetek kiszámításai felette eltérnek ugyan egymástól; mivel mindazonáltal arra, hogy ezek is határozottak legyenek, nem kívántatik más mint az, hogy tudhassuk ha A azaz a nagyobbik oldalnak állaellenbe tett szöglet nagyobb-e vagy kisebb 90° -nál, s ezt már csak a helyzet ismeretéből is, annál inkább a mértaniszerkezetből melynek ritkán lehetünk híjjával, legtöbbnyire mindig biztosan elítélhetjük; a háromszögmérési feladatok ilyen értelemben mind a harmadik oldal, mind a terület kiszámítására az úgynevezett határozatlan esetekben is biztosan alkalmazhatók.

A KÜLPONTI SZEGLETEK KÖZÉPPONTRA VITELÉRŐL

VAGY :

KÖZÉPPONTOSÍTÁSÁRÓL (CENTRATIO)

ELŐTERJESZTETTE DECEMBER 10. 1861.

GYÖRY SÁNDOR RT.

A szegletek középpontosítása, kivált ha az a tankönyvekben előadott szabályok szerint hajtatik végre, egyike a legfárasztóbb és kellemetlenebb háromszögmérési munkálatoknak. Ugyanis, mindenekelőtt nyolczféle különböző esetet kell megkülönböztetnünk (1. 1. 2. 3. 4. képen) : 1) Ha a háromszögön belől a két szár AB, BC között előre, 2) A felső BC szár irányában előre, 3) Az alsó AB szár folytatásán felül, 4) Az AB szár folytatásának irányában hátra, 5) Az AB és BC szárak folytatásai között hátra, 6) A BC szár folytatásán hátra, 7) A BC folytatásától balra A felé, 8) az AB irányában előre veszünk állomásokat.

Ezek közül egyszerűbb esetekben, midőn valamely szárnak irányában előre vagy hátra állunk csak egy ismeretlen szegletet kell meghatározunk, melyről még azon kérdés marad fent, hogy a' külponti szeglethez hozzá adandó-e vagy belőle kivonandó.

Összetetteb esetekben pedig nem csak az, hogy két ismeretlen szegletet kell meghatározunk, hanem ezen szegletek is vagy mindketten a külponti szeglethez adandók, vagy mindketten belőle kivonandók, vagy az egyik hozzáadandó a másik kivonandó és viszont. Mind ezeket pedig minden egyes esetekben a különféle helyzetek szemmeltartásából kell elítelnünk.

Ezeknek elítélésére szolgál : Hogy ha azon oldalról,

melynek szegletét szemügyeltük, távoznunk kell a közép pont felé, akkor a szemügyelt szegletnek kisebbnek ; ha pedig ugyanazon oldalhoz közelítenünk kell, hogy a közép pontba juthassunk, akkor a középponti szegletnek nagyobbnek kell lenni a szemügyelt szegletnél. Például :

1. *Kép szerint.* Ha az O-ban vettünk állomást ; CO-nak irányában hátra felé menvén az AB vonalig, az ezen pontnak megfelelő szeglet OAB-vel leendő kisebb AOC-nél. Innét ismét a B közép pontra menvén, ezen már eddig is megkisebbedett szeglet, ismét kisebb leendő OCB-vel. Honnét világos, hogy ezen esetben a középponti ABC szegletet úgy találhatjuk fel, ha a szemügyelt AOC szegletből OAB és OCB szegleteket levonjuk, azaz :

$$1) \text{ ABC} = \text{AOC} - \text{OAB} - \text{OCB}.$$

2. *Kép szerint.* O-ból A felé menvén mígnem CB irányába érünk, a szemügyelt szeglet nevedezni fog OCB-vel. Innét B-be menvén, ismét nevedezni fog OAB-vel, tehát :

$$2) \text{ ABC} = \text{AOC} + \text{OAB} + \text{OCB}.$$

3. *Kép szerint.* O-ból A felé nevededik OCB-vel, azután ismét fogy OAB-vel, tehát :

$$3) \text{ ABC} = \text{AOC} - \text{OAB} + \text{OCB}.$$

4. *Kép szerint.* O-ból C felé nevededik OAB-vel ; innét B felé fogy OCB-vel, tehát :

$$4) \text{ ABC} = \text{AOC} + \text{OAB} - \text{OCB}.$$

Az egyszerűbb esetek elítélése ezek szerint még könnyebb lévén, azokat nem szükség különösebben említeni.

Ezek után tehát csak a marad fel, hogy a kérdéselt OAB és OCB szegleteket meg tudjuk határozni. Erre különféle módok lehetnek.

I. Ha a BA vonal irányában valahol M-nél állomást vevén, az OmA és AOm szegleteket, s hasonlólag BC irányában n-nél a COn és CnO szegleteket megmérjük, melyeknek pótlékai 180 fokra lesznek a keresett OAB és OCB szegletek.

Ezen mód említést is alig érdemel, annyival inkább gyakorlatban nem alkalmazható. Mert az OAB és OCB szegleteknek másod perczekig terjedő pontossággal kellene meghatározatni, mindenki tudja pedig, hogy ha az m, O pontok közel

esnek egymáshoz, akkor a szegletmérések néhány első percekben is hibások és bizonytalanok.

II. Ha m -ből AB -re és n -ből BC -re merőleges vonalakat állítunk O -ba, s az mO és nO távolságokat minél pontosabban megmérjük. Azután az AOC háromszöget az A, O, C , pontokból tett szegletmérések szerint feloldván, az AO és CO vonalakat közelítőleg meghatározzuk. Végezetre Cn helyett CO -t, Am helyett AO -t tévén,

$$AO : 1 = mO : \operatorname{tg} OAB, \text{ és } CO : 1 = nO : \operatorname{tg} OCB$$

arányosságokból a kérdéselt szegleteket meghatározzuk.

De a gyakorlatban sokszor fordulhatnak elő esetek, melyekben O -ból láthatjuk ugyan az A és C tárgyakat, de a B -ből, vagy csak az egyiket, vagy egyiket sem. Ilyenkor tehát ismét látnivaló, hogy sem az AB és BC irányában m -nél és n -nél állomást nem vehetünk, sem pedig az mO és nO távolságokat, kivált olyan pontossággal mint kívántatnék, meg nem mérhetjük.

III. Megmérjük az O távolságát a B közép ponttól $OB=r$, és az OB elhajlásának szegletét az AO irányától. Mivel pedig ezen utóbbit például tornyok ablakaiból nem tehetjük, mert e végre az ablakon kívül kellene állomást s onnét a B középpontfelé irányzatot vennünk; e helyett a B -ből O irányában megjegyezzünk valami tárgyat melyet nevezzünk D -nek. Ekkor

1) Ha az (1. Kép) AOD szegletet megmérjük, közvetlenül tudva leszen AOD , melynek kiegészítése 180 fokra leszen $\angle AOB$, s nevezzük $\angle AOB=z$. Azután hasonlóan tudva leszen $\angle COD=\angle AOC-\angle AOD$, melyből $\angle COD$ -nek kiegészítése 180 fokra $y=\angle COB$, vagy, $\sin y=\sin(\angle AOC+z)$.

2) Ha tudjuk a BO irányát fokokban és annak részeiben (2. Kép) ebből 180 fokot levonván, tudva leszen $z=\angle AOB$ és $y=\angle COB=\angle AOC-z$.

3) A 3-dik kép szerint $\angle AOB=z=180-\angle AOD$; $y=\angle COB=z+\angle AOC$.

4) A 4-dik kép szerint BOD irányából 180 -nt levonván, közvetlenül tudva leszen $z=\angle AOB$, innét $y=\angle COB=z-\angle AOC$.

Az eddigiek szerint tehát, elsőben az OAB és OCB szegletek előjegyeit kellett a különböző helyzetekhez képest meghatároznunk; s mostan ismét az AOB és COB szegletek nagy-

ságait, hasonlólag a különféle helyzetekhez képest. Mely kettő noha már eddig is tetemes fáradsággal járt, mindazonáltal még e sem elég. Következik ezentúl az AOB és COB háromszögek feloldása.

$$AB: \sin z = r: \sin A, \text{ és: } CB: \sin y = r: \sin C$$

$$\sin A = \frac{r \cdot \sin z}{AB} \text{ és } \sin C = \frac{r \sin y}{BC}$$

Úgyde, még eddig sem az AB-ét sem a BC-ét nem tudjuk, mert az ABC háromszög feloldásához az A, B, C pontokban középponti szegletek kívántatnak, s a középpontosítás által épen ezeket kell felkeresnünk.

E végre tehát elsőben középpontosítatlan szegletekkel az AOC háromszöget közelítőleg feloldván, meg fogjuk találni az AO és CO távolságokat; s ekkor két oldalból s a közbefogott szegletből ki lehetne számítani a keresett OAB és OCB szegleteket; de mivel ez ismét hosszadalmas számolásokra vezetne, meg elégszünk vele, hogy AB-nek AO-t és BB-nek CO-t helyettesítsük, mely helyettesítés hogy tekintetbe vehető hibát nem okoz, arról a felhozandó példákban bővebb alkalmunk leszen meggyőztetni.

1. Példa 1. Kép. Legyen adva:

$$AC = 4222^{\circ} 00'; CAB = 30^{\circ},$$

$$AOC = 47^{\circ} 1' 20''; AOD = 37^{\circ} 21' 20''; r = 2^{\circ} 5'$$

elsőben középpontosítatlan szegletekkel az AOC háromszög feloldásából:

$$AO = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin AOC} = \frac{4222 \sin(77^{\circ} 1' 20'')}{\sin 47^{\circ} 1' 20''}$$

$$CO = \frac{AC \sin A}{\sin AOC} = \frac{4222 \cdot \sin 30^{\circ}}{\sin(47^{\circ} 1' 20'')}$$

$$\text{Log } AC = 3,6255182$$

$$\text{Log } AC = 3,6255182$$

$$\text{Log } \sin C = 9,9887628$$

$$\text{Log } \sin A = 9,6989700$$

$$\text{CLog } \sin O = 0,1357155$$

$$\text{CLog } \sin O = 0,1357155$$

$$\text{Log } AO = 3,7499965$$

$$\text{Log } CO = 3,4602037$$

melyek után 1. sz. szerint

$$Z = 180 - AOD = 142^{\circ} 38' 40''$$

$$\sin y = \sin(AOC + z) = 189^{\circ} 40' = \sin 9^{\circ} 40';$$

tehát az ACB és BOC háromszögek feloldásai A és C szegletekre AO és CO helyettesítéseivel:

Log r = 0,3979400	Log r = 0,3979400
Logsinz = 9,7830165	Logsin y = 9,2250918
C. Log AO = 6,2500035	C. Log CO = 6,5397963
Log sin A = 6,4309600	Log sin C = 6,1628281
A = -55'',5	C = -30''

melyekről a fentebbi 1 sz. szerint tudjuk, hogy mindkettő tagadó.

Végezetre a háromszög feloldása középpontosított szögelettel AB és BC oldalakra :

$$ABC = AOC - 1'25'' = 46^{\circ}59'55'', BAC = 30^{\circ}, \text{ melyekből:}$$

$$AB = \frac{AC \sin 77^{\circ}}{\sin 47^{\circ}}; BC = \frac{AC \sin 30^{\circ}}{\sin 47^{\circ}}$$

Log AC = 3,6256182	Log AC = 3,6256182
Log sin 77° = 9,9887239	Log sin 30° = 9,6989700
C. Log sin 47° = 0,1358725	C. Log sin 47° = 0,1358725
Log AB = 3,7502146	Log BC = 3,4604607
AB = 5626,20	BC = 2887,10

2-dik Példa. 2-dik Kép.

Ha ezen legközelebb feloldott háromszöget vissza középpontosítjuk, adva lesznek :

$$AC = 4222,00; CAB = 30^{\circ}$$

$$AOC = 47^{\circ}; AOD = 217^{\circ}21'20''; r = 2^{\circ},5;$$

középpontosítatlan szögeletekkel mint legközelebb találtatott :

$$\text{Log AB} = 3,7502146; \text{Log BC} = 3,4604607$$

melyek után 2. sz. szerint :

$$z = AOD - 180 = 37^{\circ}21'20''; y = AOC - z = 9^{\circ}38'40'';$$

az AOB és BOG háromszögek feloldásai A és C szögeletekre

Log r = 0,3979400	Log r = 0,3979400
Log sin z = 9,7830165	Log sin y = 9,2241018
C. Log AB = 6,2497854	C. Log BC = 6,5395393
Log sin A = 6,4307419	Log sin C = 6,1615811
A = +55'',5	C = +30''

melyekről a 2 sz. szerint tudjuk hogy mindkettő állító. Tehát a vissz a középpontosított szöglet $46^{\circ}59'55'' + 1'25'' = 47^{\circ}1'20''$ mint volt.

3-dik Példa. 3-dik Kép. Adva vannak :

$$AC = 4222; CAB = 30^{\circ}$$

$$AOC = 45^{\circ}50'30''; AOD = 147^{\circ}10'; r = 10^{\circ};$$

AOC háromszög közelítő feloldásából külponti szegletekkel

$$AO = \frac{4222 \cdot \sin 75^{\circ} 50' 30''}{\sin 45^{\circ} 50' 30''}; CO = \frac{4222 \cdot \sin 30^{\circ}}{\sin 45^{\circ} 50' 30''}$$

Log AC = 3,6256182	Log AC = 3,6256182
Log sin(A+O) = 9,9866031	Log sin 30° = 9,6989700
C. Log sin O = 0,1442281	C. Log sin O = 0,1442281
Log AO = 3,7564494	Log OC = 3,4688163

folytatólag 3 sz. szerint

$$z = 180 - AOD = 32^{\circ} 50'$$

$$y = z + AOC = 78^{\circ} 40' 30''$$

Log r = 1,0000000	Log r = 1,0000000
Log sin z = 9,7341246	Log sin y = 9,9914605
C. Log AO = 6,2435506	C. Log CO = 6,5311837
Log sin OAB = 6,9776752	Log sin OCB = 7,5226442
OAB = -3,16"	OCB = +11,27"

3-dik szám szerint OAB tagadó, OCB állító. Tehát a megkívántató igazítás +8'16", a mely AOC=45°50'30"-hoz adatván, leszen a középpontra vitt ABC szegelet=45°58'46"; melyek után az ABC háromszög feloldása középpontosított szeglettel :

Log AC = 3,6256182	Log AC = 3,6256182
Log sin(A+B) = 9,9868673	Log sin A = 9,6989700
C. Log sin B = 0,1432083	C. Log sin B = 0,1432083
Log AB = 3,7556938	Log BC = 3,4677965

Mintthogy pedig ezen esetben a középpontosítási igazítás eléggé tetemesnek találtatott : azon hibát, melyet a helyettesítések következtében elkövettünk, könnyen feltalálhatjuk, ha AC helyett AB-nek, CO helyett BC-nek legközelebb kitalált értékeit teszszük, s lesz

Log r = 1,0000000	Log r = 1,0000000
Log sin z = 9,7341246	Log sin y = 9,9914605
C. Log AB = 6,2443062	C. Log BC = 6,5322035
Log sin OAB = 6,9784308	Log sin OCB = 7,5236640
OAB = -3,16"	OCB = +11,28"

melyek szerint még azon esetekben is, midőn az alapvonal csak 4222 ölnek, a közép pont távolsága pedig 10 ölnek vétetett, a helyettesítésen elkövetett hiba csak egy másod per-

czet teszen ; s mivel ilyen esetek csak ritkán adhatják elő magokat, nyilván van, hogy a középpontosított szegleteket szint-olyan biztossággal használhatjuk, mint azokat, melyeket közvetlenül a középponton mértünk,

4-dik Eset. 4-dik Kép.

Ennek felvilágosítására az elébbi példát használhatjuk, ha az imént feloldott háromszöget B-ből O-ra középpontosítandjuk, melyet tehát nem szükség részletesebben kiszámítani, s az eddig adott szabályok alkalmazására magános gyakorlattól maradhat.

Egyébiránt ezen példákból könnyű általlátnunk, hogy az eddigiek szerint előadott középpontosításban leginkább következő nehézségek fordulnak elő :

a) Hogy az AOB és COB háromszögeket külön-külön megoldhassuk, e végre az AB-nek és CB-nek ellenébe tett z és y szegleteket kell a külponti szegletből, s az álláspont és középpont irányából meghatároznunk. Ezeknek helyzeteik pedig, mint az 1. 2. 3. 4. képek mutatják, sokféleképen változhatók lévén, azoknak meghatározása minden külön esetekben más megmás összetételekre alapuló fáradságos figyelmet kíván.

b) Miután a keresett igazítási szegleteket kitaláltuk is, ezek ismét különféle helyzeteikhez képest hol állítók hol tagadók lehetnek, együtt és egyszersmind, vagy külön-külön, egyszer egyik másszor másik. Ezeknek elitélése hasonló fáradságos figyelembe kerül, vagy pedig a fentebbiekben adott lehozatokat szüntelen szemünk előtt kell tartani.

c) Alkalmatlanságot okoz az is, hogy a sinusok logarithmusainak megfelelő perczeket és másod perczeket a táblákból kell felkeresnünk, ezeket pedig másodperczek egységeiben annyival inkább azoknak részeiben nem mindenütt találjuk fel közvetlenül.

Azonban mindezeket elkerülhetjük az által

a) Ha a külpontiság szegleteit nem a belső 180° -nál kisebb, hanem a külső 180° -nál nagyobb ívek által mérjük, mit könnyen tehetünk, ha azon szeglethez, melyet AB-vel a B irányában levő D tárgy képez, 180° -fokot hozzáadunk. Például 1. 2. sz. alatt volt $AOD = 37^\circ 21' 18''$. E szerint tehát lenne

$AOB=217^{\circ}21'18''$. A 3. sz. alatt volt $AOD=147^{\circ}$; é szerint $AOB>180^{\circ}=327^{\circ}$ sat.

β) S mivel ezeknek következtében $AOB=z$ és $COB=y$ szegletek nagyobbak is lehetnek 180° -nál: ha nagyobbak, akkor a sinusokat tagadó; ha kisebbek, állító jeggyel kell venni. S ezen jegyváltozások minden további vizsgálat nélkül útha igazítanak, hogy a kérdéselt OAB és OCB szegletek közül melyiknek kell állítónak vagy tagadónak lenni.

γ) Kis szegletekre nézve állani fog:

$$\sin 1'' : 1'' = \sin x ; x'' ; \text{ azaz : } \frac{\sin x}{\sin 1''} = x''.$$

Mivel tehát a középpontosításoknál mindig kis szegletekkel van dolgunk: ha az OAB és OCB szegletek meghatározására kitalált Sinust elosztjuk $\sin 1''$ -al; az általa keresett szegletet másodperczben és annak részeiben fogjuk megtalálni, a nélkül hogy e végre a háromszögméreti táblák használata következtében megkívántató keresgélésekre kellene szorúlnunk. Melyek után tétetvén $AOB>180^{\circ}=z$, $COB=z-AOC=y$, találni fogjuk általánosan:

$$IV. CAB = \frac{r \cdot \sin z}{AB \sin 1''} ; \text{ és } OCB = \frac{-r \sin y}{CB \cdot \sin 1''}$$

Példák.

1-ső Eset. 1-ső Kép.

Legyen $CAB=30^{\circ}$; $AOC=40^{\circ}$; $AC=5625^{\circ},00$

BO iránya D -re $=25^{\circ}10'$; $r=2^{\circ},5$; tehát:

$$z=205^{\circ}10' ; y=z-COA=165^{\circ}10'.$$

Az AOC háromszög feloldásából középpontosítás nélkül

$$AO = \frac{AC \cdot \sin(A+O)}{\sin O} = \frac{5625,00 \cdot \sin 70^{\circ}}{\sin 40^{\circ}}$$

$$CO = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin O} = \frac{5625,00 \sin 30^{\circ}}{\sin 40^{\circ}}$$

$\text{Log } AC = 3,7501225$	$\text{Log } AC = 3,7501225$
$\text{Logsin}(A+O) = 9,9729858$	$\text{Logsin} A = 9,6989700$
$C \cdot \text{Logsin} O = 0,1019325$	$C \cdot \text{Logsin} O = 0,1019325$
<hr/>	<hr/>
$\text{Log } AO = 3,8250408$	$\text{Log } CO = 3,5510250$

$\text{Log } r = 0,3979400$	$\text{Log } r = 0,3979400$
$\text{Logsin } z = 9,6286472$	$\text{Logsin } y = 9,4082538$
$\text{C. Log } AO = 6,1749592$	$\text{C. Log } CO = 6,4489750$
$\text{C. Logsin } 1'' = 5,3144251$	$\text{C. Logsin } 1'' = 5,3144251$
$\text{Logsin } OAB = 1,5159715$	$\text{Logsin } OCB = 1,5695939$
$OAB = -32'',81$	$OCB = -37'',12$
mivel $z > 180^\circ$	mivel $y < 180^\circ$

mindkettő tagadó mint a fentebbiekben 1. sz. alatt láttuk.

Az egész középpontosítási igazítás $= - (1'10'')$; tehát az AOC külponti szegletnek a B középpontra vive kell lenni $= 39^\circ 58'50''$. Melyek után a háromszög feloldása középpontosított szeglettel

$\text{Log } AC = 3,7501225$	$\text{Log } AC = 3,7501225$
$\text{Logsin}(A+B) = 9,9729321$	$\text{Logsin } A = 9,6989700$
$\text{C. Logsin } B = 0,1021082$	$\text{C. Logsin } B = 0,1021082$
$\text{Log } AB = 3,8251628$	$\text{Log } BC = 3,5512007$
$AB = 6685,95$	$BC = 3527,96$

2-dik Eset. 2-dik Kép.

Legyen $AOC = 39^\circ 58'50''$; BO iránya D-re $= 205^\circ 10'$ tehát $z = 385^\circ 10' = 25^\circ 10'$; $y = z - AOC = 345^\circ 11' 10''$; ezeken kívül mint legközelebb találtatott

$\text{Log } AB = 3,8251628$; $\text{Log } BC = 3,5512007$; melyekből:

$\text{Log } r = 0,3979400$	$\text{Log } r = 0,3979400$
$\text{Logsin } z = 0,6286471$	$\text{Logsin } y = 9,4077766$
$\text{C. Log } AB = 6,1748372$	$\text{C. Log } BC = 6,4487993$
$\text{C. Logsin } 1'' = 5,3144251$	$\text{C. Logsin } 1'' = 5,3144251$
$\text{Logsin } OAB = 1,5158494$	$\text{Logsin } OCB = 1,5683410$
$OAB = +32'',79$	$OCB = +37'',06$
mert $z > 360^\circ$	mert $y > 180^\circ$

mindkettő állító, mint volt a fentebbiekben 2. sz. alatt.

3-dik Eset. 3-dik Kép.

$AOC = 47^\circ 2'30''$; $CAB = 30^\circ$; $r = 2^\circ,5$

BO iránya D-re $= 112^\circ 36'$, tehát:

$z = 292^\circ 36'$; $y = z - AOC = 245^\circ 33'30''$;

melyekből köz elitő feloldás középpontosítás nélkül

Log AC = 3,7501225	Log AC = 3,7501225
Logsin(A+O) = 9,9887967	LogsinA = 9,6989700
C. Log O = 0,1355783	C. Log O = 0,1355783
<hr/> Log AO = 3,8744975	<hr/> Log CO = 3,5846708
Log r = 0,3979400	Log r = 0,3979400
Log sin z = 9,9653006	Log sin y = 9,9592241
C. Log AO = 6,1255025	C. Log CO = 6,4153292
C. Log sin 1" = 5,3144251	C. Log sin 1" = 5,3144251
<hr/> LogsinOAB = 1,8031682	<hr/> LogsinOCB = 2,0869184
OAB = -63'',56	OCB = +122'',15
mert z > 180°	mert y > 180°

mint fentebb 3 sz. alatt. Igazítás 122'',15—63'',56=58'',59;
mely után a háromszög feloldása következik középpontosított szeglettel, s ezt rövidég kedvéért elhagyhatjuk.

4-dik eset. 4-dik Kép.

AC=5625,00; r=2°5

CAB=30°; AOC=47°2'30"

DO iránya D-re=285°10', tehát: z=465°10'=105°10'

y=z - AOC=58°7'30";

melyekből közelítőleg

LogAO=3,8744975; Log CO=3,5846708	
Log r = 0,3979400	Log r = 0,3979400
Log sin z = 9,9846033	Log sin y = 9,9290111
C.LogAO = 6,1255025	C.LogCO = 6,4153292
C.Logsin1" = 5,3144251	C.Logsin1" = 5,3144251
<hr/> LogsinOAB = 1,8224706	<hr/> LogsinOCB = 2,0567054
OAB = +66'',44	OCB = -113'',95
mert z < 180°	mert y < 180° mint fentebb 4. sz. alatt.

Igazítás -113'',95+66'',44=-47'',51; azaz:

a középpontosított szeglet = 47°2'30" - 47'',51 = 47°1'42",49.

Végezetre a háromszög feloldása középpontosított szeglettel

Log AC = 3,7501225	Log AC = 3,7501225
Logsin(A+B) = 9,9887579	LogsinA = 9,6989700
C.LogsinB = 0,1356763	C.LogsinB = 0,1356763
<hr/> LogAB = 3,8745567	<hr/> LogBC = 3,5847688
AB = 7491°,30	BC = 3843°,87.

Azon esetekről, melyekben állomásunkat valamelyik

szár irányában vesszük, sem itt, sem a fentebbiekben nem volt szükség különösebben szólni, mivel ekkor vagy az OBC vagy az OAC szegelet megsemmisülván, csak az egyik kerestethetik, a másik kimarad. Ellenben ezen könnyítéssel mindenütt a hol alkalmazható, gyakorlatilag hasznosan élehetünk.

Egyébiránt ha ezen IV. alatt előadott középpontosítási modot a többiekkel összehasonlítjuk, könnyen meggyőzöttet-
hetünk felőle, hogy ez által a különben felette szövevényes középpontosítási munkálatok tetemesen egyszerűsítettnek és megkönnyebbítettnek.

MAGYAR

AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI,
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI

OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

II. KÖTET.

1860—1.

I. SZÁM.

CARDAN SZABÁLYÁRÓL.

S AZ EGYENLETEK ÁTALÁNOS FELOLDÁSÁRÓL.

GYÖRY SÁNDOR RT.-TÓL.

A harmadik fokú egyenletek feloldása zárt kitételekben mint szokták mondani Cardan szabálya nevezet alatt ismeretes. Azonban tudva van, hogy ennek következtében egészen váratlan eredményre jutunk, t. i. arra, hogy ha feloldandó egyenletünknek csupán csak egy valós (realis) gyökere van a többi képzetes, akkor a feloldás lehetőnek mutatkozik, ha pedig mind a három gyökér valós, a feloldás épen akkor lehetetlen alakban tűnik elő. Ezen körülmény eleitől fogva sok fejtörést okozott, s eleintén meg kellett vele elégedni, hogy a régiek ezen utóbbi esetet egyszerűen *casus irreducibilis*-nek, megoldhatatlannak nevezték, s Cardan szabályát tekintetben hiányosnak vallották. Mindazáltal később ki lön mutatva, hogy a kérdéselt szabály az utóbbi esetekre is kiterjeszthető, hogy azon esetben is, midőn a feloldandó egyenletnek három valós gyökerei vannak, mind a hármat magában foglalja, mely végre kitételeinket csak a lehetetlenség jelképeitől kell megszabadítanunk, e pedig lehető lévén, a feloldás lehetetlensége csak látszatos sat. sat.

De ha mindezek így vannak is, általok a nehézség egy-

általában nincsen elhárítva, mert analytikai lehozatainkban a lehetetlenség jelképének értelme mindenkor csak az marad, hogy a kívántató feloldás vagy épen lehetetlen, vagy ha nem az s még is lehetetlen alaku kifejezésekre akadunk, vagy lehozatainkban vagy feltételeinkben kell hibának lappangani. Sőt már most még több nehézség adja elő magát, mert azt is ki kell mutatnunk, miképen történhetik, hogy a látszatosnak nevezett lehetetlenség daczára is, a feloldás csakugyan lehet. E végre szükséges lévén, hogy a tárgyalandó feloldás minden részleteit szigorú vizsgálat alá vegyük, s hogy azokat folytonosan szem előtt tarthassuk, Cardan szabálya következő: Tegyük fel, hogy a keresett gyökér két részből áll $x=p+q$, leszen :

$$x^3=p^3+3(p+q)pq+q^3$$

$$\text{s mivel } x=p+q$$

$$x^3=p^3+3pqx+q^3$$

$$x^3-3pqx-(p^3+q^3)=0.$$

Ezen nyert eredményt összehasonlíthatjuk akármi más harmadik fokú egyenlettel, melynek alakja, x^3+Ax+B , s az östevőket egymáshoz egyenlítvén, találjuk:

$$1. -3pq=A\text{-ből: } -q=-\frac{A}{3p}; -q^3=\frac{A^3}{27p^3}$$

$$2. -(p^3+q^3)=B\text{-ből: } -q^3=p^3+B$$

$$3. p^3+B=\frac{A^3}{27p^3}; p^6+Bp^3-\frac{A^3}{27}=0$$

$$\text{s tétetvén } p^3=y$$

$$4. y^2+By-\frac{A^3}{27}=0$$

$$5. y=p^3=-\frac{B}{2}\pm\sqrt{\frac{B^2}{4}+\frac{A^3}{27}}$$

$$\text{és mivel: } q^3=-B-p^3$$

$$6. q^3=-B+\frac{B}{2}\mp\sqrt{\frac{B^2}{4}+\frac{A^3}{27}}\text{ azaz:}$$

$$7. p=\sqrt[3]{\left[-\frac{B}{2}\pm\sqrt{\frac{B^2}{4}+\frac{A^3}{27}}\right]}$$

$$=-\sqrt[3]{\left[\frac{B}{2}\mp\sqrt{\frac{B^2}{4}+\frac{A^3}{27}}\right]}$$

$$8. q = \sqrt[3]{-\frac{B}{2} \mp \sqrt{\frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27}}} \\ = -\sqrt[3]{\frac{B}{2} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27}}}$$

honnét :

$$9. \frac{x^3 - 3px - (p^3 + q^3)}{x - (p + q)} = x^2 + (p + q)x + p^2 - pq + q^2$$

melyből :

$$10. x = -\frac{(p+q)}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{(p+q)^2}{4} - p^2 + pq - q^2\right]} \text{ azaz :}$$

$$11. x = \frac{-(p+q)}{2} \pm \frac{(p-q)}{2} \sqrt{-3}$$

következőleg p, q a fentebbi lehozatokból ismeretesek lévén, ha a harmadik fokú egyenlet keresett gyökereit a_1, a_2, a_3 -al jelöljük :

$$12. \begin{cases} a_1 = p + q \\ a_2 = \frac{-(p+q)}{2} + \frac{(p-q)}{2} \sqrt{-3} \\ a_3 = \frac{-(p+q)}{2} - \frac{(p-q)}{2} \sqrt{-3} \end{cases}$$

Ezen lehozatok bármi következtetéseknek látszanak is első tekintettel, mindazonáltal közelebbről vizsgálva, nem tesznek mindenütt eleget a kívántató matematikai szigoroknak.

1) Felteszszük, hogy az egyenlet gyökerei két részből tételnek össze $x = p + q$. Ezen felvételen igaz ugyan, hogy akármi értéke legyen x -nek, azt két részből állónak gondolhatjuk, de másfelől az is igaz, hogy nem szabad olyan felvételtől kiindulnunk, mely a megoldandó feladat lényegével ellenkezik. Már pedig bizonyosan tudjuk, hogy a felsőbb fokú egyenletek gyökereinek általános formájok nem $p + q$ hanem $p \pm \sqrt[3]{q}$. Az előbocsátott felvétel tehát különösen csak azon esetre tartozik, midőn az egyenletnek egy valós, és két képzetes gyökerei vannak, s ez esetben a keresett valós gyökérnek nem lehet két értelmű $p \pm \sqrt[3]{q}$ hanem szükségképen csak egy, $p + q$ vagy $p - q$ (mivel q tagadó is lehet) értéke. Ellenben három valós gyökből: $x - a = 0, x - b = 0, x - c = 0,$

három második fokú egyenlet származik, $(x-a)(x-b)=0$, $(x-a)(x-c)=0$, $(x-b)(x-c)=0$, s ezek közül egyik sem lehet kiválólag $= p+q$, hanem egyenlőjoggal egyik úgy mint a másik $= p \pm \sqrt{q}$. E pedig nem csak annyiban lényegesen különbözik előbocsátott felvételünktől, hogy felvételünk szerint a keresett gyökérnek csak egy értékűnek kellene lenni, hanem annyiban is, hogy $p \pm \sqrt{q}$ azt fejezi ki, hogy ha egyik gyökér ismeretes, a másiknak is szükségképen ismeretesnek kell lenni, és ha van $x=p+\sqrt{q}$, szükségképen kell lenni $x=p-\sqrt{q}$ -nak is.

Ez ellen azon észrevétel tétetett, hogy az egyenletek gyökereinek általános formája nem $p \pm \sqrt{q}$ hanem $p \pm q\sqrt{-1}$, melynek felvilágosításául:

Tudjuk hogy minden felsőbb egyenletet alsóbb, első és második fokú egyenletekre lehet felbontani, következésképen minden felsőbb egyenletben kell lenni két gyökérnek, melyek $x^2+ax+b=0$ alakú egyenletbe foglaltatnak; úgyde

$$\text{innét: } x = -\frac{1}{2} a \pm \sqrt{\frac{1}{4} a^2 - b}$$

azaz: $-\frac{1}{2} a$ helyett p -ét, $\left(\frac{1}{4} a^2 - b\right)$ helyett q t tévén, a gyökér általános formája

$x=p \pm \sqrt{q}$, magában értetvén, hogy mind a p mind a q állító is, tagadó is lehet, a mi meg is van említve.

2) Feloldásunk eredménye sem egyezik össze felvételünkkel. Mert a feloldás végrehajtatván, találjuk: $p=\alpha+\beta$, $q=\alpha-\beta$, $x=p+q=2\alpha$; ha pedig $x=2\alpha$ -val munkálatinkat újra kezdjük, s végrehajtjuk, semmi eredményre nem fogunk jutni.

3.) Egyenletbe tettük egymással az $x^3-(p+q)^3=x^3-3pqx-(p^3+q^3)$ és $x^3+Ax+B=0$ ösztevőit. Ennek okát kell adnunk. Már pedig ezt csak úgy tehetnők, ha mind a két egyenlet azonos volna, azaz mindkettőnek ugyanazon gyökerei volnának. Úgyde, nem csak felvételünkből $x=p+q$ hanem feloldásunk eredményéből is világos lévén hogy $p+q=a$ valós gyökér tartozik lenni, látnivaló hogy $x^3-a^3=0$ -nak soha sem lehetnek ugyanazon gyökerei mint $x^3+Ax+B=0$ -nak.

Az, hogy $x^3 - a^3 = 0$ -t úgy alakítottuk által miszerint $x^3 - 3pqx - (p^3 + q^3) = 0$ lett belőle, a dolog lényegén egyáltalában semmit sem változtathat, mert ezen általváltoztatás kirekesztőleg csupán azon feltétel alatt áll, ha $x = p + q$, azaz általváltoztatott egyenletünknek mindenestre $x^3 - a^3$ -val azonosnak kell lenni.

4) Hasonlót mondhatunk a 9. szám alatti egyenletről is melyben mivel $x = p + q = a$; kell lenni: $\frac{x^3 - a^3}{x - a} = x^2 + ax + a^2$, s innét:

$$x = a; \text{ és: } x = \frac{-a}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{-3}.$$

Ha tehát a szemlélet alá vett két egyenletben az x -nek összevőit egymással egyenletbe tesszük, ennek oka látnivalóképen nem az, mintha mindkettőnek ugyanazon gyökerei volnának, hanem ezt csupán azon szándékból tehetjük, hogy a két egyenletet azonosakká általalakíthassuk. Melyre nézve továbbá vizsgálat alá kell vennünk, hogy a nevezett egyenletek mindenestre azonosokká általalakíthatók-e vagy nem. E végre:

Mivel $x = p + q$ mind felvételünk mind lehozataink eredménye következtében egy értékű (unius valoris) valós mennyiség tartozik lenni: akármi legyen is az, tehetjük $p + q = a$, melyben a hasonlólag egy értékű valós mennyiség lévén, $x^3 - 3pqx - (p^3 + q^3) = x^3 - a^3 = 0$ minthogy a mint már többször említettük a baloldali kitételnek multhatlan feltétele hogy legyen $x = p + q = a$. Úgyde ez esetben, mint már legközelebb kimutattuk, $x^3 - 3pqx - (p^3 + q^3) = 0$ -nak nem lehetnek egyéb gyökerei

$$\text{mint } x = a \text{ és } x = \frac{-a}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{-3}$$

azaz egy valós és két képzetes.

Ha tehát $x^3 + Ax + B = 0$ -nak hasonlólag egy valós és két képzetes gyökerei vannak, semmi ellentmondás nem foglaltatik benne, hogy a két nevezett egyenleteket azonosokká általváltoztathassuk. Honnét már most világos, hogy Cardan szabálya ezen esetben a keresett gyökeret a lehetetlenség jelképe nélkül kimutathatja.

Mikor ellenben a feladott egyenletnek mind a három gyökerei valósok, akármelyiket jelentse ezek közül $p + p = a$, akkor is :

$x^3 - 3pqx - (p^3 + q^3) = 0$ -nak mindenesetre egy valós és két képzetes gyökere lévén, mivel ezt olyanná, hogy három valós gyökere legyen, szintűgy mint $x^3 + Ax + B = 0$ -nak egyszerű algebrai munkálatok folytában által nem alakíthatjuk, ezen lehetetlenség Cardan szabályában képzetes gyökök által fejeztetik ki.

Mindezek után már most azt kell felvilágosítanunk, honnét van, hogy Cardan szabálya szerint a fentebbiekben kimutatott hiányok és következetlenségek mellett is, a harmadik fokú egyenletek gyökereit, mind a két esetben (akár egy valós és két képzetes, akár három valós gyökerei legyenek feladott egyenletünknek) fel lehet találni. E végre :

Láttuk ugyan már a fentebbiekből, hogy előbocsátott lehozataink, ha azokat a szokott algebrai munkálatok szabályaival hasonlítjuk össze, azoktól sok tekintetben nem csak eltérnek, hanem látszóatosan velők ellenkezésbe jönnek. De ez onnét van, mivel az alsóbb egyenletek megfejtéseiben, egyszerű algebrai munkálatokkal, összeadás, kivonás, osztás, sokszorozás és gyökérhúzásokkal élünk, és sem ezeket az összetett munkálatoktól, sem a munkálatok eredményeit, azaz a függvények értékét, magoktól a függvényektől nem szoktuk kellő szigorral megkülönböztetni. Innét van, hogy Cardan szabályának szokott módokon történt lehozata is kétértelműségeket foglal magában, melyek azonnal megszűnnek, mihelyest az említett megkülönböztetéseket szem előtt tartjuk. E végre :

Mivel a keresett gyökeret az adott A és B ösztevőkből keressük, okvetetlenül fel kell tennünk, hogy az függvénye legyen A -nak és B -nek, azért is $x = f(A, B)$; és ha ez ismét nem egyszerű hanem öszvetett függvény, azaz két különböző munkálatokból (nem pedig mennyiségekből, vagy két részből) tétetik öszve, tegyük $x = f(A, B) = \varphi(A, B) + \psi(A, B)$, rövidebben: $x = \varphi + \psi$, s ne felejtjük hogy φ és ψ mindaddig, valámig az utolsó eredményre nem jutunk, nem mennyiséget, hanem az

A,B-nek függvényét vagyis az A és B-vel végrehajtandó munkálatokat jelenti. Ilyen értelemben leszen :

$$x^3 - 3\varphi.\psi.x - (\varphi^3 + \psi^3) = 0$$

és hogy a fentebbi lehozatokat újra ne ismételjük,

$$13. \quad \begin{cases} \varphi(A,B) = -\sqrt[3]{\left[\frac{B}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27}\right)}\right]} \\ \psi(A,B) = -\sqrt[3]{\left[\frac{B}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27}\right)}\right]} \end{cases}$$

ezek pedig nem tesznek egyebet mint azt, hogy : $\varphi(A,B)$ és $\psi(A,B)$ értékeit a jobb oldalon kifejezett munkálatok által kell keresnünk, mely meglévén, találni fogjuk $x = \varphi + \psi$. S ezekben látnivalóképen még akkor sincs lehetetlenség, ha A tagadó és $\frac{A^3}{27} > \frac{B^2}{4}$, mivel a $\varphi(A,B)$ és $\psi(A,B)$ meghatározá-

sára szükséges munkálatokat, a kétszakú tantétel (theorema binomiale) tudva lévő törvényei szerint, ekkor is akadály nélkül végrehajthatjuk. Különbség csak az, hogy ha $\frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27}$ állító, akkor ennek gyökerét közvetlenül kihúzzhatjuk, s azt $\frac{B}{2}$ -höz adván ismét $\varphi(A,B)$ és $\psi(A,B)$ -ét is egyszerű gyö-

kérhúzás által meghatározhatjuk. Ha pedig $\frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27}$ tagadó, akkor $\varphi(A,B)$ és $\psi(A,B)$ meghatározása egytagú mennyiségek gyökereinek kihúzása által végre nem hajtathatik, hanem a kívántató harmadik gyökeret kétszakú mennyiségből kell kivonni, melynek eredménye az, hogy sem φ sem ψ értékeit önállólag meg nem határozhatjuk ugyan, de mivel nem is az a kérdés, hanem csak az hogy $x = f(A,C) = \varphi(A,B) + \psi(A,B)$ értékének feltalálására minémű munkálatokat kell az A és B összevőkkel végrehajtanunk, ha mint mondtunk a függvény-jegyeket egész a végeredményig megtartjuk s a függvények értelmét azoknak értékeivel össze nem tévesztjük, látnivalóképen ezekben is semmi ellentmondásra nem fogunk akadni.

Nemkülönben a 4. sz. alatt mondtak is, csak első vételinkre s a $\varphi(A,B)$ és $\psi(A,B)$ meghatározott értékeire nézve

állanak, a mennyiben $x=a=p+q$ mindig valós mennyiség lévén, p és q valós mennyiségekből tétetik össze. De ha itt is (a) helyett $F(A,B)$ -ét, p és q helyett $\varphi(A,B)$ -ét és $\psi(A,B)$ -ét rövidebben φ -t és ψ -t teszünk, s ezeket a végeredmény kitalálásáig mindig azon értelemben vesszük, hogy az A,B ösztევőkkel végrehajtandó munkálatokat jelentsék, találni fogjuk a harmadik fokú egyenlet három gyökereit :

$$14. \quad \begin{cases} a_1 = F(A,B) = \varphi + \psi \\ a_2 = -\frac{(\varphi + \psi)}{2} + \frac{(\varphi - \psi)}{2} \sqrt{-3} \\ a_3 = -\frac{(\varphi + \psi)}{2} - \frac{(\varphi - \psi)}{2} \sqrt{-3} \end{cases}$$

Például, legyen a feladott egyenlet : $y^3 - 12y^2 + 57y - 94 = 0$;
tehát tétetvén $y = x + 4$

$$x^3 + 9x + 6 = 0 \text{ melyből}$$

$$A=9; B=6; \frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27} = 36; \sqrt{36} = 6$$

$$p=1,4422 \dots q=-2,0801 \dots$$

$$x=a=p+q=-0,6378341$$

tehát mivel előbocsátott felvételünk szerint $x=a=p+q$

$$x^3 = 0,25949 \dots$$

$$-3pqx = -3pq(p+q) = 5,7405069$$

$$-(p^3 + q^3) = -\frac{6}{0,25949 \dots - 0,25949 \dots} = 0$$

Világos lévén tehát hogy $x^3 - 3pqx - (p^3 + q^3)$ -nak gyökerei :

$$4. \text{ sz. szerint : } x=a=-0,6378341 \dots$$

$$\text{és : } x=0,318917 \dots \mp 0,318917 \dots \sqrt{-3}$$

az $x^3 + 9x + 6$ egyenlet gyökereivel, azon mellőzhetetlen felvétel mellett ha $x=p+q$ azonosok nem lehetnek, a 3. szám alatt előadott elvek és nézetek tettelesen is be vannak bizonyítva. De ha $q(A,B)$ -ét és $\psi(A,B)$ -ét rövidebben q -t és ψ -t mindaddig, valámig munkálatinkat az utolsó eredményig végre nem hajtottuk, az A,B ösztევőkkel eszközlendő munkálatok jelképeinek tekintjük, további folytatásukkal a 14. sz. szerint :

$$a_1 = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{9} = -0,637834 \dots$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{9} \right) + \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9} \right) \sqrt{-3}$$

$$a_3 = -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{9} \right) - \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9} \right) \sqrt{-3}$$

az $x^3 + 9x + 6$ egyenlet gyökereit fogják adni, s ezekből a feladott egyenlet keresett gyökerei, mivel $y = 4 + x$

$$\alpha_1 = 4 + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{9} = 3,3621659$$

$$\alpha_2 = 4 - \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{9} \right) + \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9} \right) \sqrt{-3}$$

$$\alpha_3 = 4 - \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{9} \right) - \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9} \right) \sqrt{-3}$$

Legyen még : $x^3 + 6x + 20 = 0$, melyből :

$$A=6; B=20; \frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27} = 108; \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$p = -\sqrt[3]{10 - 6\sqrt{3}}; q = -\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}}$$

$$p = -1 + \sqrt[3]{3}; q = -1 - \sqrt[3]{3}$$

$$p + q = -2; p - q = 2\sqrt[3]{3}, \text{ s a keresett gyökök}$$

$$\alpha_1 = -2$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt[3]{3} \sqrt{-3} = 1 + 3\sqrt{-1}$$

$$\alpha_3 = -\frac{1}{2}(-2) - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt[3]{3} \sqrt{-3} = 1 - 3\sqrt{-1}.$$

S ezekre nézve is a fentebbiekhez hasonló alkalmazásokat lehet tenni, melyekből, s akármely egyéb felvétethető példából, tettelesen is kitűnik, hogy azon esetben, mikor a harmadik fokú egyenletnek egy valós és két képzetes gyökerei vannak, a p, q , értékei nem csak mint függvény-jegyek hanem úgy is mint valós mennyiségek, lehetők.

Másik esetben, azaz, ha az egyenletnek három valós gyökerei vannak, azon körülmények adják elő magokat, melyeket már fejtegettünk. Ekkor ugyanis, minden gyökök valóságos lévén, akármelyiket tegyük ezek közül $x = a = p + q$, soha sem lehet $x^3 - a^3 = x^3 - (p + q)^3 = 0$ -nak három valós gyökere, hanem a 4. sz. alatti észrevételek szerint csak egy valós és két képzetes, minélfogva ezen egyenlet összevőit azon feladott egyenlet összevőivel melynek gyökereit keressük, annál inkább nem tehetjük egyenletbe, mivel a kettőnek gyökerei nemcsak azonosok de csak hasonneműek sem lehetnek. Mivel azonban mindezek mellett is, két ismeretlenre p, q -ra nézve

A-val és B-vel két egyenletet formálhatunk, meghatározhatjuk ugyan a p-t és q-t egyenleteink feloldása törvényei szerint, de csak úgy hogy meghatározásainkbana lehetetlenség jelképe fog mutatkozni, s ez esetben p és q nem mennyiségeknek, hanem egyáltalában csak az A és B-vel teendő munkálatok jelképeinek tekintendők, s mint ilyenek akkor is lehetségesek, midőn másfelől mennyiségi értéköket külön-külön ki nem mutathatjuk.

Például: $x^3 - 7x - 7 = 0$ -nak, három valós gyökerei vannak:

$$a_1 = 3,048917 \dots; a_2 = -1,356895 \dots; a_3 = 1,62021 \dots$$

$$A = -7; B = -7; \sqrt[3]{\frac{B^2}{4} + \frac{A^3}{27}} = \sqrt[3]{\frac{49}{4} - \frac{343}{27}} \\ = 0,6735755\sqrt{-1}$$

$$p = -\sqrt[3]{(-3,5 - 0,6735755 \dots \sqrt{-1})}$$

$$q = -\sqrt[3]{(-3,5 + 0,6735755 \dots \sqrt{-1})}$$

s ha p-ét és q-t az A, B függvényeinek tekintjük, az A, B-vel eszközlendő munkálatokat vagyis a jelölt gyökérhúzást a két-szakú tantétel törvényei szerint kétségen kívül végre lehet hajtani, mert:

$$(p+q)^m = p^m + \frac{m}{1} p^{m-1} q + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} p^{m-2} q^2 \\ + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^{m-3} q^3 \dots \text{sat.}$$

$$(p-q)^m = p^m - \frac{m}{1} p^{m-1} q + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} p^{m-2} q^2 \\ - \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} p^{m-3} q^3 \dots \text{sat.}$$

melyekből:

$$(p+q)^m + (p-q)^m = 2 \left[p^m + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} p^{m-2} q^2 \right. \\ \left. + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} p^{m-4} q^4 \dots, \text{sat.} \right]$$

$$\text{s tétetvén; } p = \alpha + \beta \sqrt{-1}; q = \alpha - \beta \sqrt{-1}$$

$$(\alpha + \beta \sqrt{-1})^m + (\alpha - \beta \sqrt{-1})^m = 2\alpha^m \left[1 - \frac{m(m-1)\beta^2}{1 \cdot 2 \cdot \alpha^2} \right. \\ \left. + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)\beta^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \alpha^4} \right. \\ \left. - \frac{m(m-1)(m-2) \dots (m-5)\beta^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 6 \cdot \alpha^6} + \dots \text{sat.} \right]$$

ha tehát $m = \frac{1}{3}$

$$\sqrt[3]{(\alpha + \beta\sqrt{-1})} + \sqrt[3]{(\alpha - \beta\sqrt{-1})} = 2\sqrt[3]{\alpha} \left[1 + \frac{1 \cdot \beta^2}{3^2 \alpha^2} - \frac{5 \cdot 8 \cdot \beta^4}{4 \cdot 3^5 \alpha^4} \right. \\ \left. + \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot \beta^6}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3^7 \cdot \alpha^6} - \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 \cdot 20 \beta^8}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3^9 \alpha^8} + \dots \text{sat.} \right]$$

Példánkban: $\alpha = -3,5$; $\sqrt[3]{\alpha} = -1,518294$;

$$2\sqrt[3]{\alpha} = -3,036588$$

$$\beta = -0,673755 \dots \quad \frac{\beta}{\alpha} = 0,0192214$$

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 = 0,037037 \dots \quad \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^4 = 0,0013717 \dots$$

Ha tehát a zár alá foglalt sorzat három első tagjánál megállapodunk

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1,000000 \\ \frac{\beta^2}{9\alpha^2} & = & \frac{0,004115}{1,004115} \\ -\frac{40 \beta^4}{972 \alpha^4} & = & -\frac{0,0000566 \dots}{1,0040584} \end{array}$$

mely is $2\sqrt[3]{\alpha}$ -val szoroztatván:

$$p+q = 1,0040584 \times -3,036588 = -3,04891$$

a másik két gyökeret feltalálhatni a 14. sz. szerint. Ezen gyököket *Cotes* tétele szerint is ki lehetne ugyan húzni, de azt, elég legyen csupán megemlítenünk, részint azért, mivel tisztán analitikai munkálatokkal van dolgunk, e pedig háromszögméreti alkalmazás; részint azért, mivel *Cotes* tétele nem terjedhet tovább hanem csak addig mint a kezünkben lévő logaritmiai és trigonometriai táblák, ha tehát számításainkban tovább akarunk menni, a fentebbiekre kell visszaszorúlnunk.

Ezen példa tehát egyfelől mutatványul szolgálhat arra, hogy Cardan szabálya szerint milyen hosszadalmas fárasztó munkával kell a gyököket keresgélni; másfelől pedig arra, hogy mivel itt is $x^3 - (p+q)x^2 = 0$ -nak nem lehetnek ugyanazon gyökerei mint $x^3 + Ax + B = 0$ -nak, a két egyenlet hasonló ösztevőit csak oly végből egyenlíthetjük egymással, hogy mindkettőt azonosokká átalakíthatassuk, miknél fogva az úgynevezett látszatos lehetetlenség épen abban rejlik, ha

a p -t és q -t meghatározandó vagy meghatározható mennyiségeknek, nem pedig az A és B ösztevőkkel teendő munkálatok jelképeinek tekintjük, különben pedig ezen utóbbi értelemben még csak látszatos lehetetlenség sem mutatkozik.

Ezek után, még a zárt kitételekről és az egyenletek általános feloldásáról tehetünk néhány észrevételeket.

Cardan szabálya hasonlatosságára sokan a felsőb egyenletek általános megoldását is úgynevezett zárt kitételekben keresték, de még eddig senki ezen az úton a negyedik fokú egyenletek feloldásán túl menni nem tudott. Mások ismét megmutatásokat készítettek annak bebizonyítására, hogy az egyenletek feloldása a negyedik fokon túl lehetetlen. De azon kívül hogy az ilyen megmutatások, mivel csak az eddig ismert viszonyokra alapíthatók, mindig hiányosok maradnak, mert valami újonnan felfedezett tantétel, vagy akár a meglevőknek eddig használatba nem vett alkalmazása minden efféle megmutatásokat halomra dönthet, okunk van azt hinni, hogy az ilyen megmutatások egyáltalában feleslegesek.

Senki sem állíthatja, hogy minden feladat megoldása, avagy annak általánossága egyedül attól függene ha zárt kitételekbe foglaltathatjuk; mert így, sem a logaritmiai sem a körméreti, háromszögméreti s más egyéb függvények, sőt maga a kétszakú tantétel (theorema binomiale) sem volnának általánosok, s a függvényeknek sorzatokra kifejtését egészen mellőznünk kellene.

Más részülr! az efféle mutogatások nem csak a fentebb érintett okokból hiányosok és elégtelenek, hanem egyszersmind szigorún bebizonyított, s kétségbevonhatlan tantételeinkkel jönnek ellenkezésbe. Például, Ruffini megmutatásai oda mennek ki, hogy az x ösztevőinek lehetetlen olyan függvényét feltalálni, mely négynél több értéket foglaljon magában, s egyszersmind a feloldás kívánatainak eleget tegyen. De ez nem tartozik a dologra. Mert másfelől bebizonyított alaptétel, hogy minden egyenletet első és második fokú valós szorzókra lehet felbontani; ez tehát lehetséges lévén, mutattassék ki ezen szorzóknak valamelyike, s azzal együtt a feladat is kifogás nélkül megleszen fejtve. Ehez nem kívántatik négy és több értékű függvény.

A mi pedig magokat a zárt kitételeket illeti, azok igaz

értelemben vétetve nem is feloldások, hanem a feloldás félbeszakasztásai, melyek csak akkor válnak feloldásokká, ha a bennök foglalt munkálatokat tettelegesen végrehajtjuk. Például, már csak a második fokú egyenletekben is, x^2+px+q

$=0$, melynek gyökere: $\frac{1}{2} p \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$, ezen zárt ki-

tétel nem egyéb, mint: $\frac{1}{2} p \pm f(p,q)$, s hogy a gyökeret kitálaljuk, mulhatatlanul megkivántatik, a p,q összevőkkel teendő

munkálatok végrehajtása, vagyis, az $x^2 = \frac{p^2}{4} - q$ egyenlet

feloldása. A mondott félbeszakasztásokat azonban kétségen kívül legkönnyebben eszközölhetjük az által, ha a gyökök kihúzását végre nem hajtjuk, hanem csak jelöljük; mivel ezen eljelölésre meghatározott értelmű jelképeink vannak. De hát innét miképen lehet következtetést húzni arra, hogy az egyenletek gyökerei zárt kitételekbe foglalhatók, holott az csakugyan nem lehet igaz, hogy mindennemű számvetési bármily szövevényes munkálatokat csupán a gyökérhúzásokra lehetne visszavinni. Cardan szabályából a harmadik fokú egyenletekre nézve igaz hogy e következik; sőt az is ki van mutatva, hogy a negyedik fokú egyenletre is kiterjeszthető: de a hasonlatok nem csak egy-két esetben, hanem ha százakra mennének is, a mathesisben alapelvül soha sem szolgálhatnak. Ellenben, vajjon ártalmára van-e az általánosságnak, ha a gyökök meghatározására szolgáló munkálatokat nem csak az, hogy jelképek által félbe nem szakasztjuk, hanem inkább azoknak általános törvényeit kimutogatjuk, és nyomról-nyomra szem elébe terjesztjük? erre nem nehéz feleletet adni, s például szolgálhat a kétszakú tantétel.

Mindezekből pedig a következik, hogy ha az egyenletek általános feloldását tesszük vizsgálatink tárgyává, egyáltalában nem köteleztetünk azon semmivel sem igazolható meg-szorításnak magunkat alájavetni, hogy azt csupán zárt kitételekben keressük. Hanem annál inkább megkivántatik az, hogy ha általánosságra törekszünk általános elvekből induljunk, s ilyenekre építsük lehozatainkat, nem pedig önkénytes felvételekre, melyek ha eredményre vezetnek is, azok csak

hasonló esetekben lehetnek igazak, egész általánosságban pedig soha sem. Ezek mellett pedig azon megmutatásokat is nélkülözhetjük, ha vannak-e a felsőbb egyenleteknek zárt kitevételekbe foglalható értékei vagy nincsenek; mert ezen kérdésre maga a feloldás eredménye fog megfelelni, s ha ez a zárt kitevételeket kirekeszteni, akkor mielőtt ilyeneket keresnénk, inkább a volna bebizonyítandó, hogy effélék is létezhetnek.

Ilyen általánosan tudva levő alapelvek:

1) Hogy az *első* ösztevő mindenkor annyi, mint az elentétes jegyű gyökök öszvete, a *második* a kettős kapcsolatok, a *harmadik* a hármass kapcsolatok sat. sat. öszvete, az utolsó pedig azon tényezőt, mely valamennyi gyökökből, mint ugyanannyi tényezők öszveszorzásából származik, vagyis a gyökök $-a$, $-b$, $-c$ -vel jelöltetvén, s a hasonnemű ösztevőkkel összehasonlítottván, $a+b+c=A$;

$$ab+ac+bc=B; abc=C.$$

2) A harmadik fokú egyenlet egy első fokú és egy második fokú egyenletből tétetik össze $(x+a)(x^2+px+q)=x^3+(a+p)x^2+(q+ap)x+aq=0$, melyeknek ösztevőit a harmadik fokú egyenlet hasonnemű ösztevőivel összehasonlítván, 1) $a+p=A$; 2) $q+ap=B$; 3) $aq=C$.

$$1)\text{-ből } a=A-p; 3)\text{-ból } q=\frac{C}{A-p}$$

$$2)\text{-ből } \frac{C}{A-p} + Ap - p^2 = B, \text{ honnét:}$$

$$p^3 - 2Ap^2 + (A^2 + B)p + C - AB = 0.$$

Ezen feloldás tehát szintén úgy harmadik fokú egyenletre vezet mint maga a feloldandó.

3) Az egyenlet három gyökereivel, $(x+a)(x+b)(x+c)$, három második fokú egyenletet formálhatunk, melyekből az egyenlet gyökere általános formájának kell lenni $x=p \pm \sqrt{q}$.

Szem előtt tartván tehát, hogy a feladott egyenletben legalább egy valósággyökönek kell lenni, mely legyen $=a$, másikk kettő legyen $p \pm \sqrt{q}$ és $p - \sqrt{q}$, melyekkel az 1. sz. alatt mondottak következtében:

$$1) a+2p=-A$$

$$2) p^2+2ap-q=B$$

$$3) a(p^2-q)=-C$$

$$\begin{aligned}
 a &= -(A+2p) \quad 1)\text{-ből} \\
 4) -3p^2 - 2Ap - q &= B \quad 2)\text{-ből} \\
 -q &= B + 3p^2 + 2Ap \quad 4)\text{-ből} \\
 5) -(A+2p)(4p^2 + 2Ap + B) &= -C \quad 3)\text{-ből} \\
 6) -8p^3 - 8Ap^2 - 2(A^2 + B)p + C - AB &= 0
 \end{aligned}$$

azaz :

$$7) p^3 + Ap^2 + \frac{(A^2 + B)}{4}p + \frac{C - AB}{8} = 0$$

ezen feloldás is harmadik fokú egyenletre vezet.

4) A már többször említett okok következtében az egyenletek' gyökereinek általános formája lévén : $p \pm \sqrt{q}$, tehetjük :

$$\begin{aligned}
 x^3 &= p^2 \pm 3p^2\sqrt{q} + 3pq \pm q\sqrt{q} \\
 Ax^2 &= Ap^2 \pm 2Ap\sqrt{q} + Aq \\
 Bx &= Bp \pm B\sqrt{q}
 \end{aligned}$$

$$C = \frac{C}{p^3 + 3pq + Ap^2 + Aq + Bp + C \pm (3p^2 + q + 2Ap + B)\sqrt{q}} \text{ azaz :}$$

mivel az utóbbi kitétel mind állító mind tagadó lehet, ennél fogva hogy mindkettő együtt legyen $= 0$, csak úgy történhetik, ha külön-külön is

$$1. p^3 + Ap^2 + Bp + C + (A + 3p)q = 0$$

és :

$$2. 3p^2 + 2Ap + B + q = 0$$

melyekben : ha $q = 0$ látnivalóképen maga a feladott egyenlet kerül elő.

Ha pedig q nem 0, találjuk 1. 2-ből

$$\begin{aligned}
 -\frac{(p^3 + Ap^2 + Bp + C)}{A + 3p} &= -(3p^2 + 2Ap + B), \text{ honnét :} \\
 8p^3 + 8Ap^2 + (2A^2 + 2B)p + AB - C &
 \end{aligned}$$

vagy :

$$p^3 + Ap^2 + \frac{(A^2 + B)}{4}p + \frac{AB - C}{8}$$

ugyanazon harmadik fokú egyenlet, melyet az előbbi szám alatt találtunk, tehát mindezek, együl-egyig szintűgy harmadik fokú egyenletre vezetnek, a milyen volt maga a feloldandó. S ugyanez áll a magasabb fokú egyenletekre nézve is.

Nem is lehet másképen. Mert a felsőbb egyenletek gyö-

kereinek keresése határozatlan feladat lévén, miszerint valami adott egyenletből annyi ismeretlent kell meghatározunk, a hány fokra az adott egyenlet lág, ezt nem tehetjük másképen, hanem ha a keresendő gyökeret, valami adott, vagy önkénytes felvétel által közelebbről meghatározuk. Ezen alapon vannak építve a Newton és Fourierféle feloldások, melyek szerint elsőben azon határokat keressük fel melyek közé a gyökök foglaltatnak, s ekképen azon gyökeret, melyet keresünk, különösebben kijelöljük, s a többtől megkülönböztetjük. Csakhogy ezeknek két tetemes fogyatkozásuk van. Egyik az, hogy különösen csak a valós gyökökre alkalmazhatók, tehát nem általánosok. Másik az, hogy a kívánt határokat bizonyos szabatosággal kellő pontossággig kell felkeresnünk; a mi azon esetben, ha a gyökér valami egész szám értékehez felette közel esik, például ezred, tízezered sat. részekben tér el, s más ehhez hasonló esetekben csaknem lehetetlen, vagy legalább a matematikai biztos munkálatok elveivel össze nem férő tapogatózásokat teszen szükségessé.

Vannak-e az egyenletek általános alakjából lehozható egyéb viszonyok, melyek eddig alkalmazásba nem vétettek, s melyek ezen érdekes feladat megoldására szolgálhatnak? arról legközelebbi alkalommal fogok szólni.

AZ EGYENLETEK ÁTALÁNOS MEGOLDÁSÁRÓL.

GYÖRY SÁNDOR RT.-TÓL.

Az egyenletek általános formája :

$$x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} + \dots + Q$$

melyből, tekintet nélkül az előjegyekre :

$$1) x^n = Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} + \dots + Q$$

$$x^{n+1} = Ax^n + Bx^{n-1} + Cx^{n-2} + \dots + Qx$$

$$= (A^2 + B)x^{n-1} + (C + AB)x^{n-2} + \dots + AQ$$

tegyük :

$$x^{n+1} = \alpha x^{n-1} + \beta x^{n-2} + \gamma x^{n-3} \dots + \omega, \text{ lesz :}$$

$$x^{n+2} = \alpha x^n + \beta x^{n-1} + \gamma x^{n-2} \dots + \omega x \\ = (\alpha A + \beta) x^{n-1} + (\alpha B + \gamma) x^{n-2} + \dots + \alpha \omega$$

és ismét tétetvén

$$x^{n+2} = \alpha x^{n-1} + \beta x^{n-2} + \gamma x^{n-3} \dots + \omega, \text{ hasonlólag :}$$

$$x^{n+3} = \alpha x^n + \beta x^{n-1} + \gamma x^{n-2} \dots + \omega x \\ = (\alpha A + \beta) x^{n-1} + (\alpha B + \gamma) x^{n-2} \dots + \alpha \omega$$

általában :

$$x^n = \alpha_m x^{n-1} + \beta_m x^{n-2} + \gamma_m x^{n-3} \dots + \omega_m \text{ből}$$

$$x^{m+1} = (\alpha_m A + \beta_m) x^{m-1} + (\alpha_m B + \gamma_m) \dots + \alpha_m \omega_m.$$

S ezekből nyilván van, hogy akármi adott egyenlet gyöke-
nek (n)-dik és felsőbb hatványait, egygyel alsóbb (n—1)-dik
hatványok által ki lehet fejezni.

$$2) \quad x = \frac{Q}{P \dots + Cx^{n-4} + Bx^{n-3} + Ax^{n-2} + x^{n-1}}$$

e szerint pedig az (x)-nek értékét az (x) emelkedő hatványai
szerint elrendelt visszafutó sorzatra lehet kifejezni.

$$3) \quad x^{n-1} = x \cdot x^{n-2} =$$

$$\frac{Qx^{n-2}}{P \dots + Cx^{n-4} + Bx^{n-3} + Ax^{n-2} + x^{n-1}},$$

honnét :

$$x = \frac{Qx^{n-2}}{P \dots + Ax^{n-2}} + \frac{Qx^{n-2}}{P \dots + Ax^{n-2}} + \frac{Qx^{n-2}}{P \dots + Ax^{n-2} \text{ sat.}}$$

vagyis :

az (x)-nek értékét láncztörekekké is által lehet változtatni.

Minek következtében :

4) Mivel az (x)-nek értékét akár visszafutó sorzatokra
fejtsük ki (2 sz. szerint), akár láncztörekekké alakítsuk (3.
sz. szerint), mindenkor annál magasabb hatványok kerülnek
elő, minél tovább megyünk kifejtéseinkben ; mindazonáltal
akármeddig megyünk is, s annak következtében akármi ma-
gas hatványokra akadunk is, azokat (n—1)-dik hatványra
szállíthatjuk alá : ezekkel egyszersem be van bizonyítva, hogy
akármi felsőbb (n)-dik fokú egyenletet közvetlenül egygyel
alsóbb (n—1)-dik fokra alá szállíthatunk. Mely meg lévén, ha

a feladott egyenletnek valós gyökere van, osszszuk el a felsőbb fokú egyenletet a mondottak szerint kitalált egygyel alsóbb fokúval, s akkor az ismeretes tantételek következtében egy valós gyökeret fogunk feltalálni.

5) Azonban az első munkálat által nyert $(n-1)$ -dik fokú egyenletet hasonló munkálatoknak vethetjük alá, melylyel $(n-2)$ -dik s így tovább $(n-3)$ -dik sat. fokú egyenleteket nyerendünk folytatólag a *második* és *első* fokozatig, a mi azon ismeretes tantétel szerint : *minden felsőbb egyenleteket első és második fokú valós szorzókra lehet felbontani* ha bár gyakorlatilag ki nem mutattatott is, elméletileg legalább régóta ismeretes és többféleképen szigorúan be van bizonyítva,

Ezentúl tehát nincs egyéb hátra, hanem, hogy a gyakorlatban előforduló némely nehézségeket is elhárítsunk. Ilyenek

1) Hogy mind a sorzatok, mind a láncztörekek, melyekké a gyökök értékeit átalváltozhatjuk, igen lassan hajlanak, melynek okát már csak onnét is könnyű általlátni, mivel (x) -nek több értékei lévén, az öszszvehajlás hol egyik hol másikk értékhez közelít.

2) Ezen lassú öszszvehajlás szükségessé tenné, hogy csak néhány tizedes jegyig terjedő közelítés végett is felette sok tagot kellene nehéz munkával elsőben ugyan kifejtenuünk, azután, mint (1 sz. alatt) előadatott, igen sok és igen magasra emelkedő hatványok értékeit $(n-1)$ hatványra alászállított kitételekre vonnunk, s végzetül ezeknek értékeit együl-egyig a nekik megfelelő tagokban helyettesítenuünk. Már pedig mindezek gyakorlatilag alig végrehajtható fáradságos munkálatokra vezetnének.

Ezen nehézségeknek, mint az alább következendő példából világosabban ki fog tetszeni, könnyen eleit vehetjük az által, ha a sorzat tagait elsőben csak bizonyos meghatározott, például $(2n-2)$ -dik hatványig fejtjük ki, azután ezeket $(n-1)$ hatványra alábbszállítván, a nyert eredményt ismét felemeljük s ismét alábbszállítjuk folytatólag mindaddig, míg a kitűzött közelítést elérjük. Mivel ekkor is mindannyiszor az (x) -nek (n) -nél magasabb hatványai fognak előkerülni, melyeket hasonlólag a feladott egyenlet általános szabályai szerint $(n-1)$ -dik fokra alábbszállíthatunk; ezenkívül azon

egynehány tag kifejtését is, csupán egyszerű osztás által könnyen eszközölhetjük. Mindazonáltal ezentúl is további nehézségek fogják előadni magokat. Ú. m.

3) Mivel az alábbi szállítás már többször említett törvényei az (x) többféle értékeire tartoznak, ekkor is megeshetik hogy munkálatink folytatása által nem mindenkor az (x) -nek ugyanazon egy, hanem váltogatva hol egyik hol másik értékéhez fogunk közelíteni.

4) Ha ugyanazon értékhez közelitenénk is, lehet hogy több számjegyekre akadnánk mint a mennyi a közelítés törvényeinek kitételére múlhatlanúl megkívántatnék, s annál fogva kelletinél több számjegyekkel, kelletinél több és szövevényesebb munkálatokat kellene tennünk.

Ezen két utóbbi nehézség elhárítására tehát, a következő példákban előadandó mód szerint, a legkisebb számok feltalálására szükséges összevonásokat mindaddig kell ismételnünk, míg az alábbi szállított egyenlet törvényeit legalább egész számokban változtatlanúl feltaláljuk.

Ezekben az egyenletek általános feloldásának alaptörvényei ki lévén fejtve, általmehetünk tetteges alkalmazásokra és gyakorlati példákra, s ezeket összev hasonlítás kedvéért az eddig megszokottak feladatokra és kiszámításokra vonatkozólag veendjük.

1) Legyen például az igen ismeretes egyenlet :

$$x^3 - 2x - 5 = 0;$$

innét 1) sz. szerint :

$$x^3 = 2x + 5 = 2x + 5$$

$$x^4 = 2x^2 + 5x = 2x^2 + 5x$$

$$x^5 = 2x^3 + 5x^2 = 5x^2 + 4x + 10$$

$$x^6 = 5x^3 + 4x^2 + 10x = 4x^2 + 20x + 25$$

. . . . sat. sat.

2) sz. szerint :

$$x = \frac{5}{-2 + x^2} = -\frac{5}{2} - \frac{5x^2}{4} - \frac{5x^4}{8} \dots \text{melyből}$$

$$\text{tegyük } \frac{5x^4}{8} + \frac{5x^2}{4} + x + \frac{5}{2} = 5x^4 + 10x^2 + 8x + 20 = 0,$$

$$5x^4 = 10x^2 + 25x \text{ helyettesítésével}$$

$$20x^2 + 33x + 20 = 0, \text{ vagy: } x^2 + 2x + 1 = 0$$

3) sz. szerint

$$x = \frac{5}{-2+5x} = \frac{20+25x}{-8-20x}$$

melyből hasonlólag:

$$20x^2+33x+20=x^2+2x+1;$$

továbbá, hogy a helyetteszések törvényét változatlanul ugyanazon egy gyökére nézve megállapíthatjuk,

$$(x^2+2x+1)^2=x^4+4x^3+6x^2+4x+1=8x^2+17x+21$$

$$=x^2+2x+3$$

$$(x^2+2x+3)^2=x^4+4x^3+10x^2+12x+9=12x^2+25x+29$$

$$=x^2+2x+3;$$

melyek után mivel a két kitétel legkisebb egész számokra vonva összevagyozik, a következő kiszámítások alapjául vévén,

$$1) \begin{matrix} a) & b) & c) \\ (12x^2+25x+29)^2 & = & a^2x^4+2abx^3+(b^2+2ac)x^2+2bcx+c^2 \end{matrix}$$

$$x^4 \text{ és } x^3 \text{ értékeinek } +2a^2x^2+5a^2x$$

$$\text{helyetteszésével: } +4abx+10ab$$

$$(ax^2+bx+c)^2 = \begin{matrix} + & 2a^2 & & + & 5a^2 & & + & c^2 \\ + & 2ac & \left\{ \begin{matrix} x^2 \\ + & b^2 \end{matrix} \right\} & + & 4ab & \left\{ \begin{matrix} x \\ + & 2bc \end{matrix} \right\} & + & 10ab \end{matrix}$$

tehát:

$$a^2=144; b^2=625; c^2=841; ab=300; ac=348; bc=725;$$

$$\begin{matrix} 2a^2 & & 5a^2 & & c^2 \\ + & 2ac & + & 4ab & + & 10ab \\ + & b^2 & + & 2bc & \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} =1609 \\ + & 4ab \\ + & 2bc \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} 3370 \\ + & 10ab \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} =3841 \end{matrix} \right.$$

$$x = \frac{x^3-2x-5}{1609x^2+3370x+3841} = 2,094(421\dots)$$

$$2) \begin{matrix} a) & b) & c) \\ (1609x^2+3370x+3841)^2 & \text{ből hasonló munkálatok után} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2a^2 & & 5a^2 \\ + & 2ac & + & 4ab \\ + & b^2 & + & 2bc \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} =28895000 \\ + & 4ab \\ + & 2bc \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} 60522065 \\ + & 10ab \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} =68976581 \end{matrix} \right.$$

$$x = \frac{60522065}{28895000} = 2,0945514(794)$$

$$3) \begin{matrix} a) & b) & c) \\ (28895000x^2+60522065x+68976581)^2 & \text{ből harmadik} \end{matrix}$$

közelítéssel :

$$\left. \begin{array}{l} 2a^2 \\ + 2ac \\ + b^2 \end{array} \right\} = 9318919017854225; \left. \begin{array}{l} 5a^2 \\ + 4ab \\ + 2bc \end{array} \right\} = \begin{array}{l} 195189556 \\ 35219530 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} c^2 \\ + 10ab \end{array} \right\} = 22245619408199561$$

$$x = \frac{19518955635219530}{9318919017854225} = 2,094551481542326591 (1 \dots$$

tovább menni feleslegesnek látszik.

Fourier az ötödik közeli téssel találta *harminczkét* tizedes helyig

$$x = 2,09455148154232659148238654057930 \dots$$

ezek szerint pedig *harmadik* közelítéssel találtunk *tizennyolcz* tizedes helyet, *negyedikkel* tehát körülbelül *harminczhatot*; *ötödikkal* mintegy *hetvenkettőt* fognánk feltalálni.

Ezeknek következtében már most azon kérdés adja magát elő: honnét tudhatjuk meg, hogy a kiszámított közelítő értékek hány tizedes helyig lehetnek biztosak? Erre nézve:

Minthogy a közelítés nem csak a számjegyek nevekedése és szaporodása arányában, hanem még annál is sebesebben hajlik: mindjárt az első közelítésnél számításainkban legalább kétannyi tizedes helyig mehetünk, mint a mennyi számjegyből áll a nevező.

$$\text{Példánkban } x = \frac{3370}{1609} = 2,094(421\dots); \text{ itten mivel a}$$

nevezőnek első számjegye $= 1$, kétannyi tizedes helyig sem volt szükséges menni.

Ezután ha következő közelítéseinkben tudni kívánjuk, hogy azok hány tizedes helyig biztosak: a kitalált közelítésből, mely legyen $= x'$, kivonhatjuk az első értéket, melyből kiindultunk, s nevezzük az ekképen feltalált hibát $H = x' - x$. Példánkban $H = 2,094551 - 2,09421$, azaz: $H = 0,0^313$, melyek után a mondottak következtében a kérdéselt közelítésen elkövethető legnagyobb hibára nézve, melyet nevezzünk H' -nak, az x nevezőjét N -nek, az x' -ét N' -nek,

$$\text{állani fog } H' < \frac{N \cdot H}{N'}$$

Példánkban: x -nek nevezője $N=1609$; a második közelítésben x' -nek nevezője $N'=28895000$; leszen tehát a második közelítésen elkövethető legnagyobb hiba

$$H' < \frac{1609 \cdot 0,0^{313}}{280^6} = \frac{0,20917}{28,0^6} = \frac{0,0^6 20917}{28}, \text{ azaz : } H' <$$

$0,0^{87}$; melyből kitűnik, hogy a második közelítésen elkövethető legnagyobb hiba legfeljebb a nyolczadik tizedes helyre lehet befolyással, a hét első pedig hibátlan.

Hasonlag a harmadik közelítésre nézve :

$$N'=90^{15}; H' < \frac{0,20917}{90^{15}} = \frac{0,0^{15} 20917}{9}; H' < 0,0^{162};$$

mely azt mutatná hogy a 16-dik tizedes hely sem eléggé biztos. De ez onnét van, mivel, mint mondtuk, a közelítés nem csak a számjegyek értéke és szaporodása arányában, hanem annál is sebesebben hajlik, minél fogva az elkövethető legnagyobb hiba kiszámítása annál inkább eltér a valótól, minél távolabb esnek egymástól az összehasonlított közelítések.

Közelítőbben találjuk tehát a második és harmadik közelítések összehasonlításából :

$$\begin{aligned} x_1 - x &= 0,0^{7815} - 0,0^{7794} = 0,0^{821} \\ \frac{N \cdot H}{N'} &= \frac{28895000}{90^{15}} = \frac{280^6 \cdot 0,0^{821}}{90^{15}} = \frac{0,0588}{90^{15}}, \text{ melyből} \\ H' &= \frac{0,0^{16588}}{9} = 0,0^{176}; \end{aligned}$$

mely szerint az elkövethető legnagyobb hiba a tizenennyolczadik tizedes helyen, a tizenhét elsőre nem lehetne befolyással.

Legbiztosabb mód azonban, ha a vizsgálat alá vett közelítést még egyszer x -el szorozzuk és alábbszállítjuk: $(ax^2 + bx + c)x$, melynek következtében $\frac{c + \mu a}{b} = x + h$ alakú kitételt nyerendünk, s ennek kiszámításában csak a nagy számokkal teendő osztás okozhat némi nehézséget.

$$\text{De mivel egyszersmind } \frac{c + \mu a - bx}{b} = h, \text{ s a már elő-}$$

adottakból tudhatjuk, hogy az x nek hány számjegyig kell kétségbevonhatlanul hibátlanak, s ennél fogva bx -nek is ugyanannyi számjegyig $c + \mu a$ -val összeegyezőnek lenni: ezeknek következtében elég leendő az x -nek négy utolsó szám-

jegyeit a b-nek három első számjegyeivel szorozni, s ezeknek tényzetét c+ $\mu\alpha$ -ból az illető számjegy tekintetbe-vételével kivonni, melyek után az elkövetett hiba mennyisége igen könnyű szerrel feltalálathatik.

Peldánkban, a 2) közelítés eredménye

$$\begin{array}{ccc} \text{a)} & \text{b)} & \text{c)} \\ 28895000x^2 + 60522065x + 68976581 \end{array}$$

$x=2,0945514$, melyről már tudjuk, hogy a hét első tizedes helyig hibátlan.

Nevezett közelítésünk x-el szoroztatván, találjuk belőle

$$\frac{c+2a}{b} = x+h = \frac{126766581}{60522065}$$

x-nek három utolsó számjegye : $0,0^35514$ } melyekből
b-nek három első számjegye : $\frac{605}{bx=**5970}$

tehát : $12676658,1$

$$\frac{-5970}{=5,030} \text{ honnét } H = \frac{503}{605} = 0,83$$

azaz : a nyolczadik számjegy $=8$ a kilenczedik pedig kevesebb 3-nál mint az után következő számításokból valósággal kitűnik.

2) Példa : $x^3 - 7x - 7 = 0$.

$$x = \frac{7}{-7+x^2} = -1 - \frac{x^2}{7} - \frac{x^4}{49} \dots \text{tehát tétetvén :}$$

$$x^4 + 7x^2 + 49x + 49 = 0; \text{ mivel :}$$

$$x^3 = 7x + 7$$

$$x^4 = 7x^2 + 7x, \text{ leszen :}$$

$$x^4 + 7x^2 + 49x + 49 = 0 \text{ -ből}$$

$$* \quad 7x^2 + 7x$$

$$* \quad 14x^2 + 56x + 49 \text{ legkisebb számokban : } x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$(x^2 + 4x + 3)^2 = x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 24x + 9 = 0 \text{ -ből}$$

$$* \quad * \quad 7x^2 + 7x$$

$$56x + 56$$

$$* \quad * \quad 29x^2 + 87x + 65 = x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x^2 + 3x + 2)^2 = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$* \quad * \quad 7x^2 + 7x$$

$$42x + 42$$

$$20x^2 + 61x + 46 = x^2 + 3x + 2 = 0$$

s mivel ezen két utolsó, legkisebb számokra vont egyenlet összeegyezik, tétetvén első közelítésül :

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 \text{a)} & \text{b)} & \text{c)} \\
 1) (29x^2 + 87x + 65)^2 = & + \begin{array}{l} 7a^2 \\ b^2 \\ + 2ac \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 7a^2 \\ 14ab \\ 2bc \end{array} \right\} x + c^2 \\
 & & 14ab
 \end{array} \\
 a^2=841; b^2=7569; c^2=4225; \\
 ab=2523; ac=1885; bc=5655; \\
 \begin{array}{ccc}
 7a^2=5887 & \left\{ + \right. & 7a^2=5887 \\
 b^2=7569 & \left\{ \begin{array}{l} 14ab=35322 \\ 2ac=3770 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} + c^2=4225 \\ 14ab=35322 \end{array} \right. \\
 & & 2bc=11310
 \end{array} \\
 \hline
 17226x^2 + 52519x + 39547 \\
 x = \frac{52519}{17226} = 3,048(82)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 \text{a)} & \text{b)} & \text{c)} \\
 2) (17226x^2 + 52519x + 39547)^2 \text{ből} \\
 a^2=296735076; b^2=2758245361; c^2=1563965209 \\
 ab=904692294; ac=681236622; bc=20769692116 \\
 \begin{array}{ccc}
 7a^2=2077145532 & \left\{ + \right. & 7a^2=2077145332 \\
 b^2=2758245361 & \left\{ \begin{array}{l} 14ab=12665692116 \\ 2ac=1362473244 \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} 14ab=12665692116 \\ 2bc=4153937786 \end{array} \right. \\
 & & 2bc=4153937786
 \end{array} \\
 \hline
 6197864137x^2 + 18896775434x \\
 + c^2=1563965209 \\
 14ab=12665692116 \\
 + 14229657325 \\
 x = \frac{18896775434}{6197864137} = 3,048917339(31..
 \end{array}$$

Ezen egyenlet gyökereit Eytelvein *Analysise* I. köt. 220 lap. találja

$$x_1 = 3,048\ 917\ 3388$$

$$x_2 = -1,692\ 021\ 4727$$

$$x_3 = -1,356\ 895\ 8667, \text{ s hozzászözi :}$$

Mivel tehát ezen három gyökér öszvetének $=0$ -nak kell lenni, innét következik, hogy mindegyike *kilencz* tizedes helyig pontosan ki van számítva.

Kiszámításaink szerint pedig az x_1 *kilenczedik* tizedes jegyének nem (8)-nak hanem (9)-nek kell lenni, annál inkább, mivel (9)-nél kisebb ezen közelítési mód szerint, minél fogva mindenik közelítésnek nagyobbának kell lenni az előttevaló-

nál, egyáltalában nem lehet. A kilencedik tizedes jegy tehát nem pontos.

Azonban egy az, hogy abból, mivel a kiszámított gyökök kilencz tizedes helyig $=0$, nem következik más, hanem hogy az egymással ellenkező $+$, $-$ hibák egymást kiegyenlíthették: más az, hogy logaritmiai és trigonometria számításokban, melyeket használt, hasonló pontos összeegyeztés alig várható és kívánható.

Mindazonáltal minden kétség elhárítására, közelítésünket egy tizedes helylyel tovább folytathatjuk, tétetvén:

$$\begin{array}{ccc} \text{a)} & \text{b)} & \text{c)} \\ 6197864137x^3 + 18896775434x^2 + 14229657325x = 0 \end{array}$$

melynek alábbi szállításából:

$$c = 14229657325$$

$$7a = 43385048959$$

$$\hline 57614706284$$

$$x = \frac{57614706284}{18896775434} = 3,0489173396(396 \dots)$$

tehát a két utolsó, kilencedik és tizedes számjegyek hibásak.

$$3) \text{ Példa: } x^3 - 7x + 7 = 0.$$

Ezen egyenlet gyökerei ellentétesen azonosok ugyan a legközelebb feloldott egyenlet gyökereivel, mindazonáltal a jegyváltozásokra vonatkozólag nem látszik feleslegesnek megemlíteni. Leszen tehát

$$x^3 = 7x - 7$$

$$x^4 = 7x^2 - 7x$$

$$x = \frac{-7}{-7 + x^2} = 1 + \frac{x^2}{7} + \frac{x^4}{49} \dots \text{ből}$$

$$x^4 + 7x^2 - 49x + 49 = 0$$

$$\begin{array}{r} * \\ 7x^2 - 7x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} * \\ 14x^2 - 56x + 49 \end{array} \text{ legkisebb számokban } x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x^2 - 4x + 3)^2 = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9$$

$$\begin{array}{r} * \quad * \\ 7x^2 - 7x \end{array}$$

$$\hline -56x + 56$$

$$\begin{array}{r} * \quad * \\ 29x^2 - 87x + 65 = x^2 - 3x + 2 \end{array}$$

$$(x^2 - 3x + 2)^2 = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4$$

$$\begin{array}{r} * \quad * \\ 7x^2 - 7x \end{array}$$

$$\hline -42x + 42$$

$$\begin{array}{r} * \quad * \\ 20x^3 - 61x + 46 = x^2 - 3x + 2; \end{array}$$

tehát tétetvén első közelítésül

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} +a \quad b \quad +c \\ 1) (29x^2 - 87x + 65)^2 = a^2x^4 - 2abx^3 + (b^2 + 2ac)x^2 - 2bcx + c^2 \end{array} \\
 \begin{array}{r} * \quad * \quad + \quad 7a^2x^2 - 7a^2x + 14ab - 14abx \\ * \quad * \quad 7a^2 \left\{ \begin{array}{l} -7a^2 \\ +2ac \\ +b^2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 14ab \\ -2b \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} c^2 \\ x + 14ab \end{array} \right\} \end{array} \\
 a^2 = 841; b^2 = 7569; c^2 = 4225 \\
 ab = 2523; ac = 1885; bc = 5655 \\
 \begin{array}{r} 7a^2 = 5887 \left\{ \begin{array}{l} -7a^2 = -5887 \\ b^2 = 7569 \left\{ \begin{array}{l} -14ab = -35322 \\ 2ac = 3770 \left\{ \begin{array}{l} -26 = -11310 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} +c^2 = 4225 \\ +14ab = 35322 \end{array} \right\} \\ \hline 17226x^2 \quad -52519x \quad +39547 \\ x = \frac{-52519}{17226} = -3,048(82 \dots) \end{array}
 \end{array}$$

s így tovább mint fentebb a legközelebbi példában.

Ezek szerint egy gyökér feltaláltatván, magában értetik, hogy a többi kettő az alább szállított második fokú egyenlet feloldása által meghatározthatatik, a mi különben is ismeretes lévén, vele körülményesebben foglalkozni szükségtelen.

Mondottuk azonban azt is, hogy mind az (x) értékére kifejtett sorzat, mind a láncztörek igen lassan hajlik. Ezeknél fogva tehát nem egyáltalában szükséges, hogy minél több tagokat számláljunk össze, hanem mindjárt az első vagy második hatványoknál megállapodhatunk. Például

Első példánkban találtuk :

$$x = \frac{-5}{2} - \frac{5x^2}{4} - \frac{5x^4}{8} \dots \text{sat.}$$

tehetjük tehát kifejtésünk első tagjánál megállapodván :

$$(2x+5)=0; (2x+5)^2=4x^2+20x+25=x^2+5x+6=0$$

$$(x^2+5x+6)^2=x^4+10x^3+37x^2+60x+36=0$$

$$\begin{array}{r} * \quad * \quad 2x^2 + 5x \\ + 20x + 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} * \quad * \quad 39x^2 + 85x + 86 = 0 \end{array}$$

$$\text{legkisebb számokban : } x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$(x^2+2x+2)^2=x^4+4x^3+8x^2+8x+4$$

$$\begin{array}{r} * \quad * \quad + 2x^2 + 5x \\ + 8x + 20 \end{array}$$

$$10x^2+21x+24$$

legkisebb számokban : x^2+2x+2 tehát :

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \quad \text{b) } \quad \text{c) } \\
 (10x^2+21x+24)^2 \text{ből első közelítéssel :} \\
 a^2=100; b^2=441; c^2=576 \\
 ab=210; ac=240, bc=504 \\
 \begin{array}{l}
 2a^2=200 \quad \left\{ \begin{array}{l} 5a^2=500 \\ 4ab=840 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} c^2=576 \\ 10ab=2100 \end{array} \right\} \\
 2ac=480 \quad \left\{ \begin{array}{l} 4ab=840 \\ 2bc=1008 \end{array} \right\} \\
 b^2=441 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2bc=1008 \\ 1121x^2+2348x+2676 \end{array} \right\}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$x = \frac{2348}{1121} = 2,09455(84 \dots \text{ mint fentebb találtuk.})$$

$$\text{Második példánkban : } x = \frac{7}{-7+x^2} = -1 - \frac{x^2}{7} - \frac{x^4}{49}$$

tehát az első tagot megállapodván :

$$\begin{array}{l}
 (x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0 \\
 \quad \quad \quad * \quad \quad \quad 7x^2 + 7x \\
 \quad \quad \quad \quad \quad + 28x + 28 \\
 \quad \quad \quad * \quad \quad \quad 13x^2 + 39x + 29 = x^2 + 3x + 2 \\
 (x^2+3x+2)^2 = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4 \\
 \quad \quad \quad * \quad \quad \quad 7x^2 + 7x \\
 \quad \quad \quad \quad \quad + 42x + 42 \\
 \quad \quad \quad * \quad \quad \quad 20x^2 + 61x + 46 = x^2 + 3x + 2;
 \end{array}$$

tehát :

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \quad \text{b) } \quad \text{c) } \\
 (13x^2+39x+29)^2 \text{ből első közelítéssel :} \\
 a^2=169; b^2=1521; c^2=841 \\
 ab=507; ac=377; bc=1131 \\
 \begin{array}{l}
 7a^2=1183 \quad \left\{ \begin{array}{l} +7a^2=1183 \\ 14ab=7098 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} +c^2=841 \\ 14ab=7098 \end{array} \right\} \\
 b^2=1521 \quad \left\{ \begin{array}{l} 14ab=7098 \\ 2bc=2262 \end{array} \right\} \\
 2ac=754 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2bc=2262 \\ 3458x^2+10543x+7939 \end{array} \right\}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$x = \frac{10543}{3458} = 3,048(86 \dots \text{ mint fentebb.})$$

Mindazonáltal ezen példák, noha közönségesen csaknem mindenütt mutatványul szoktak felhozatni, könnyen tévedésre vezethetnének. Mert a mondottak, lehozatainkra alkalmazva, csak akkor találnak helyet, ha a kifejtett sorzat első tagját A_0 -nak nevezvén a feladott egyenletben

$$\frac{x^3 + Ax^2 + Bx + C}{x - A_0} = x^2 + ax + b$$

az alábbszállított egyenlet gyökerei legfeljebb is csak tizedes részekben térnek el az igaz értéktől. A mi ha nem történik, A_0 -nak értékét oly közelítőleg kell meghatároznunk, hogy a mondott eset beálljon. A mi hogy miképen eszközölhető, azt a következő példára alkalmazva fogjuk előadni és felvilágosítani.

$$4) \text{ Példa: } x^3 - 12x^2 + 57x - 94 = 0$$

$$x = \frac{94}{57 - 12x + x^2}$$

$$x^3 = 12x^2 - 57x + 94 = -Ax^2 - Bx - C$$

$$x^4 = 87x^2 - 590x + 1128 = \alpha x^2 + \beta x + \gamma.$$

A kifejtett sorzat első tagja: $A_0 = \frac{94}{57} = 1,6 \dots$ s mivel ez, mint látni fogjuk, az igaz gyöktől $= 3,36 \dots$ egység-nél nagyobb számban tér el, $x - \frac{94}{57} = 0$ vagy $(57x - 94)^2 = 0$ -val a közelítést meg nem kezdhjük, sőt ezen alaptól indulván ki, minél tovább folytatjuk közelítési munkálatainkat, annál nagyobb eltérésekre fogunk akadni.

De ezen nehézséget könnyen elháríthatjuk az által, ha tétetvén elsőben $A_0 = x_0 = \frac{94}{57} = 1,6$ ezen feltalált értéket x -ért helyettesítjük, melylyel x -nek közelítőbb értékét fogjuk feltalálni, s így tovább akármeddig folytatva. Leszen tehát példánkban:

$$x_0 = \frac{94}{57} = 1,6; \text{ ennek helyettesítésével}$$

$$x_1 = \frac{94}{40} = 2,4; \text{ további helyettesítéssel}$$

$$x_2 = \frac{94}{34} = 3,0; \text{ folytatólag}$$

$$x_3 = \frac{94}{30} = 3,1; \text{ mely, mivel már most a különbség csak tize-}$$

des helyen mutatkozik, elegendő lévén:

$$\frac{x^3 - 12x^2 + 57x - 94}{x - 3} = x^2 - 9x + 30$$

s ennek felemelésével a közelítést megkezdhetjük. Melynek bizonyítására szolgál :

$$\begin{array}{r} x^3 - 9x^2 + 30x \\ * \quad 12x^2 - 57x + 94 \\ \hline 3x^2 - 27x + 94 = x^2 - 9x + 30; \end{array}$$

s ezen két egyenlet összeegyeztetéséből következik, hogy kisebb egész számokból álló, s a feladott harmadik fokú egyenlethez közelítőbb második fokú egyenlet nem létezhetik. Miknél fogva már most,

$$\begin{array}{r} (x^2 - 9x + 30)^2 = x^4 - 18x^3 + 141x^2 - 540x + 900 \\ * \quad * \quad 87x^2 - 590x + 1128 \\ \quad - 216x^2 + 1026x - 1692 \\ * \quad * \quad 12x^2 - 104x + 336' \end{array}$$

melyet alapul vévén,

$$\begin{array}{r} +a \quad -b \quad +c \\ 1)(12x^2 - 104x + 336)^2 = a^2x^4 - 2abx^3 + (b^2 + 2ac)x^2 \\ \quad - 2bcx + c^2 \\ * \quad * \quad + \alpha a^2 + \beta a^2 + \gamma a^2 \\ \quad + 2Aab + 2Bab + 2Cab \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = -12; \alpha = 87; \\ B = +57; \beta = -590; \\ C = -94; \gamma = 1128 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a^2 = 144; b^2 = 10816; c^2 = 112896 \\ ab = 1248; ac = 4032; bc = 34944 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} b^2 + 2ac = 18880 \\ \alpha a^2 = 12528 \\ 2Aab = -29952 \\ \hline 1456x^2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -2bc = -69888 \\ \beta a^2 = -84960 \\ 2Bab = 142272 \end{array} \right\} \begin{array}{l} c^2 = 112896 \\ \gamma a^2 = 162432 \\ 2Cab = -234624 \\ \hline +40704 \end{array}$$

$$x^2 - 8,63736...x + 27,5604$$

és mivel $\frac{x^3 + Ax^2 + Bx + C}{x^2 + ax + C} = x + A - a$, innét :

$$x = -A + a = +12 - 8,63736... = 3,362(64...)$$

Eytelwein Analysise I. köt. 166-dik lapon találattatik

$$x = 3,3621659$$

mely szerint annyi számjegy összeegyeztik, a hányból áll a nevező. Tovább menni felesleges volna.

5) Példa.

$$x^3 - 10x^2 - 130x + 850 = 0$$

$$x^3 = 10x^2 + 130x - 850 = -Ax^2 - Bx - C$$

$$x^4 = 230x^2 + 450x - 8500 = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

$$x = \frac{-850}{-130 - 10x + x^2}$$

$$x_0 = 6; x_1 = 5,5; x_2 = 5,49$$

Itten tehát, mivel $x_0 = 6$ az $x_1 = 5,5$ csak tizedes jegyben tér el, alapegyenletül tehetjük

$$\frac{x^3 - 10x^2 - 130x + 850}{x - 5,5} = x^2 - 4,5x - 155$$

biztosításul :

$$\begin{array}{r} x^3 - 4,5x^2 - 155x \\ * \quad + 10x^2 + 130x - 850 \\ \hline * \quad 5,5x^2 - 25x - 850 = x^2 - 4,5x - 155 \end{array}$$

melyekből :

$$\begin{array}{r} +a \quad -b \quad -c \\ (10x^2 - 45x - 1550)^2 = a^2x^4 - 2abx^3 + (b^2 - 2ac)x^2 + 2bcx + c^2 \\ * \quad * \quad +\alpha a^2 + \beta a^2 \quad + \gamma a^2 \\ \quad \quad \quad + 2Aab + 2Bab + 2Cab \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A = -10; \alpha = 230 \\ B = -130; \beta = 450 \\ C = +850; \gamma = -8500 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a^2 = 100; b^2 = 2025; c^2 = 2402500 \\ ab = 450; ac = 15500; bc = 69700 \\ b^2 - 2ac = -28975 \\ \alpha a^2 = 23000 \\ 2Aab = -9000 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 2bc = 139500 \\ \beta a^2 = 45000 \\ 2Bab = -117000 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} c^2 = 2402500 \\ \gamma a^2 = -850000 \\ 2Cab = 765000 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} -14975x^2 \quad + 67500x \quad + 2317500 \end{array}$$

$$a = \frac{67500}{-14975} = -4,507 \dots$$

$$x = -A + a = 10 - 4,507 \dots = 5,493 \dots$$

s itt, noha a nevező öt számjegyből áll, mégis a gyökér értéke már a harmadik tizedes helyben hibás. A mi azt mutatja, hogy ha a tizedes helyekkel alapegyenletünkben elébbre megyünk, mielőtt az egész számokat megállapítottuk, nagyobb számokkal leszen dolgunk, a nélkül hogy velök nagyobb közelítést érhetnénk el.

Ellenben ha számításaink fentebb kimutatott menetelét megtartjuk :

$$\begin{array}{r} (x^2 - 4x - 155)^2 = x^4 - 8x^3 - 294x^2 + 1240x + 24025 \\ * \quad * \quad + 230x^2 + 450x - 8500 \\ \quad \quad - 80x^2 - 1040x + 6800 \\ \hline \quad \quad - 144x^2 + 650x + 22325 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 +a \quad -b \quad -c \\
 (144x^2 - 650x - 22325)^2 - b^2 \\
 \left. \begin{array}{l} A = -10 ; \alpha = 230 \\ B = -530 ; \beta = 450 \\ C = +850 ; \gamma = -8550 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a^2 = 20736 ; b^2 = 422500 ; \\ c^2 = 498405625 \\ ab = 93600 ; ac = 3214800 ; \\ bc = 14511250 \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l} b^2 - 2ac = -6007100 \\ \alpha a^2 = 4769280 \\ 2Aab = -1872000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 2bc + 29022500 \\ \beta a^2 = 9331200 \\ 2Bab = -24336000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} c^2 = 498405625 \\ \gamma a^2 = -176256000 \\ 2Cab + 59120000 \end{array} \right\} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 -3109820x^2 & +14017700x & +381269625 \\
 a = \frac{1401770}{-310982} = -4,50755. \\
 x = -A + a = 5,49245
 \end{array}
 \end{array}$$

további közelítéssel találhatók

$$x_1 = 5,49246 \ 47815 \ 00970 \ 248 \dots$$

$$x_2 = 14,89643 \ 13663 \ 65080 \ 732 \dots$$

$$x_3 = -10,38889 \ 61478 \ 66050 \ 980 \dots$$

A felsőbb egyenletek megoldásában főképen azon nehézség adja magát elő, hogy noha a gyökök több számmal vannak egynél, azoknak meghatározására mindazonáltal csupán csak egy egyenlet adatik, minél fogva a feladatnak szükségképen határozatlannak kell lenni. — Innét van, hogy ha az egyenlet adott összevöiből s az egyenletek tudva levő törvényeiből akarjuk a gyököket meghatározni, mindig legalább is olyan magas, sőt magasabb fokú egyenletekre akadunk, a milyen fokra hág maga az adott egyenlet. Innét van az is, hogy ennek elkerülésére elsőben a gyökök határ-értékei szoktak felkerestetni, mi által kijelöltetvén azon gyökér, a melyet keresünk, a feladat határozottá válik.

Előadott módszerünk nem csak az, hogy az efféle feladásokra is alkalmazható, sőt belőle a határ-értékek meghatározására is könnyebb és biztosabb módra találunk az eddigieknél, melyre még nem leszen felesleges egy-két példát felhozni. Legyen :

$$1) x^3 - 4x^2 - 7x + 4.$$

Ebben Fourier szabályai alkalmazásával úgy találjuk hogy :

-1 és -10 ; 0 és $+1$; 1 és $+10$ határok között valós gyököknek kell létezni, következőleg egyenletünk mind a három gyökerei valósok.

Nemkülönben kell lenni :

$$x = \frac{-4}{-7-4x+x^2},$$

melyben ha teszszük először $x_0=0$; azután $x_1=\frac{-7}{-4}$ s így tovább, a feltalált értékek helyettesítésével mindig közelítőbb határ-értékeket fogunk találni. Mely végre legyen az x -nek általános értéke törek alakjában $\frac{a}{b}$, leszen

$$x = \frac{-4b^2}{-7b^2-4ab+a^2} \text{ tehát mivel tétetvén elsőben } x=0$$

$$x_0 = \frac{-4}{-7} \text{ azaz : } a=-4; b=-7 \text{ lesz :}$$

$$x_1 = \frac{196}{439}; a=196; b=439$$

$$x_2 = \frac{770884}{1654807}; a=770884; b=1654807$$

. sat.

egyébiránt elégséges csak az első két vagy három számjegyeket tekintetbe venni, melyekből

$$x_0=0,57; x_1=0,45393 \dots x_2=0,46584 \dots$$

vagy pedig tizedes törtekkel számítva

$$x_0=0$$

$$x_1 = \frac{-4}{-7} = 0,57$$

$$x_2 = \frac{-4}{-8,96} = 0,44$$

$$x_3 = \frac{-4}{-8,57} = 0,46$$

. ,

tegyük tehát $x=0,45$ középértéket vévén az x_2 és x_0 között. Egyébiránt a közelítő értéket szabatosabban is meghatározhatjuk. Mivel ugyanis annak x_1 és x_2 között kell esni, leszen :

$$\frac{0,45393+0,46584}{2} = 0,45988 \dots$$

továbbá közelebb kell esni az utóbbi közelítéshez x_2 -hez, tehát

$$\frac{0,45988 + 0,46584}{2} = 0,46286 \dots$$

melyen volna az elkövethető legnagyobb hiba

$$\frac{0,46584 - 0,46286}{2} = 0,00149$$

azaz: $x = 0,46286 \dots$ on az elkövethető legnagyobb hiba kisebb lenne mint 0,00149 mint látni fogjuk.

Megtartván azonban $x = 0,45$ leszen :

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 7x + 4}{x - 0,45} = x^2 - 3,55x - 8,6$$

s ezen második fokú egyenlet feloldásából

$$x = 1,775 \pm \frac{1}{2} \sqrt{47},$$

$$\text{s mivel } \sqrt{47} = 6,85565$$

$$x = +5,202825; x = -6,52825$$

s a három gyökér együtt :

$$+0,45 \dots \dots$$

$$+5,202825 \dots$$

$$-1,652825 \dots$$

$$4,000 \dots \dots \text{ mint lenni kell.}$$

Azonban észre kell vennünk, hogy ezen kiszámított gyökök, már alap-felvételünknel fogva $x = 0,45$ a százados helyeken sem lehetnek pontosok; melyből a következők, hogy a gyökök összeszámitása, miszerint azoknak öszvetők a második tag ellenkező jeggyel vett ösztevőjével egyenlő tartozik lenni, nem szolgálhat minden esetben elegendő biztosítékul:

Ezekután a további közelítéseket következőképen folytathatjuk :

Az adott egyenletből :

$$x^3 = 4x^2 + 7x - 4$$

$$x^4 = 23x^2 + 24x - 16$$

továbbá :

$$(ax^2 + bx + c)^2 = a^2x^4 + 2abx^3 + (b^2 + 2ac)x^2 + 2bcx + c^2$$

$$(x^2 - 3,55x - 8,6)^2 \text{-ben}$$

$$a = 1; b = -3,55; c = -8,6$$

$$a^2 = 1; b^2 = 12,6025; c^2 = 73,96$$

melyekből :

$$\begin{array}{r}
 (x^2 - 3,55x - 8,6)^2 \\
 = x^4 - 7,1x^3 - 4,5975x^2 + 61,060x + 73,96 \\
 * \quad * + 23,0000 \quad + 24,000 \quad - 16,00 \\
 * \quad * - 28,4000 \quad - 49,700 \quad + 28,40 \\
 \hline
 = 9,9975x^2 + 35,360x + 86,36 = f_x \\
 \text{és mivel } x = \frac{x \cdot f_x}{f_x} \\
 x f_x = -9,9975x^3 + 35,360x^2 + 86,36x \\
 * \quad * - 39,990x^2 - 69,9825x + 39,99 \\
 \hline
 = 4,630x^2 + 16,3775x + 39,99
 \end{array}$$

következöleg :

$$x = \frac{-4,630x^2 + 16,3775x + 39,99}{-9,9975 + 35,3600x + 86,36}$$

asaz :

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{4,630}{9,9975} = 0,463115 \dots \\
 x &= \frac{16,3775}{35,3600} = 0,463136 \dots \\
 x &= \frac{39,99}{86,36} = 0,463016 \dots
 \end{aligned}$$

* ezen kiszámított értékek, mivel a harmadik tizedes helyig pontosan összeegyeznek, addig kétségtelenül hibátlanok. Tovább folytatva

$$\begin{aligned}
 &(99975x^2 - 353600x - 863600)^2 \text{ -ben} \\
 &a = 99975; b = 353600; c = -863600 \\
 &a^2 = 9995000625; b^2 = 125032960000; c^2 = 745804960000 \\
 &2ab = -70702320000; 2ac = -172676820000 \\
 &2bc = +610737920000 \\
 &\text{melyekből : } (99975x^2 - 353600x - 863600)^2 \\
 &= 9995000625x^4 - 70702320000x^3 \\
 &- 47643860000x^2 + 610737920000x + 745804960000 \\
 &+ 229835014375 - 239880015000 - 159920010000 \\
 &- 282809280000 - 494916240000 + 282809280000 \\
 &= -100568125625x^2 + 355701695000x + 868694230000 = f_x \\
 &x^2 - 35369227853201x - 8637868356413 \\
 x &= \frac{x^3 - 4x^2 - 7x + 4}{x^2 - 35369227853201x - 8637868356413}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0,4630772146799 \dots \\
 xfx &= -100568125625x^3 + 355701695000x^2 + 868694230000x \\
 &\quad - 402272502500 - 703976879375 \\
 &\quad - 46570807500x^2 + 164717350625x \\
 &\quad + 402272502500 \\
 x &= \frac{xfx}{fx} \\
 &= \frac{-46570807500x^2 + 164717350625x + 402272502500}{-100568125625x^2 + 355701695000x + 868694230000} \\
 x &= \frac{-46570807500}{-100568125625} = 0,46307721(467986 \dots) \\
 x &= \frac{164717350625}{355701695000} = 0,46307721(593 \dots) \\
 x &= \frac{402272502500}{868694230000} = 0,46307721(2452 \dots)
 \end{aligned}$$

Ezekből azt látjuk, hogy noha a nevező tizenkét számjegyből áll, még is számításaink biztossága csak a nyolcz első tizedes helyig terjed. Melyből tehát világos, hogy számítási munkálatink végrehajtásához kellenél több számjegyet vetünk igénybe. Ezt tehát az által kerü'hetjük el, hogy: vagy közelítéseinkben mindjárt az első jelentős számjegynél megállapodunk, vagy pedig az első közelítés által nyert egyenletben csak az első számjegyeket használván, a többi következőket elhagyjuk. Melyekre példákat fogunk látni a következőkben.

Láthatjuk azt is, hogy a határértékek keresése a fentebb előadott szabályok szerint nem csak sokkal rövidebb és egyszerűbb, (annál inkább, mivel (a) és (b) helyett illetőleg csak egy, két, három sat. közelítő számjegyeket vehetünk), hanem hasonlíthatlanul pontosabb a szokott módoknál. Fentebbiekben ugyanis, noha csak (x_2) -ig mentünk, úgy találtuk, hogy ha teszszük $x=0,46286 \dots$ az elkövethető hiba kisebb mint 0,00149; melyet már most kiszámításaink által is bebizonyítva látunk, melyek szerint lévén: $x=0,46307$ találjuk $0,46307 - 0,46286 = 0,00019$ tetemesen kisebb mint 0,00149.

2) Legyen: $x^4 - 4x^3 - 3x + 23 = 0$, melyre nézve Fourier szabályainak alkalmazásával úgy találjuk, hogy ezen egyen-

letnek két valós és két képzetes gyökerei vannak a valósok egyike 0 és $+3$; másika : 3 és $+10$ között. Mivel tehát :

$$x = \frac{-23}{-3-4x^2+x^3}; \text{ tétetvén } x=0, \text{ találjuk :}$$

$$x_0 = \frac{3}{23} = 7,7$$

$$x_1 = \frac{-23}{-3-237+456} = -0,1.$$

Minthogy tehát a gyökérnek 7,7 és $-0,1$ határok közé kell esni, még pedig közelebb ezen utóbbihoz mint amahoz, $\frac{7,7-0,1}{2} = 3,8$; $\frac{3,8-0,1}{2} = 1,85$; a közelítések további folytatásával úgy találjuk, hogy tétetvén $x=2,06$ az elkövethető legnagyobb hiba kisebb lesz 0,01 nél. Ezen közelítést megtartván

$$\frac{x^4-4x^3-3x+23}{x-2,06} = x^3-1,94x^2-3,9964x-11,2326.$$

Már most ezen egy fokkal alább szállított egyenlettel következőképen folytathatjuk munkálatainkat :

$$\begin{aligned} & (ax^3+bx^2+cx+d)^2 \\ & = a^2x^6+2abx^5+(b^2+2ac)x^4+(2ad+2bc)x^3+(c^2+2bd)x^2 \\ & \quad + 2cdx+d^2 \end{aligned}$$

legközelebb talált egyenletünkben pedig ha csak a két első tizedes helyet veszszük számítás alá :

$$a=1; b=-1,94; c=-4; d=-11,23$$

$$a^2=1; b^2=3,7636; c^2=16; d^2=126,1129$$

$$2ab=-3,88; 2ac=-8; 2ad=-22,46; 2bc=+15,22$$

$$2bd=43,5724; 2cd=89,84 \text{ melyekből}$$

$$(x^3-1,94x^2-4x-11,23)^2$$

$$= x^6-3,885x^5-4,2364x^4$$

$$-6,940x^3+59,5724x^2+89,8400x+126,1129;$$

továbbá az adott egyenletből :

$$x^4=4x^3+3x-23$$

$$x^5=16x^3+3x^2-11x-92$$

$$x^6=67x^3-11x^2-44x-368$$

következőleg ezen felsőbb hatványok helyeltesével :

$$\begin{array}{r}
 -6,9400x^3 + 59,5724x^2 + 89,8400x + 126,1129 \\
 + 67,0000 \quad -11,0000 \quad -44,0000 \quad -368,0000 \\
 -62,0800 \quad -11,6400 \quad +42,6800 \quad +356,9600 \\
 -16,9456 \quad * \quad -12,7092 \quad + 97,4372 \\
 \hline
 -18,9656x^3 + 36,9324x^2 + 75,8108x + 212,5101 = fx \\
 xfx = -18,9656x^4 + 36,9324x^3 + 75,8108x^2 + 212,5101x \\
 \quad * \quad -75,8624 \quad * \quad -56,8968 \\
 \hline
 38,9300x^3 + 75,8108x^2 + 155,6133x \\
 + 436,2088 \\
 x = \frac{-38,9300x^3 + 75,8108x^2 + 155,6133x + 436,2088}{-18,9656x^3 + 36,9324x^2 + 75,8108x + 212,5101} \\
 x = \frac{-389300}{-189656} = 2,0526 \text{ (637...)} \\
 x = \frac{75,8108}{36,9324} = 2,0526 \text{ (9086..)} \\
 x = \frac{155,6133}{75,8108} = 2,0526 \text{ (534..)} \\
 x = \frac{436,2088}{212,5101} + 2,0526 \text{ (497..)}
 \end{array}$$

Ezek szerint kétannyi tizedes helyet találtunk fel pontosan, mint a mennyit közelítéseink alapjául felvettünk.

Ha pedig első egyenletünkben csak az egész számokat veszszük tekintetbe, leszen :

$$\begin{array}{l}
 (x^3 - 2x^2 - 4x - 11)^2 \text{-ben :} \\
 a = 1 ; b = -2 ; c = -4 ; d = -11 \\
 a^2 = 1 ; b^2 = 4 ; c^2 = 16 ; d^2 = 121 \\
 2ab = -4 ; 2ac = -8 ; 2ad = -22 ; 2bc = +16 \\
 2bd = +44 ; 2cd = +88 ; \text{ melyekből} \\
 (x^3 - 2x^2 - 4x - 11)^2 \\
 = x^6 - 4x^5 - 4x^4 \\
 - 6x^3 + 60x^2 + 88x + 121 \\
 + 67x^3 - 11x^2 - 44x - 368 \\
 - 64x^3 - 12x^2 + 44x + 368 \\
 - 16x^3 * -12x + 92 \\
 \hline
 -19x^3 + 37x^2 + 76x + 213 = fx \\
 xfx \\
 = -19x^4 + 37x^3 + 76x^2 + 213x \\
 * -76x^3 * -57x + 437 \\
 \hline
 -39x^3 + 76x^2 + 156x + 437
 \end{array}$$

$$x = \frac{-39x^3 + 76x^2 + 156x + 437}{-19x^2 + 37x^2 + 76x + 213}$$

$$x = \frac{39}{19} + 2,05(2631...)$$

$$x = \frac{76}{37} + 2,05(4054...)$$

$$x = \frac{156}{76} + 2,05(2631...)$$

$$x = \frac{437}{213} + 2,05(1643...)$$

folytatólag :

$$(19x^3 - 37x^2 - 76x - 213)^2 \text{-ben}$$

$$a = -19; b = -37; c = -76; d = -213$$

$$a^2 = 361; b^2 = 1369; c^2 = 5776; d^2 = 45369$$

$$2ab = -1406; 2ac = -2888; 2ad = -8094$$

$$2bc = +5624; 2bd = +15762; 2cd = 32376$$

$$\text{honnét : } (19x^3 - 37x^2 - 76x - 213)^2$$

$$= 361x^6 - 1406x^5 - 1519x^4$$

$$- 2470x^3 + 21538x^2 + 32376x + 45369$$

$$+ 24187 \quad - 3971 \quad - 15884 \quad - 132848$$

$$- 22496 \quad - 4218 \quad + 15466 \quad + 129352$$

$$- 6076 \quad * \quad - 4557 \quad + 34937$$

$$- 6855x^3 + 13349x^2 + 27401x + 76810 = fx$$

$$xfx$$

$$= -6855x^4 + 13349x^3 + 27401x^2 + 76810x$$

$$* \quad -27420 \quad * \quad -20565 \quad + 157665$$

$$= -14071x^3 + 27401x^2 + 56245x + 157665$$

$$x = \frac{-14071x^3 + 27401x^2 + 56245x + 157665}{-6855x^3 + 13349x^2 + 27401x + 76810}$$

$$x = \frac{14071}{6855} = 2,0526 (62...)$$

$$x = \frac{27401}{13349} = 2,0526 (63...)$$

$$x = \frac{56245}{27401} = 2,0526 (62...)$$

$$x = \frac{157665}{76810} = 2,0526 (097..);$$

itten ismét annyi számjegyet találtunk fel pontosan, mint a

mennyiből áll a nevező. Igaz ugyan, hogy kétszeri közelítéssel mindazonáltal kevesebb számjegyekkel lévén dolgozunk, ezen kétszeri közelítés sem kerül több fáradságba mint az első. E mellett ha közelítéseinket tovább akarnók folytatni, ezen utóbbi tetemes könnyítésül szolgálna.

Ezekután felmarad :

$$fx = -6855x^3 + 13349x^2 + 27401x + 76810 = 0$$

$$\text{azaz : } x^3 - 1,9473x^2 - 3,9972x - 11,20496 = 0.$$

Melyben még a felmaradt három ismeretlen gyökérnek kellene foglaltatni. Azonban ezen egyenlet feloldása a már sokra terjedő számjegyek miatt felette szövevényes számításokat kívánna, minélfogva alig szolgálhat egyébire ha nem hogy a bennök foglalt gyökök határ-értékeit általa meghatározhassuk. Mely végre lenne :

$$x = \frac{11,205}{-3,9972 - 1,9473x + x^2}.$$

De itt azon eset adja magát elő, hogy tétetvén elsőben $x=0$, tagadó értéket találunk, s ennek további helyetteszései semmi közelítésre nem vezetnek. A mi onnét van, mivel egyenletünknek képzetes gyökei is vannak, s azoknak valós része tagadó. Ezenkívül mivel az első közelítésben, mint már megjegyeztük, úgy sem kívántatik nagy pontosság, a másik keresett gyökér határ-értékeinek feltalálására, czélszerűbben a legelőbb feltalált közelítő egyenletet használhatjuk, mely volt :

$$x^3 - 2x^2 - 4x - 11 \text{ honnét :}$$

$$x = \frac{11}{-4 - 2x + x^2},$$

melyben tétetvén $x=0$, s azután $x = \frac{11}{-4}$, a további helyetteszések a legközelebb megemlített oknál fogva hasonlóan semmi közelítésre nem vezetnek. De mivel tudjuk, hogy egyenletünknek legalább egy állító valós értékének kell lenni : hogy ez megtörténhessék, x -nek legkisebb értékének egész számokban látnivalóképen 4-nek kell lenni, mely továbbá x -ért helyettesztetvén ad

$$x = \frac{11}{-4 - 8 + 16} = \frac{11}{4} = 2,75\text{-öt, s a kettő közötti}$$

közép érték $\frac{6,75}{2}=3,37$; azért is: $\frac{3,37+4}{2}=3,68$; melyek utántétetvén $x=3,7$ találjuk:

$$\frac{x^4-4x^3-3x+23}{x-3,7} = x^3+0,3x^2-1,1x-7,1;$$

melylyel közelítéseinket folytatván,

$$(x^3+0,3x^2-1,1x-7,1)^2\text{-ben:}$$

$$a=1; b=0,3; c=-1,1; d=-7,1$$

$$a^2=1; b^2=0,09; c^2=1,21; d^2=50,41$$

$$2ab=0,6; 2ac=-2,2; 2ad=-14,2$$

$$2bc=-0,66; 2bd=-4,26; 2cd=15,62$$

$$(x^3+0,3x^2-1,1x-7,1)^2$$

$$=x^6+0,6x^5-2,11x^4$$

$$-14,86x^3-3,05x^2+15,62x+50,41$$

$$+67,00x^3-11,00x^2-44,00x-368,00$$

$$+9,60x^3+1,80x^2-6,60x-55,20$$

$$-8,44x^3 \quad * \quad -6,33x+48,53$$

$$53,30x^3-12,25x^2-41,31x-324,26=fx$$

$$x/x=53,30x^4-12,25x^3-41,31x^2-324,26x$$

$$* \quad +213,20x^3 \quad * \quad +159,90x-1225,9$$

$$= \frac{200,9x^3-41,31x^2-164,36x-1225,9}{53,3x^3-12,25x^2-41,31x-324,26}$$

$$x= \frac{200,9x^3-41,31x^2-164,36x-1225,9}{53,3x^3-12,25x^2-41,31x-324,26}$$

$$x= \frac{200,9}{53,3}=3,7692 \dots$$

$$x= \frac{41,31}{1225}=3,3722 \dots$$

$$x= \frac{164,36}{41,31}=3,9786 \dots$$

$$x= \frac{1225,9}{324,26}=3,786 \dots$$

folytatólag, mivel kiszámításaink a tizedes jegyekben eltérnek egymástól, csupán az egész számokat tartván meg

$$(53x^3-12x^2-41x-324)^2\text{-ben}$$

$$a=53; b=-12; c=-41; d=-324$$

$$a^2=2809; b^2=144; c^2=1681; d^2=104976$$

$$2ab=-1272; 2ac=-4346; 2ad=-34344$$

$$2bc=+984; 2bd=+7776; 2cd=+26568$$

$$\begin{aligned}
 & (53x^3 - 12x^2 - 41x - 324)^2 \\
 & = 2809x^6 - 1272x^5 - 4202x^4 \\
 & - 33360x^3 + 9457x^2 + 26568x + 104976 \\
 & + 188203x^3 - 30899x^2 - 123596x - 1033712 \\
 & - 20352x^3 - 3816x^2 + 13992x + 117024 \\
 & - 16808x^3 \quad * \quad - 12606x + 96646 \\
 & \hline
 & 117683x^3 - 25258x^2 - 95642x - 715066 = f_x \\
 x f_x & = 117683x^4 - 25258x^3 - 95642x^2 - 715066x \\
 & \quad * \quad + 470732x^3 \quad * \quad + 353042x - 2706709 \\
 & = \frac{445574x^3 - 95642x^2 - 362017x - 2706709}{117683x^3 - 25258x^2 - 95642x - 715066} \\
 x & = \frac{445574}{117683} = 3,78622 \dots \\
 x & = \frac{95642}{25258} = 3,78660 \dots \\
 x & = \frac{362017}{95642} = 3,7851 \dots \\
 x & = \frac{2706709}{715066} = 3,7852 \dots
 \end{aligned}$$

S ezekből ismét világos, hogy a közelítés alapjául kitá-
 lált egyenletben csupán csak annyi számjegyet kell munká-
 lat alá vennünk, mint $\frac{x f_x}{f_x} = x$ -ben az x értékei össze-
 egyeznek, a többiek feleslegesek. De ha ezt mindjárt előle-
 gesen, mikor még igen kevés munkába kerül, megteszszük :
 azontúl x -nek értékei mindig a lehető legkisebb számok ál-
 tal fognak meghatározhatni, s annyi számjegyekben mint a ne-
 vezőé hibátlanok lesznek; melyek után, ha számításaink egyéb-
 iránt hibátlanok, az $\frac{x f_x}{f_x} = x$ által teendő további biztosí-
 tásokra nincsen szükségünk.

Végezetre a fentmaradt harmadik fokú egyenlet a je-
 lenleg kitalált gyökérrel osztatván, találjuk :

$$\frac{x^3 - 1,9473x^2 - 3,9972x - 11,20496}{x - 3,78} = x^2 + 1,8327x + 2,9304$$

melyből azonnal kitéjük, hogy mivel $(0,91635)^2 < 2,93$, egyen-

letünkben képzetes gyökereknek is kell lenni, melyek $-0,91635 \pm \sqrt{-q}$ alakúak lévén, a kitalált gyökerek összeadásából

$$\begin{array}{r} 2,052 \\ +3,780 \\ -1,8327 \\ \hline =3,000 \end{array} \text{ mint lenni kell.}$$

A NÖVÉNYEK TÁPSZERE ÉS TÁPLÁLKOZÁSA GAZDÁSZATI SZEMPONTBÓL.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉSE

BENKŐ DÁNIEL L.TAGNAK.

OLVASTATOTT MART. 11. 1861.

Tekintetes Akademia!

Midőn a gazdasági növények tápszereiről, ezek forrásairól, és a szervekről értekezem, melyek azokat a természet-től átveszik, nem mulaszthatom el, hogy azok fontosságára, mint az állatország létezésének első és nélkülözhetlen föltételére, ne emlékeztessenem. Mert az állati test fön nem állhat, ha tápszerét a növények elő nem készítik. A növények feladata tehát az, hogy a természetben szétszorva létező egyszerű élettelen, úgy szólva nyers elemeket összegyűjtsék, s az állatország táplálkozására alkalmas anyagokká változtassák, átalakítsák.

Hogy az ember a növényeket, a táplálkozáson kívül, még másféle czélokra is használja, s azokkal másféle szükségait és kényelmeit is fődözi, ezt alig szükség említeni.

E kitünő szolgálatért, s hogy saját és házi állatai szükségét fődözhesse, de még azért is, mert vadon a megszaporoz-

dott népesség szükségait kellőleg és minden időben kielégíteni nem képesek, a növények közül a legjelesebbeket, a cél-
nak legjobban megfelelőket, az ember ápolása alá vevé, s
azon igyekszik, hogy bizonyos földterületen többet ter-
meszsen, mint mennyit a természet önkényt ad, s azzal a
szükséget tökéletesen födözhesse, és a népességet az éhség
szenvedéseitől megmentse.

Azonban e vállalat több nehézséggel és költséggel jár,
mint azt egyelőre képzelni lehetett volna ; mivel csak úgy
lehet a természetesnél nagyobb terméseket állítani elő, ha
ezért a növényeknek több tápszert adunk, mint mennyit a ter-
mészet maga adni képes ; vagyis, ha oda, hol többet akarunk
termeszteni, több növény-tápszert öszpontosítunk, mint meny-
nyit a természet ott összegyűjthet ; de még a növény-élet ki-
fejlődéséhez és fentartásához szükséges egyéb föltételeket is
tökéletesebben kell teljesítenünk, mint maga a nyers termé-
szet teljesíteni szokta.

Végre, hogy a mezei gazda, a kertész, az erdész a cél-
nak kellőleg megfelelhessen ; hogy bizonyos földterületen le-
hető legtöbbet és lehető legolcsóbban termeszhessen : erre
nézve a természeti erők, a növények, a föld természeti saját-
ságai, és az erőműtani eljárások tökéletes ismeretére van
átalva, melyek nélkül sem a célt meg nem közelítheti, sem
magának, sem az emberi társaságnak hasznót nem hajthat.

Ily terhes feladat mellett nem csoda, hogy a gazdászat
nálunk, hol azzal, a gyakorlat emberein kívül, a tudósok vagy
teljességgel nem, vagy csak kivételesen foglalkoznak, annyira
hátramaradt, s oly nehezen képes magát csak oda is föle-
melni, hol más nemzetek ezelőtt már több századdal állottak.

Mert a mezei gazdák csak kivételesen lehetnek egy-
szersmind tudósok is ; tőlök ezt szakmájok természeténél
fogva, követelni sem lehet. És a gazdászat csupán a gyako-
lati téren, a természettudomány vezérlő világa nélkül, a tökély
magas fokára csak nagyon lassan képes magát felküzdeni.
Mire nézve az előmenetel csak úgy lehet gyors és biztos, ha
azzal a mezei gazdákon kívül, még a tudósok is foglalkoz-
nak, minden mozzanatait vizsgálódás tárgyává teszik, és a

munkafelosztás üdvös elvénél fogva, a kifejlődés és tökéletesedés felé vezérlik.

Hogy a gazdaszat, és így a növény-termesztés, a természettudomány vezérlő világa nélkül, a tökély magas fokára csak nehezen emelkedhetik, ezt a tapasztalás is eléggé bizonyítja; mert míg a mezei gazda, a gazdaszat kifejlődését csupán a gyakorlattól és tapasztalástól várja, s ebben feltalálhatni is gondolja, az előmenetel fölötté nehéz és lassú, mondhatni — minden oldalról korlátolt vala; a gazda fáradtsága nem ad aránylagos eredményt, s ezért a tehetségesebb egyének nem igen valának hajlandók, hogy oly vállalatra vesztegessék erejüket, mely a tapasztalás szűk korlátaival nem bírja keresztültörni, mely az észnek tárgyat és élvezetet nem képes nyújtani.

De az idők változtak, s ezekkel és a természettudomány kifejlődésével és terjedésével együtt, mely jótevő világát mindenfelé kiterjeszté, a nézetek is kedvezőbb fordulatot vevének, s mai nap a gazdaszatot a tudósok is mesterségnek és tudománynak nevezik.

Hogy tehát a gazdaszat újabb időben, oly gyors léptekkel halad kitűzött célja felé, azt csak azon szövetségnek köszönheti, melyet a természettudomány legtöbb ágával köte, s azon jó belátásnak, miszerint a csupa tapasztalás, a gazdaszat körében, többnyire csak helyhez kötött marad, míg azt a tudomány eredeti okaira vissza nem viszi, míg az elmélet abból általános alapszabályokat nem csinál, melyek a mesterség gyakorlatát könnyítik és felvilágosítják, az erőművi munkálatok szükségességét, okszerűségét és hasznosságát megmagyarázzák, a növény- és állat-tenyésztés feltételeire minket megtanítanak, és az ártalmas befolyások elhárítására szolgáló czélszerű eszközöket kezünkbe adják.

A gazdaszat tapasztalati tudomány, a mennyiben a gyakorlatból merített eredményekre támaszkodik. Mint ilyen, a természettudomány mindenik ágát igénybe veszi; s valóban az emberi foglalkozások közt csak egyet sem találunk, mely a természeti erők ismeretét oly általánosan szükségessé tenné, mint a gazdaszat, melynek célja főként, hogy éppen ezen erőket megnyerje s céljának elérésére fordítsa.

A természettudomány minden ágával s minden következtetéscélval együtt, a növény- és állattermelésre alkalmazva, képezi a gazdaszat elméletét.

Ezek szerint a gazdaszat tudomány, mely a sajátosságok földmívelés- és természettudomány kapcsolatából származik, s célja, hogy az összes gazdaszatot javítsa és a tökély felé vezérelje.

A gazdaszat tehát, mint tudomány, mint okszerű elmélet, hogy tényeket állíthasson elő, szükséges miszerint a jeleknek okait keresse, a természettudomány vizsgálódásaiból folyó következtetéseket tekintetbe vegye és alkalmazza.

A természettudomány egyik ága sem, tehát a gazdaszat sem képes egyedül a jelenségeket megmagyarázni, a természeti erők működésének módját bebizonyítani; mivel ez a természetről gyűjtött összes ismeret feladata.

A természettudomány sokféle ága közül, melyekkel a gazdaszat szoros kapcsolatban áll, értekezésem tárgyául, a növény-életet, s tüzetesen ennek táplálkozását választám.

Mire nézve a következő kérdések fejtegetésébe bocsátkozom :

- 1) Milyen tápszerekre van a növényeknek szüksége ?
- 2) A természetben hol találhatni fel a növény-tápszereket, s mily forrásból lehet mindig ismét meríteni ?
- 3) Milyen alakban kell adni a növényeknek a tápszereket ? Miként jutnak be azok szerveibe ?

A) *A növény-tápszerekről.*

A tudományos nyomozás első jelét, a gazdaszat érdekében, a XVII. század közepe körül találjuk, midőn Hellmont brüsseli orvos, Boyle irlandi természetvizsgáló és bölcsész, és Gleditsch a természettudományok tanára Berlinben, a növények táplálkozása körül kísérleteket ténéznek. Ezek mind azt igyekevének bebizonyítani, hogy a növények tápszereket csupán a vízből merítik.

Mások később a vizen kívül még a léget is a növény-tápszerek forrásául jelölik ki.

Ezen kísérleteket a XVIII. század első felében Frievald Svédhonban, Millern Angolhonban, Duhammel és Bonnet

Franciaországban, és Krafft Oroszországban, nagy pontossággal ismétlék, s be is bizonyíták, hogy a gazdaszáti növények a tiszta vízben csak egy ideig nőhetnek, de tökéletesen ki nem fejlődhetnek és érett gyümölcsöt nem hozhatnak.

Walerius a gazdaszáti chemia alapelveit, a XVIII. század közepe előtt, ezen előzményes kísérletekre alapítá, és azt állítá, hogy a növények nem csak a szerves, hanem még a szervesetlen tápszereiket is, mind a vízből veszik fel.

A Walerius nézete a XIX. század második tizedéig tartá fenn magát, mivel azt több ellenei, s ezek közt még a jelesebb Schrader sem vala képes meggyengíteni.

Johné az érdem, ki „a növények táplálkozásáról Berlinben 1819-ben megkoszorúzott munkájában föllépe, s sokféle elmés kísérleteivel bebizonyítá, hogy a növények új elemeket nem termelnek, a természeti anyagokat nem képesek átváltoztatni, és hogy szervesetlen létrészeiket kívülről és vízben felolvadva gyökereik veszik föl.

A John kísérleteit Jablonszky, Lassaigne és mások ismétlék, s helyességét be is bizonyíták.

De a vizsgálódó ész még itt nem állapodék meg, hanem figyelmét, a növényen mint tápszert igénylő lényen kívül, még a földre is fordítá, mely nem csak a növény-tápszer egyik jelentékeny tárháza, hanem még a legtöbb növény állomása is; s nyomozása csakhamar azon meggyőződéshez vezeté, hogy földgömbünk felülete különböző létrészek vegyületéből áll, és hogy ezen létrészek, a növények táplálkozása körül nem lehetnek mind egyenlő hatásúak, hanem a növények különböző alkotánál fogva, majd az egyik, majd a másik létrész lehet fontosabb. S ebből még azt is következtetétek, hogy az egyes növénynekem, vagy legalább a különböző családok, hogy növekedhessenek, a földből sajátos létrészeket vesznek föl. Ezen vélemény a természetvizsgálók nagy többsége elfogadá, és a tapasztalás alapigazsággá emelé.

A XVIII. században, Tüll, Reichart és mások azt állíták, hogy a finom részekre szétoszlott föld a növények egyedi tápszere.

Ellenben Woodward, Kylbel, Anderson és Braconnot, s ezek után a mezői gazdák kivétel nélkül, s többnyire még

ma is, azt tartják, hogy a növények tápszereit főként a szerves hullák, a korhany, televény, humus szolgáltatják, tehát a föld termékenységet csak azok föltételezik. De nézetöket ezen tápszer működése körül, még mostanig sem egyesíthették. Mert ámbár Woodward és Kylbel, és az újabb időben Sprengel, Herman és főként Mulder bebizonyíták, hogy a korhany korhany savas sós kivonatot ad; és ámbár Saussure megmutatá, hogy a korhanykivonatot a növények fölveszik, és ez növekedésöket előmozdítja, mégis mások a korhanykivonatot közvetlen hatását kétségbe vonák, és működését csupán a szén-savany, ammonia és víz kifejtésére szoríták.

Azon elemek és anyagok közül, melyeket mind a természetvizsgálók, mind a mezei gazdák, a növények tápszereszeréül tekintének, uralmát egyik sem tartá fen oly hosszú ideig, mint a korhany; mire nézve nem lesz fölösleges erről némelyeket itt még tüzetesebben is megemlíteni.

Az állatok és növények hullái, a lég és a víz folytonos befolyása alatt, végre barna, nedves állapotban csaknem egészen fekete anyaggá változnak, mely korhany, televény, humus név alatt eléggé ismeretes. Ez a szerves anyagok rothadásának utolsó foka, melynél a szétbomlás kezdődik.

Kétféle korhanyt különböztetnek meg, t. i. a szelidet és a savanyút.

A szelid korhany, a lég és nedvesség egyesült befolyása alatt, a szerves anyagokból rothadás által képződik, s mindenféle gazdasági növénynek kitünően kedvez.

A savanyú korhany ott képződik, hol a szerves hullák víz alatt, tehát a lég kizárása mellett rothadnak el. Legtöbb gazdasági növényeink nem szeretik, s csak a rozs, zab, pohánka, kender, ris, köles, sás, nád, s más a posványban élő növények, és a fák közül az éger, füz és más hasonlók türik meg.

A korhany természeti sajátságait Saussure adá elő legtekéletesebben, legkimerítőbben, melyről többek közt azt mondja: hogy az, mint valamely különös anyag úgy tűnik elő; egyenlő súly mellett több szénenyt és légenyt tartalmaz, mint a növények, melyekből származott; a lég folytonos befolyása alatt, a lassú elégés vagy rothadás következtében

éghető elemei lassanként eltűnnek, s helyöket a víz és szén-savany foglalták el.

A termő föld több vagy kevesebb korhanyt tartalmaz. Mire nézve nem csoda, ha a mezei gazdák többsége azt, még jelenleg is, de még némely chemikusok és élettanárok is, mint Mulder és Soubeiran, csak néhány év előtt is, úgy valának meggyőződve, hogy a korhany a növények közvetlen és kizárólagos tápszere, hogy a növények azt, mint egyedüli kész tápszert fölveszik és áthasonlítják.

Azonban az újabb elméleti vizsgálódások és tapasztalás, ezen vélemény alaptalanságát megczáfolhatlanul bebizonyították.

Fölösleges volna a kísérleteket részletesen felhozni, melyekkel a tévedést Gazzeri, Boussingault, Liebig és mások útba igazították, s elég világosan megmutaták, hogy a korhany nem közvetlen növény-tápszert, hanem csupán a szén-savany és ammonia egyik jelentékeny forrása; a föld lényeges létrésze, mely a növényzetet kitűnően előmozdítja, ha a föld elegendő ásványféle növény-tápszert tartalmaz; ellenben ha ezek hiányzanak, teljesen hatástalan; szétbomlása következtében szüntelen szénsavanyt és ammoniát fejt ki, melyek a föld ásványféle létrészeit a vízben könnyebben felolvadtokká teszik, hogy a földben mindenfelé elterjedhessenek előkészítik, s ezekkel egyesülve a növényeket táplálják.

Természeti sajátságainál fogva a korhany a termő föld kötöttségét mérsékli, porhanyítja; ez által a lég befolyását elősegíti, és a növény-gyökerek szétterjedését könnyíti; a fölösleges víz elpárolgását a földből sietteti, a föld melegségét növeli, a nedvességet a légből magához vonja, s ez által a növényeket száraz időben a kiszáradástól megóvjaa.

A Boussingault e czélból tett kísérletei megczáfolhatlanul bebizonyították még azt is, hogy gazdasági növényeink, a teljesen korhanytalan földben is kifejlődnek és csirázható magot teremnek. Sőt Polstorff még azt is megmutatá, hogy az árpa, olyan földben, melyben a korhany legkisebb nyomát észre nem vehetni, az elvetett magot 200-szorosan is visszaadja, ha a föld vegyülete a növényzetre nézve kedvező, jól

meg van mivelve, és az időjárás és más természeti okok a növények kifejlődését nem gátolják.

A legújabb, s hihetőleg a leghelyesebb nézeteket, a növények tápszerei körül, a chemia gyors előmenetele mellett, a növények és a termő föld tökéletesebb vegybontása nyomán, Lawstól, Gilberttől, Waytól, Boussingaulttól, Liebigtől, Stöckhard Adolfától, Wolf Emiltől s több másoktól a jelen században nyertük.

Ezen jeles tudósok nézete a növény-tápszerek körül kétfelé ágazik.

Az egyik nézet élén Liebig a mellett, hogy a légféle növény-tápszerek fontosságát is elismeri, főként az ásványfélékre fekteti a súlyt, s azt hiszi, hogy ha a mezei gazda a földnek a termésekkel abból elvitt ásványféle tápszereket időről időre mind visszaadja, úgy a légféle növény-tápszerekről nem szükség gondoskodnia, mivel ezeket a növények a légben és földben amúgy is elegendő mennyiségben megtalálják.

A Liebig nézetétől eltérőleg, Stöckhard Adolf, Wolf Emil és mások, a növény-tápszerek közt főként az ammoniát és phosphorsavanyt tartják legjelentékenyebbnek, s azt állítják, hogy ha a mezei gazda a termő földet ezen két legbecsesebb tápszerrel kellőleg ellátja, úgy annak termékenysége folytonosan teljes épségben marad.

Ezen két egymástól eltérő nézet eldöntése körül foly jelenleg a harc, egyfelől Liebig, másfelől Stöckhard és társai között.

Boussingault, a híres chemicus, természetvizsgáló és elsassi földbirtokos, a két párt közt középen áll, s mély belátását és nagy tapasztalását, melyet saját gazdaságában folytonos kísérletei után gyűjtött és jelenleg is gyűjt, egyik harczoló fél által sem engedi megzavartatni. Azonban inkább a Liebig nézeteihez hajlik, melyeket többnyire méltányol és érdemek szerint becsül.

A legjelesebb növény-élettanárok és chemicusok, a lég, víz, növény, föld, és az eddigelé ismeretes, és tapasztalás szerint legjobb, leghatásosabb növény-tápszerek vegybontása, és az ezekben létező létrészek összehasonlítása után, abban már megegyeznek, hogy ugyanazon elemek, melyekből a nö-

vény-élet a növények testét alakítja, a légben, vízben, földben, az ismeretes legjobb földtermékenyítő szerekben, az állatokban, és a növényekben mind feltalálhatók; és hogy ugyanezen anyagok, ha a termő földdel összevegyítettnek, a növények ki-fejlődését és növekedését tökéletesen eszközlik; és végre, hogy a termés mennyisége, ugyanazon tápszerek mennyiségével, tehát a föld termékenységevel, különben egyenlő körülmények közt és általában, egyenes arányban áll.

A jelentékenyebb tápszerek, melyek a gazdasági növényekben előfordúlnak: a víz, szénsavany és ammonia; továbbá a phosphorsavany, kénsavany, kovasavany, kali, konyhasó, mészkésérföld és a vas; melyek természeti sajátságaiknál fogva éghetők vagy légfélék, és éghetlenek vagy ásványfélék.

Az éghető vagy légféle tápszerek közül a melegséget, világosságot és villanyosságot többnyire mellözik, vagy csak mellékesen említik meg; holott könnyen bebizonyítható, hogy a növényeket ezen elemek is táplálják, testök létreseivé lesznek, s ezek nélkül általában ki nem fejlődhetnek.

„A légféle növény-tápszerek, mondja Liebig, természetöknél fogva mozoghatók, ellenben az ásványfélék mozoghatlanok, tehát ezek helyöket önkénynt el nem hagyhatják.“

„A növény-élet ezen anyagokból alkatja a növények testét, ha a lég és a föld ezen tápszereket a növényeknek ele-gendő mennyiségben, helyes arányban, felolvadható állapotban és annak idejében kiszolgáltattják; mert:“

„A légféle elemek és anyagok a növényeket nem táplálhatják, ha az ásványféle tápszerek azokkal egy időben nem működhetnek; de ezek is hatástalanok lesznek, ha az első hiányzanak. Hogy tehát a növény kifejlödhessék, szükséges, miszerint a kétféle növény-tápszer egyszerre és együtt működjék.“

„A növény-tápszerek közül egyiknek sincs a másik fölött valamely kitünő elsősege, hanem a növény-életre nézve mind egyenlő értékűek. Ellenben a mezai gazdára nézve, a ki czélja elérhetése végett kénytelen arról gondoskodni, hogy termő földjében azon anyagok kellő mennyiségben és arányban mind meg is legyenek, nem mind egyenlő értékűek; mert ha közölök valamelyik hiányzik, csak úgy számíthat jó termésre, ha a hiányzó anyagot annak megadja, s ekkor a hi-

ányzó a többihez képest, melyekből a föld elegendő mennyiséget tartalmaz, kitűnő becsű lesz; mert egy vagy több tápszer hatástalan, ha a többi, vagy közülük csak egy is hiányzik, mely amazok működését fültételezi.“

„A takarmány- és gabonaféle növények, hogy tökéletesen kifejlődhessenek, ugyanazon ásványféle létrészeket, de nagyon különböző mennyiségben igénylik. Midőn a takarmányféle valamely földön jól díszlik, ezzel azt bizonyítja be, hogy a kétféle tápszert táplálkozásának megfelelő arányban, a léghen és földben mind megtalálá. Ellenben midőn a gabonaféle egyenlő körülmények közt, rosszul vagy épen nem díszlik: ez arra mutat, hogy rája nézve a földből valami hiányzik. Tehát itt a nem-dízlés legközelebbi oka a földben, de nem a léghen keresendő; mert a forrás, mely a takarmányféle növénynek a légféle tápszereket adá, a gabonaféle előtt is nyitva áll.“

Ezek szerint a mezei gazda csak saját hasznát mozdítja elő, ha termő földjét és az erre hordatni szokott termékenyítő szereket, létrészeikre nézve legalább egyszer, chemiai vegybontás alá veteti, s ez által magának az azokban létező tápszerek mennyiségéről, egymáshoz arányáról és minőségéről tökéletes meggyőződést szerez. Mert csak így képes az okot feltalálni, midőn földje, rendes mivelés és a közönséges termékenyítő szerek mellett, a várt eredményt meg nem hozza; így győződhetik meg arról, hogy a termékenyítő szerből, melyet a földre horda, egy vagy több növény-tápszer hiányzik, vagy kevés, a többivel aránytalan mennyiségben van jelen. Tudván így a ki nem elégitő eredmény okát, gyakran könnyű lesz a hiányzó tápszert a földnek megadni, s ez által a meglevők működését is biztosítani.

B) A természetben hol találhatni fel a növény-tápszereket, s mily forrásokból lehet mindig ismét meríteni?

A növények a lég, víz és ásványok egyszerű és legtávolabbi elemeit nem képesek fölvenni; élenynyel, szenenynyel, könenynyel, legenynyel, melegséggel, világossággal, villanyossággal és az ásványok szilárd egyszerű elemeivel nem táplálkozhatnak, hanem tápszereiket víz, szénsavany, ammonia,

szénsavanyos és phosphorsavanyos sók alakjában veszik föl magokba és hasonlítják át.

Kétséget nem szenved, hogy a tápszerek, melyek a növényekben előfordúlnak, ezeket nem táplálhatnak, ha a nap sugarai, a világosság, melegség és villanyosság azok működését nem ébresztenék, nem támogatnák, és ha azokkal együtt egy célra nem működnének. A nap sugarai nélkül a növény nem növekedik. A fölébredt csira, a zöld levél a tápszereket csak a nap sugarai befolyása és közreműködése mellett, s velük együtt képesek élő szerves testekké átváltoztatni, s midőn a nap sugarai a szénsavanyt, vizet és ammoniát szétbontották, magok is minden sajátosságukkal együtt, a szervekben készült terményekbe mennek át. Tehát — miként Liebig mondja — „a melegség, melylyel szobáinkat fűtjük, a nap melegsége; a világosság, melylyel megvilágítjuk, a naptól kölcsönzött világosság.”

Melegség nélkül a mag, a legtermékenyebb földben sem csirázik. Úgy látszik, hogy a növény-életerő működését csak a melegség bizonyos foka képes fölébreszteni és folytonos mozgásban tartani.

A melegség a növény-nedvet meghigítja, és így körforgását megkönnyebbíti és elősegíti, és ezért a növények természeti sajátosságaikkal megegyező melegség legnagyobb foka mellett gyorsabban és tökéletesebben növekednek, s terményük, gyümölcsük is tökéletesebb és ízletesebb lesz, mint a melegség alacsony fokánál, ha ugyan akkor nedvesség-hiányt nem szenvednek.

Azonban a növény-kifejlődés erőtetett siettetése a melegség magasabb foka által, épen úgy mint a többi tápszerek kellenél nagyobb mennyisége és sűrűbb állapota, még káros is lehet. A föltötte nagy meleg a növények edényeit túlságosan kitágítja; e miatt a tápszereket nem vehetik föl oly gyorsan, miként az egyes részek gyors kifejlődése igényli; a gabona-féléknél például, a kovasavanyt igénylő növényrészek kifejlődése hátramarad, s e miatt a gabona megdül, tehát tökéletesen ki nem fejlődhetik. De a többi növények is, melyek a nagy melegség miatt gyorsabban fejlődnek, de mégis meg nem dülnék, üresek, lazák maradnak, s belértékek kül-

terjelmőkkel helyes arányban soha nem áll. A melegség foka, mely ezen állapotot előidézi, mindenik növény-nemnél különböző.

Hogy a növények tökéletesen jól kifejlődhessenek, ehhez csaknem mindenik nemnél a melegség más foka szükséges; s ez okozza, hogy némelyek csak bizonyos égalj alatt tenyésznek jól, hol a természetökkel megegyező melegség fokát feltalálhatják. Némely növények a melegség bizonyos magas vagy alacsony foka mellett nem érzik jól magokat, mely mellett mások nagyon jól díszlenek; mire nézve amazok nem oly égalj alá valók, hol a melegség kellő foka nagyon ritkán, vagy a túlságos magas nagyon gyakran előfordul. De tudjuk még azt is, hogy némely növényeket a fagy sokkal gyorsabban kiöl mint másokat.

A növények tökéletes kifejlődésére nézve még a melegség tartóssága is nagyon fontos kérdés. Némely vidéken a melegség foka elég magas, de nem elég tartós, hogy általa bizonyos növények tökéletes érett gyümölcsöt hozhassanak. Ezért azt tapasztaljuk, hogy némely déli növények, melyeknek kifejlődése rövid időt igényel, fen északon is termesztethők.

A világosság a mag csírázásához úgy látszik nem, de a növény további kifejlődéséhez egész végig folytonosan épen úgy szükséges, mint a többi tápszerek közül bármelyik. Megjegyzést érdemel, hogy a világosság hatása a növény-életre a melegségéhez nagyon hasonló, s azok életerejét hasonló módon ébreszti, de a növények magatartása ezen elemek iránt különböző; mert némelyek csak az árnyékban díszlenek, tehát a nap sugarát ki nem állhatják, ellenben mások mohón beszívják, megkötik és áthasonlítják. Az ilyenek, ha a nyár gyakran felleges, sötét, tökéletes kifejlődésüket el nem érhetik, terményeik, gyümölcsük rosszak és ízetlenek. Ezen jelenet leggyakrabban a melegházakban fordul elő télen, mely nem ritkán felleges, ködös és sötét, midőn a kertészek téli növényeiket a legnagyobb szorgalom mellett is alig képesek kiteleltetni.

Mikre nézve nagyon szükséges, hogy a mezei gazda, a termesztetni szándékozott növények viszonyát a melegséghez és világossághoz kellő tekintetbe vegye, s növényei számára

a földet úgy megválaszsa, hogy a melegséget és világosságot azoknak kellő mértékben megadni képes legyen. A hideg és meleg föld, melyet a mezei gazdák tapasztalásból ismernek, s a nagy különbség, mely a kettő közt gazdasági szempontból létezik, csupán a melegség és világosság működése fokában találja meg magyarázatát és gazdasági jelentőségét.

A villanyosság természetéről gyűjtött észleletek és tapasztalások mind oda mutatnak, hogy az a növény-élet egyik jelentékeny feltétele; de miután a mezei gazda azt, hogy célját elérhesse, nagyban nem alkalmazhatja, de működése módjáról is még fölötte keveset tudunk, erre nézve arról itt többet nem is mondhatok.

A többi éghető vagy légféle elemeket a növények életereje, a szénsavanyból, vízből, és ammoniából alakítja.

A szeneny a növény-test legfőbb alapja, s csak egy sincs, melyben jelen nem volna.

A szenenyt a növények többféle forrásból meritik, de akárhonnan származik, mindig csak mint szénsavanyt vehetik fel.

A szénsavany egyik jelentékeny forrása a lég, mely azt a szerves anyagok hulláiból és az ásványoktól kapja, midőn ezek elrothadnak és szétmállanak; továbbá az élő állatoktól, a lélekzés következtében; végre az égő és erjedő testektől, az ásványos vizektől, a földtől és a tűzhegyektől. A vízzel gyorsan egyesül.

A szénsavanyos víz az ásványféle testek felolvadását elősegíti, s ezekkel együtt a növények fölveszik.

A szénsavany elrepülését, mely a földben rothadó szerves anyagokból fejlődik ki, meg lehet gátolni, ha a földet megmészelik, megmárgázzák, alkalmas földvegyítés és öntözés által nedvesen tartják, és végre ha benne levél-gazdag növényeket természetnek, melyek árnyékukkal a föld nedvességét megőrzik, és a szénsavany felszállását meggátolják. A légből a porhanyóra megmivelt föld- és az ebben létező mész és nedvesség vonják legerősebben.

A vizet a növények a légből és a vízforrásokból kapják, s mind a kettő némely lég- és ásványféle növény-tápszereket tartalmaz.

A víz a természetben az egyedüli és legtökéletesebb fel-

olvasztó szer, mely főként a gáz-féléket vonja magához; a természet egyik országa sem nélkülözheti; mind a növények, mind az állatok egyik jelentékeny tápszere. Fontos különösen azért, mert minden tápszert csak a vízben felolvadva juthat az állat és növény testébe, és csak annak segítségével képesek azokat áthasonlíttani.

A növények a nedvességet a légből a köddel, harmattal, esővel és hóval kapják; s hogy abban hiányt ne szenvedjenek, még a föld és a rothadásban levő szerves hullák is kitünően segítik.

A víz működése a növény-testben kétféle, t. i. felolvasztó és tápláló. Azt tartják, hogy a növény a könenyt csupán a víztől kapja. Az olajfélék, a viasz, szurok és más olajos növénytermények, a vízből származott köneny segítségével alakúlnak.

A szeneny és köneny, mint szénsavany és víz, tehát csak az élenynyel összekötve alkalmasak arra, hogy a növényeknek tápszerül szolgáljanak. Így áll a dolog a legenynyel is, melyet a növények — úgy látszik — a könenynyel egyesülve, mint ammoniát vehetnek föl.

A szerves testek rothadásánál sok ammonia képződik; részint a víz, az agyag és a vasrozsa kötik meg és tartják vissza a földben, részint a légből száll és innen a harmattal, esővel és hóval tér ismét vissza a földbe.

Hogy az agyagos föld termékenyebb mint a tiszta homok, és hogy ebben, a főként állati szerves anyagokból a rothadás által nagy mennyiségben kifejlődő légféle anyagok, száraz időjárás mellett, a növényeket kiégetik: okát csupán az ammoniában lehet keresni, melyet az agyagos föld megköt, ellenben a homok elbocsát, s elszállása közben a növényeknek kárt okoz.

A növények még a salétrom-savanyból is nyernek legényt, mely a villám által a légből a lég létrészeiből képződik, és a harmattal és esővel megyen a földbe, és innen a növények szerveibe. Azonban némely chemicusok úgy vélekednek, hogy a salétrom-savanyból a földben először ammonia alakul, és a növények csak így vehetik fel.

A forrás- és folyó víz is tartalmaznak ammoniát, de sokkal kisebb mennyiségben mint az esővíz.

Az ammonia épen úgy mint a szénsavany, a föld ásványféle létrejöttéinek felolvadását a vízben elősegíti, és így nem csak legénye táplál, hanem még más tápszereket is oly állapotba helyez, melyben a növények fölvehetik és táplálkozásukra fordíthatják.

Már föntebb is megemlítém, hogy a korhany, egyéb jó tulajdonain kívül, még azért is nagyon jelentékeny föld-létrész, mert mind a szénsavany mind az ammonia egyik gazdag forrása.

A legény leginkább a növények gyümölcsében és magjában jelenik meg, tehát azon nemesebb terményekben, melyekért a mezei gazdák a növényeket főként termesztik; mire nézve szükséges, hogy a mezei gazda, ha tökéletes gyümölcsöt és magot akar termesztetni, a legényről is lehetőleg gondoskodjék.

A Boussingault vizsgálódásai azt mutatják, hogy némely növények, mint a borsó, lóherefélék, csicsóka és mások, a légből sok legényt vesznek föl, ellenben mások, mint a búza és zab, azt nem tehetik. Tehát ezen utolsók a legényt más forrásból kell hogy merítsék, mely csak a föld lehet.

A vadon termő növények, Liebig szerint, a légből ammonia-alakban rendszerint több legényt vesznek föl, mint mennyire szükségök van, hogy kifejlődhessenek. A gazdasági növények is vesznek föl legényt a légből, épen úgy mint a vad növények, mint a fák és bokrok; de ezen mennyiség a gazdaszat szükségéinek nem felel meg: tehát ezért szükséges és hasznos, hogy a mezei gazda termőföldjére legény-tartalmas termékenyítő szereket hordjon, s így a növényeknek mester-séges légkört készítsen.

A mezei gazdaság az erdészetitől lényegesen abban különbözik, hogy az első az állati test számára főként áthasonlítható legényt, midőn a második a lehető legnagyobb mennyiségben szenényt termel.

A legényt a földnek általában a közönséges gazdasági földtermékenyítő szerekben, mint az állati és növényi hullákban, guanóban és az olajos magvak lisztjében, továbbá a szórben, gyapjában, tollban, szarv-hulladéokban, vérben, s több ef-

félékben lehet visszaadni; melyek azért megérdemlik, hogy a mezei gazda nagy szorgalommal összegyűjtse, elkészítse, és időről-időre termőföldjére hordja.

Ma már elvitázhatlan tény, — mondja Liebig, — hogy a növény-hamu létrészei növény-tápszerek, s e szerint a növény-test és részei alakulásánál nélkülözhetlenek. Szénsavanyból, vízből és ammoniából a növények éghető anyagai képződtek; éghetlen elemei mind az ásványországból valók.

Az elégetett növény minden része hasonló hamut ad, de mennyisége és sajátága mégis különböző. Gazdasági növényeink hamvában a chemikusok főként phosphorsavanyt, kén-savanyt, kovasavanyt találnak; továbbá kalit, konyhasót, meszet, keserföldet és vasat. Ezeken kívül még más anyagok is fordulnak elő azokban, de oly csekély mennyiségben, hogy ezért figyelmen kívül maradhatnak.

Ugyanazon testek, melyeket a növények hamvában találnak, többnyire a földben is mindig jelen vannak, és az ásványféle testek mennyisége és minősége, melyeket a növények fölvesznek, leginkább a földtől függ. De Saussure szerint, a földre hordott termékenyítő szerek minősége azokra nézve mégis határozottabb, mint a föld vegyülete. Mert az egynemű növények, melyek meszes vagy kovás homokban nőttek, és a földre ugyanazon termékenyítő szer hordatott, hasonló hamut adnak; de a külön nemű növények hamvában, habár ugyanazon földben fejlődtek is ki, ugyanazon létrészeket feltalálni nem lehet.

Berthier szerint is, az egynemű növények hamva, létrészeire nézve egymással nagyon megegyezik, de a nagyon különböző neműeké, nagyon különböző vegyületet mutat. Ebből azon fontos következmény foly: hogy a növények a földből azon anyagokat választhatják, melyek egyéni szervezetöknek leginkább megfelelnek.

Ha az ásványféle növény-tápszerek a földből hiányzanak, vagy ha felolvadható és így a növények gyökerei által fölvehető és áthasonlítható állapotban nincsenek: úgy a növény nem növekedhetik, ki nem fejlődhetik, és így sem a szénsavanyt, sem az ammoniat át nem hasonlíthatja.

Saussure az ásványféle felolvadható testek fontosságát a növény-életre nézve, már a jelen évszázad elején kiemelte.

De mégis később Wiegmann, Polstorff, Boussingault, Liebig és mások hozzák a kérdést tisztába. Vizsgálódásaik világosan bebizonyíták, hogy a növény, ha az ásványféle tápszerekből elegendő mennyiséget föl nem vehet, úgy tökéletesen ki nem fejlődhetik, hanem rövid idő alatt kivesz. Továbbá, hogy a növények szerveikben ásványféle tápszereket nem termelhetnek, sem át nem változtathatnak.

Némelyek azt tartják, hogy a növények ásványféle tápszerei közül azok, melyek a savanyok iránt hasonló vonzódást tanúsítanak, a növények táplálkozásánál egymást helyettesíthetik, mint a mész és keserföld, a kali és natrum. Ellenben, hogy az ammonia, phosphor és kén, más anyagok által nem pótolhatók. Azonban a legkitünőbb természetvizsgálók a helyettesítést tagadják, s nagyon helyesen azt mondják, hogy a növények a fölvett tápszereket szétbontják, s azokból különféle vegyületeket alakítanak, de új testeket teljességgel nem termelnek.

Hogy az ásványféle anyagok a növények kifejlődését miként segítik elé, ezen kérdésre a tudósok nagyon hiányos és bizonytalan feleletet adnak. Hanem annyi bizonyos, hogy azok nélkül a növény-test ki nem fejlődhetik, és szilárd alakot nem nyerhet.

A herczeg Salm-Horstmar nagyon érdekes kísérlete azt bizonyítja, hogy a növény, például a zab, a hamvában létező létrészeit mind szükségkép igényli, hogy rendesen és erőteljesen kifejlődhessék. Kavasavany nélkül, fekvő, sima, sápadt, törpe marad; mészföld nélkül már a második levél hajtásakor kivesz; kali vagy natrum nélkül csak 3 hüvelyk hosszú lesz; keserföld nélkül gyenge és fekvő marad; phosphorsavany nélkül nagyon gyenge, de fenálló és rendes alakú; kénsavany nélkül még gyengébb, fenálló és rendes alakú, de szemet nem terem; vas nélkül nagyon sápadt, erőtlen és rendetlen; és magnesia nélkül teljes erejét el nem éri, és csak keveset virágzik.

Úgy látszik, hogy a növények az ásványféle anyagokat összegyűjtik és úgy alakítják, hogy azokat az állati test fölvehesse és átsajátíthassa. Erre nézve mind a növény-termesztés, mind a marha-tenyésztés arra ösztönzik a mezei gazdát, hogy azon anyagokkal megismerkedjék, melyekkel a gazdasági

növények kifejlődését lehető legjobban előmozdítani lehet; azokat összegyűjtse s termőföldjére hordja, mert idővel még a legtermékenyebb föld is elsoványodik, ha annak a termésekkel elvitt anyagokat mind vissza nem adjuk.

A phosphorsavany segítségével a növények a phosphort nyerik, melyet gyümölcseikbe és magvaikba raknak le.

A phosphor a növényeket az állati testre nézve táplálóbakká teszi, mivel a csont és hús képződésénél nélkülözhetlen.

A phosphor-savany természetes forrása körül a természet vizsgálók sok ideig bizonytalanságban valának. De most már tudják, hogy az apatitban, a csontban, s némely más ásványfélékben, és ezek által a földben is mindig jelen van. A mészhez és vashoz különösen vonzódik. A phosphorsavanyos mész szén-savanyos vízben, a phosphorsavanyos vas folyó ammoniában olvad fel, a növények gyökerei a vízzel együtt mint olvadékot veszik föl.

A phosphorsavanyt a mezzei gazda a gazdasági termékenyítő szerekkel, az állati és növény-hullákkal, továbbá a csonttal, az olajos magvak lisztjével adja vissza a földnek. Nagy kár, hogy a két utolsót nálunk a mezzei gazdák érdemök szerint nem méltányolják, s hasznukra fordítani nem igyekeznek. Sok phosphorsavanyt tartalmaz főként a repcze-pogácsa. Magyarországon sok repczét termesztene, s sok olajat ütnek; tehát lenne alkalom arra, hogy a termő földnek a termésekkel arról elvitt phosphorsavanyt visszaadhassák. Azonban ez, az ország s a mezzei gazdák nagy kárára, nem igen történik, hanem a repcze-pogácsát hajók és a vasút szállítják Angolhonba és más külföldi tartományokba, hol abból a mezzei gazdák, a drága szállítási bér mellett is, hasznot tudnak előállítani.

A kénsavany a ként adja a földnek, melyet ebből főként a hüvelyes vetemények, de más növények gyümölcsei és magvai is fölvesznek.

Forrása többnyire a föld, mivel csaknem mindenik gypszet tartalmaz. Ez a vízben nehezen ugyan, de mégis felolvad. A Boussingault nagy szorgalommal és éles belátással keresztülvitt kísérletei azt bizonyítják, hogy a gypsz a növényeknek csak meszével használ. Ezen nézettel a gazdászati tapasztalások és a növény-hamu létrészei is legjobban megegyez-

nek, melyek azt bizonyítják, hogy a gipsz csak olyan földnek használ, melyből a szénsavas mészhányzik, vagy a melyben nincs kellő mennyiséggel.

A kali a növények nélkülözhetlen tápszere, legtöbb gazdasági növényeink nagy mennyiséget tartalmaznak. Némely termő föld csak azért terméketlen, mert belőle a kali hiányzik.

Több ásványban kovásavánnyal összekötve fordul elő. Ezek közt a földpat tartalmaz legtöbbet, s a termőföld is leginkább ettől kapta. A szénsavanyos víz olvasztja fel, mely a kovásavanyt kizárja s magát a kalival összeköti. A termékeny földből a földpat soha sem hiányzik. Ezen kívül még a granit, csilla, agyagpala, basalt, trachyt és phorphyr is tartalmaznak kalit, de sokkal kevesebbet, mint a földpat.

A mezei gazda a kalit a növény, köszén és turfa hamvával és a rendes gazdaságban készíttetni szokott földtermékenyítő szerekkel adja a földnek. De nálunk az elsőkre nagyon kevés, sőt csaknem semmi figyelmet nem fordítanak.

Leghamarább kiélik földjükből a kalit azon mezei gazdák, kik egyenes eladás végett sok burgonyát és czéklát termesztenek; mert a czékla egy középterzésben ötször-, a burgonya kétszer-annyi kalit viszen el a földből, mint a búza. Mire nézve bizonyos az, hogy a túlságos czékla- és burgonya-termesztés a földet a búzára nézve elsoványítja, ha a mezei gazda az elfogyasztott kalit más úton helyre nem pótolja.

A konyhasó mint ilyen van jelen a földben. Gazdasági növényeink nagyon keveset fogyasztanak abból, és csak a sós növényekben fordul elé nagyobb mennyiségben, mint chlor-natrium és chlorkalium. A tenger, a sós források és a sóbányák a konyhasó kiapadhatlan forrásai, honnan a mezei gazdák kellő mennyiségben kaphatják.

A jelen évszázad elején főként az angolok fordítanak a sóra, mint földtermékenyítő szerre, legnagyobb figyelmet. Bajorországban, München mellett, az 1857-dik évben tevének a konyhasóval legterjedelmesebb és pontosabb kísérletet, mely bebizonyította, hogy az a gazdasági növények kifejlődését is kedvezően előmozdítja. Működéséről Liebig, ki ezen kísérletet nagy figyelemmel kísérte, és chemiai leveleiben elő is adta, azt tartja: hogy a konyhasó a növények táplálása körül ugyan-

azon szolgálatot teszi, melyet a szénsavanyos víznél és ammoniás sóknál tapasztalunk; és hogy főként a phosphorsavanyos sófélék körül mutat legnagyobb hatást, melyeket a leg-hígabb állapotban is nagyon könnyen felolvaszt.

A mészről azt tapasztaljuk, hogy, ha a föld sok meszet nem tartalmaz, némely növények nem igen díszlenek benne. A gabonafélék magvában, mint phosphorsavanyos mész van jelen. A leveles takarmányfélék, mint a lóhere, luczerna, búkőny, főként pedig a baltaczim, különösen szeretik s termésüket nagyon előmozdítja. A meszes földben gazdasági növényeink általában tökéletesebben kifejlődnek, jobb ízű gyümölcsöt teremnek, s főként a fafélék erősebbek, szilárdabbak lesznek, mint ha a föld csak kevés meszet tartalmaz.

A mész forrása a szénsavanyos mészkő, mely néhol kőszirteteket képez. Meszet tartalmaznak még más ásványfélék is; továbbá a forrás- és folyó vizek.

Nagy kár, hogy honunk legkiterjedtebb rónáin, hol a mész a földből leginkább hiányzik, de a hol azt a föld, vegyületénél, főként pedig szénné vált nagy mennyiségű korhanyánál fogva is, leginkább igényli, és legnagyobb hasznotlathatna, aránylag csak drága pénzen szerezhető meg.

Az égetett, és a légen, vagy vízzel meglocsolva, finom porrá vált meszet, a mezei gazdák főképen Angolhonban, de máshol is, a nyár végén hordják a földre, midőn ez száraz. Nálunk a gazdaság nagy kárára csak kivételesen használják.

A keserföld sajátosságai a mészéhez nagyon hasonlóak. A gazdasági növények magvában, mint phosphorsavanyos keserföld fordul elő, de nagyobb mennyiségben mint a mész. Keserföld van még a lenben és kenderben is.

A növények a keserföldet ugyanazon forrásból merítik, melyből a meszet, melylyel a természetben többnyire együtt fordul elő.

A kovasavany vagy kovaföld a növény mindenik részében jelen van, s testének szilárdságot kölcsönöz. Többnyire a növények külső felületét vonja be, tehát legnagyobb mennyiségben azok héjában fordul elő. Ha a növények a földben annak idejében elegendő kovasavanyt nem találnak és föl nem vehetnek, úgy megdülnek s tökéletesen ki sem fejlődhetnek. Egyéb-

íránt a bölcs természet a növényekről úgy gondoskodott, hogy minden földben elegendő kovasavany legyen. És ha a növények abból annak idejében annyit föl nem vehetnek, mennyire szükségök van, oka abban fekszik, hogy nincs felolvadva, tehát a növények föl nem vehetik akkor, midőn arra éppen szükségök lenne.

Csupán a tőzeg és korhany-gazdag földben, mely sok állati és növényi hullát tartalmaz, nincs mindig elegendő kész, felolvadt kovasavany ; de éppen azért lehet azon legtöbb dült gabonát látni, még akkor is, midőn a megdülés más fajta földeken elő nem fordul. Ezt bizonyítja még az is, hogy az ilyen föld homokkal gyakran termékenyebbé tehető, mint a legjobb termékenyítő szerrel.

A növények kevés vasat tartalmaznak. A mezei gazdák azt tartják, a sok vas a növényeknek ártalmas.

Én e véleményt nem osztom : mert a vashányból kihordott vasércz-halmokon a kihordás után néhány hónappal többféle buján növekedő növényt láttam, mi legalább is arra mutat, hogy a vas, míg a földben föl nem olvad, a növényeknek nem ártalmas, habár a föld túlnyomó létrészét képezne is.

Alig van termő föld, mely elegendő vasat ne tartalmazna, s úgy látszik, hogy leginkább az agyag hiányát pótolja, főként a phosphorsavany- és ammoniára nézve, melyeket gyorsan megköt és a növények számára készletben tart.

A termőföldet vassal szántóvető eszközeink is kellőleg ellátják, melyek főként működő részeikre nézve, többnyire vasból készítvék, s melyeket különösen a homokföld nagyon gyorsan koptat.

Gazdasági növényeinkben az itt előszámlált anyagokon kívül másokat, a chemikusok vagy teljességgel nem, vagy csak figyelmet sem érdemlő mennyiségben találtak : holott kétséget nem szenved, hogy a föld létrészei közt még mások is fordulnak elé, melyek a növények kifejlődését jelenlétökkel nagyon kedvezően elősegítik.

Ilyen földféle a többek közt a híres agyag, vagyis alapja a timföld, mely midőn a termő föld létrészeiről vala szó, mindig a legelső helyet foglalá el, s melyről a mezei gazdák nagyon helyesen még most is azt tartják, hogy ha mérsékelt

menyiségben van jelen, és az 50 %-tólit fölül nem haladja, a legjobb termő földet képezi.

Az agyagos földfélék, melyek a földmívelésnél oly fontosak: a timföld, kovaföld, szénsavanyos mész, keserföld, vasrozsa, és a szerves hullák vegyülete, melynek a timföld különös sajátyságot kölcsönöz. Ezek közt legnevezetesebb az, minél fogva sok nedvességet vonz magához, és sok ideig megtartja, könnyen elpárologni nem engedi, és így a növényeket a kiszáradástól oltalmazza; a növény-tápszereket a légből hasonló erővel vonja magához, és a növények számára mindig készletben tartja; a homok melegségét és a rendes földtermékenyítő szerek rothadását mérsékli.

Maga a timföld a vízben föl nem olvad, mire nézve a növények föl nem vehetik, s azért a chemikusok azokban fel sem találhatják. Tehát hatása csak közvetett és erőművi lehet.

Mivel azonban a közvetlen növény-tápszerek csak a föld által működhetnek, és hogy a növények tökéletesebben kifejlődhessenek, és nagyobb terméseket adhassanak, ehhez a föld kedvező vegyülete is szükséges: erre nézve a timföld, mely helyes arányban a legjobb földet alakítja, a többi földfélék fölött kitűnő előnnyel bír, s ezért megérdemli, hogy róla is megemlékezzünk.

Hogy a növény-tápszerek a földet egyenként is termékenyítik, és sok esetben a termést elősegítik, ha a földből a többi tápszerek nem hiányzanak: ezt számtalan, főként az újabb időben keresztülvitt kísérletek bizonyítják. Ezek mind oda mutatnak, hogy az egyes tápszerek csak ott használnak, ott emelik a termést, hol ugyanazon tápszerből a föld nagyon keveset tartalmaz.

De a tapasztalás még azt is bizonyítja, hogy ilyen egyes termékenyítő szerek a földet annál gyorsabban elsoványítják, minél többször alkalmaztatnak; mivel a többi tápszerek feloldását és föl vételét siettetik és így a növények ezeket a földből annál gyorsabban elfogyasztják. Emlékezzünk vissza azokra, miket a német mezei gazdák a márgáról mondanak, s a kérdés világosan meg lesz fejtve. — Hogy egy vagy több növény-tápszer, némelyek kizárásával a föld termékenységet folytonosan fentarthatnák, ezt még eddig bebizonyítani nem lehet.

Ellenben hogy mind együtt a növény-termesztés céljainak tökéletesen megfelelnek, ez már elvitázhatlan tény. Mert a közönséges gazdasági földtermékenyítő szerrel, melyet a mezei gazda állatai és növényei hulladékaiból készít, s mely e szerint a növény-tápszerek mindenikét magában foglalja, a föld termékenységét nem csak tökéletesen fentartani, hanem még emelni is lehet, ez ma már kétségen kívül áll. Mire nézve csak azon termékenyítő szer lehet szabályszerű és általános, mely mindeniket tartalmazza, s melylyel ezért az egyes tápszerek sem hatásukra, sem tartósságukra nézve össze nem hasonlíthatók.

A gazdasági szabályszerű földtermékenyítő szer általános jelentősége kétségkívül a benne létező növény-tápszerek összegétől függ. De a növényekre nézve mégis nem mindenik egyenlő értékű, mivel — tapasztalás szerint — a jól és minél többféle tápdús takarmánnyal tartott marha után a hulladék is táplálóból mint ellenkező esetben.

Ezen régi és megczáfolthatlan igazság nyomán, az ok-szerű mezei gazda, főként ha körülményei az egyes növény-tápszerek vásárlását meg nem engedik, s földje termékenyítő szer nélkül nem jövedelmez, úgy jár el, hogy marháját a leg-táplálóból takarmányfélékkel gazdagon tartja, és így azok hulladékaiban a földnek minden növény-tápszert visszaadni igyekszik, melyet abból a learatott terméssel elvitt. Mit azonban rendes úton csak oly gazdaságban lehet elérni, melynek aránylag annyi mesterséges termékenyítést nem igénylő, tehát gazdag rétje van, mennyinek terméséből a marhában, tejben, gyapjában és a föld terményeiben, a piacon eladott, tehát a gazdaságból kivitt növény-tápszerek mind kikerülnek, s e mellett még mindent elkövet, hogy az egyes növény-tápszereket is, melyek körülötte feltalálhatók, szorgalmasan összegyűjttesse, és czélszerűen elkészítve, termő földjére hordhassa.

E szerint a magyar mezei gazda a marha gazdag takarmányozásával, mind a marhatartásból, mind a földművelésből nagyobb hasznot biztosíthat magának; mivel nálunk az egyes kívülről vásárlandó növény-tápszerekre, drágaságuk miatt is támaszkodni nem lehet.

A mezei gazdák túlnyomó többsége azt hiszi: hogy ha

szántóföldjén, a piaci növényekkel teljes arányban, takarmány vagy zöldben alászántó növényeket termeszt és marhájával megeteti, vagy alászántja, és a marha hulladékait az alommal együtt szántóföldjére hordja, úgy ennek termékenységet folytonosan fen is tarthatja. Azonban ezen vélemény csak tévedésen alapszik, mivel azok után, miket föntebb felhozék, a termés a földet, ha azt ennek mind visszaadjuk, mi a zöld növények alászántásával legtökéletesebben történik, csupán légféle tápszerekkel gazdagítja; mert az ásványféle tápszereket a földből vevé, tehát csak annyit adhat vissza, mennyit abból fölveve. Mire nézve, ha a termés egy részét szemben, takarmányban, szalmában, marhában, tejben, gyapjúban eladjuk, tehát a gazdaságból kivisszszük, és azok helyett oda más alakban legalább is ugyanannyi növény-tápszert be nem viszünk: úgy a gazdasághoz tartozó összes földterület termékenysége, a nagyobb takarmány-termesztés daczára, éppen annyi ásványféle növény-tápszerrel lesz évről-évre szegényebb, mint mennyit a gazdaságból kivivénk; csak hogy a végképi elszegényedés annál későbbben fog bekövetkezni, minél több takarmányt fordítunk marhatajtásra, és így minél több állat- és növény-hulladékot adunk vissza a földnek.

Így áll a dolog a föld termékenységének fentartására nézve; de hogy a mezei gazda erszényére nézve hasznos-e, azt a körülmények határozzák meg.

A föld elszegényedése még eddig mindenütt ezen alapigazság félreértéséből származott, s származni fog nálunk is mindenütt, ha a mezeigazdák ezentúl is, a gazdaságból kivitt növény-tápszereket a földnek teljesen visszaadni nem igyekeznek, ha a természettudománnyal közelebből meg nem ismerkednek.

Mert nagyon helyesen jegyzé meg Liebig Chemiai leveleiben, hogy „a gazdaszat tudományos alapja, a növényélet föltételeinek, származásának, és tápszerei forrásának ismeretét foglalja magában. Ezen ismeretből a gazdaszat gyakorlatára nézve bizonyos a földművelés körül előforduló mindenféle műtételek szükségességére és hasznosságára nézve, alapelvek fejlődnek ki, melyek a növények díszlését előkészítik és előmozdítják, és a rájuk nézve ártalmas befolyásokat elhárítják. A gyakorlatban gyűjtött tapasztalatok körül egyetlen egy sem

mondhat ellent a tudományos elvnek, mivel ez a sokféle tapasztalás összegéből származott, és így csupán ezek elméleti kifejezése. De az elmélet sem mondhat ellent a tapasztalásnak, mivel az sem egyéb, mint a végső okaira visszavitt sokféle tapasztalás.“

„A föld, melyen egymás után többször ugyanazonegy nemű növényt termesztjük, három, a másik hét, a harmadik húsz, a negyedik csak száz év múlva veszti el termékenységét ugyanazon növényre nézve. Az egyik föld a búzát megtermi, de a borsót nem, a másik a répát termi meg, de nem a dohányt, a harmadik gazdag reptze aratást ad, de a lóheréből rosszat. Mi az oka, hogy a szántóföld termékenységét ugyanazon egy növényre nézve lassanként elveszti? Mi az oka, hogy az egyik nemű növény valamely földön jól díszlik, ellenben a másik ugyanabból rossz termést ad? Ezen kérdéseket a tudomány teszi fel.“

„Minő szerek szükségesek, hogy a föld termékenységét ugyanazon egy növényre nézve fentarthassuk? hogy két, három, hogy mindenik gazdasági növényre nézve megterméke nyíthessük? Ezen utolsó kérdéseket a gyakorlat teszi fel, de a gyakorlat által meg nem fejthetők.“

„Ha a mezei gazda helyes, tudományos elvek vezérlete nélkül kísérletekbe bocsátkozik, hogy a földet valamely növény számára megtermékenyítse, mely abban különben meg nem terem: úgy a sikerhez csak kevés kilátás lehet. Sok ezer mezei gazda, sokféle irányban, hasonló kísérletekkel foglalkozik, melyek eredménye végre is sok gyakorlati tapasztalás lesz, és ezek mindössze, a földművelés valamely módját foglalják magokban, mely által a keresett cél bizonyos vidékre nézve el is éretik. Azonban ugyanezen művelési mód gyakran már a legközelebbi szomszédnál sem sikerül, és haszna a másik vagy harmadik vidékre nézve egészen elenyészik. Mennyi pénz és erő vesz el az ilyen kísérletekkel! Mennyire más, mennyire biztosabb az út, melyen a tudomány jár! Ez nem teszen ki minket a nemsikerülés veszélyének, hanem a nyereményről tökéletesen biztosít. Ha a nemsikerülésnek, ha a föld terméketlenségének okát egy, két, vagy három növényre nézve kikerestük: úgy az eltávolítás eszközei magoktól jelentkeznek.“

„A legbiztosabb észrevételek azt bizonyítják, hogy a

földmívelés módjai, a termőföld természeti sajátságai szerint egymástól eltérnek. Képzeljünk a basaltban, porphyrbán, homokkőben és a mészben, bizonyos számú chemiai egybeköttetéseket változatos arányban, melyeket, mivel a növény-életre nézve nélkülözhetlenek, a termő föld ezeknek szükségkép kell hogy adjon: úgy a földmívelés módjának különfélesége nagyon egyszerűen meg lesz magyarázva; mert világos, hogy a szántóföld ezen annyira fontos létrészeinek tartalma a sziklafélék vegyületével aránylag kell hogy változzék, melyekből az elmátlás következésében származott.“

„A búza, lóhere, répa a földből bizonyos létrészeket igényelnek, és olyan földben, melyből azok hiányzanak, nem igen diszlenek. A tudomány, a növény-hamú szétbontása által megismermertet minket azon létrészekkel, és ha a föld vegybon-tása azt mutatja, hogy azok ebből hiányzanak, úgy a föld terméketlenségének oka előttünk fekszik, s azt helyrehozni csupán tőlünk függ.“

C.) Milyen alakban kell adni a növényeknek a tápszereket? s miként jutnak be azok szerveibe?

A tápszereket, kétségen kívül, a növények levelei és más zöld részei és gyökerei veszik fel.

A vizet a légkör, a köd, harmat, eső és hó adják a földnek, melytől azt legnagyobb részben a gyökerek veszik át, a levelek és más zöld részek a légből csak nagyon kevés vizet szívnak magokba.

A Hales és Saussure kísérletei azt mutatják, hogy a légkör a növényeknek sokkal több nedvességet szolgáltat, mint a köd, harmat, eső és hó.

A növények a többi tápszereket is vízben felolvadva és nagyon meghígítva veszik fel. De mivel ennyi vizet át nem hasonlithatnak, ezért — a Sennebie kísérletei szerint — $\frac{2}{3}$ -ad részét leveleiken ismét elpárologtatják és csak $\frac{1}{3}$ -adát tartják vissza.

Az elpárolgás természetesen akkor legnagyobb, midőn egyszerre legtöbb növény a kifejlődés legmagasabb fokán áll, és midőn az időjárás száraz; mire nézve ilyenkor a légkörben is

legtöbb nedvesség van, melyet abból részint közvetlenül a föld vonz magához, részint mint köd, harmat és eső hull arra. Mire nézve a föld sajátsága, melynél fogva a légkörben létező nedvességet magához szívja, a növényéletre nézve, főként szárazságban, nagyon fontos, s a mezeigazdára nézve nagyon hasznos.

A forrás-víz természeti sajátságából, minél fogva a légből sok szénsavanyt ammoniát és salétromsavanyt veszzen föl, s ezeken kívül még ásványféle növény-tápszereket is tartalmaz, a mesterséges öntözés kitűnő hasznát a mezeigazdaságban és a kertészetben, könnyű megmagyarázni, hol az a legjövedelmezőbb vállalatok közé tartozik. És a mezeigazdaság a tökély legmagasabb fokára kétségkívül csak úgy emelkedhetnék, ha a mezeigazda is, miként a kertész, termő földjét tetszése szerint olyan vízzel öntözhetné meg, mely sok és többféle növény-tápszert tartalmaz.

Egészen másként áll a dolog a szénsavanygyal, melyet, a Mulder vizsgálódásai szerint, a növények levelei a légből és gyökerei a földből vesznek föl. Chevandier szerint egy hold föld közép termése évenként mintegy 1853 font szenenyt köt meg.

A légből aránylag kevés szeneny van, és az is nem szabadon, hanem élenynyel egybekötve mint szénsavany, melyből a víz nagy mennyiséget szí magához. Tehát a szénsavanyt a növények levelei közvetlenül a légből, melyben élnek, és gyökerei a földből veszik fel.

A Bonnet, Priestley, Sennebie, Saussure és Boussingault s mások kísérletei azt bizonyítják, hogy a növények levelei és zöld részei a fölvett szénsavanyt, a nap sugara befolyása alatt szétbontják, abból a szenenyt átsajátítják és az élenyt elbocsátják.

A természet a növényeket szenenynyel elég gazdagon ellátta, mire nézve nem szükséges, hogy a mezeigazda arról gondoskodjék. Egyébiránt a közönséges gazdasági földtermékenyítő szerrel, termő földjére ő is sok szenenyt hord.

Az ammonia, melytől a növények a legenynt nyerik, a természetben szabadon sehol sem, hanem mindig csak savanyokkal, főként a mindenütt jelenlevő szénsavanygyal egyesülve jelenik meg; s úgy látszik, hogy a növények is csupán ezen

egyetlen alakban, mint szénsavanyos ammoniát veszik magokba.

Az éleny befolyását főként a magvak csirázására, és a szénsavanyót a növény-élet minden szakára, az e körül eszközlött kísérletek mind megerősítik; de még eddig semmi sem gyaníthatatá, hogy a növények a legényt közvetlenül a légből, észrevehető mennyiségben beszívják. Azonban az ellenvetések daczára, a legény ottlétét a növényekben tagadni még sem lehet, mivel a magképződés, a mag létrészei eléggé bizonyítják, hogy azt a növények kívülről fölveszik és áthasonlítják.

Ha tehát a növények a legényt nem a légből veszik föl, úgy csak a föld lehet eredeti forrása; és ezen nézetet a Bous-singault és Liebig kísérletei csakugyan meg is erősítik, s azt bizonyítják, hogy a földben levő növény-tápszerek főként legényt is tartalmaznak.

Boussingault azt mondja, hogy „a növények kifejlődése a természetben nem csak a vízből és légből származik, hanem a gyökerek a földben, melyben szétágaznak, még másféle tápszereket is találnak. Rendes körülmények közt a növények részint azon tápszerek segítségével fejlődnek ki, melyeket a földben gyökereik keresnek föl, részint azon anyagokból, melyeket a levelek a légből szívnak magokba. De mivel mások kísérletei azt bizonyítják, hogy a földben létező tápszerek főként legényt tartalmaznak: e tekintetben a növényekben létező legény forrása csak a szerves hullák lehetnek, melyeket a mezeigazda időről-időre termő földjére hord. Ezen nézetet a Hermstädt kísérletei is megerősítik, midőn megmutatják, hogy a gabonafélékben, melyek legénygazdag tápszerek segítségével megnövekedtek, legtöbb növény-siker van. De másrésről alapos gazdasági tapasztalások még azt is bizonyítják, hogy a növények sok esetben a kifejlődésökhöz szükséges legényt a légből veszik fel.

„A növény-élettan újabb vizsgálódásai szerint, a növények a légből fölvevő szénénnyel és a víz elemeivel beérik. Azonban azon kép után, melyet a közönséges gazdasági növény-tápszerek működéséről csináltunk, nehéz átlátni, hogy a föld, ha csupán legénytelen termékenyítő szereket kap, a termékenység fokát megtarthassa, melyet annak az úgynevezett leveles takarmányféle növények termesztése ad, melyek után

sok legényes anyagot tartalmazó másféle aratások szoktak következni.“

„Van ok reá azt hinni, hogy az alászántott zöld növények és az ugarlás működése nem csak odáig terjed, hogy a földbe szenenyt, élenyt és könenyt vigyen, hanem még odáig is, hogy azt legénynyel is gazdagítsa. És szükséges is hogy ez így legyen, mivel ellenkező esetben azon szántóföldek termékenységet a legényre nézve nem lehetne fentartani, melyekre kedvezőtlen fekvésőknél fogva, termékenyítő szert máshonnan nem lehet hordani. Vegyünk fel például egy rendezett gazdaságot, melyben csupán gabonaféléket termesztene, és marhát tenyésztene. Ebből évenként gabonát, húst, tejet és gyapjút visznek ki, tehát folytonosan legényt is adnak el, de azért oda valami észrevehető legényt be nem visznek. Mind e mellett mégis a föld termékenysége a legényre nézve folytonosan megmarad, mivel a veszteséget azon anyagok ismét visszaadják, melyeket az okszerű gazdálkodás a légből a földbe csal; és ezen légféle termékenyítő szerek közt, legnagyobb valószínűséggel legény is van, mely a gazdaságból a terményekben kivitt legényt ismét helyrepótolja.“

„Tehát erős alapon nyugvó tények mutatják, hogy azon elemek közt, melyeket a gazdasági növények a légből vesznek föl és áthasonlitanak, legény is van. De miután a legény ilyen megkötését az élettani vizsgálódások még eddig be nem bizonyították, ezért a kérdés végkép eldöntve még nincs.“

„Liebig szerint a növények éghető létresejei mind a légből, és nem a földből származnak. A tapasztalás azt mutatja, hogy a termő föld, éghető vagy légféle anyagaira nézve, a termések által nem lesz szegényebb. A rét, melyről 25 év alatt holdanként 500 mázsa szénát viszünk el, ezen idő alatt, a légféle növény tápszerekre nézve, nem lett szegényebb, hanem inkább még gazdagodott. A lóhere gyökereiben több légféle növény-tápszert ad a földnek, mint mennyit eredetileg tartalmazott.“

„A növények az ammoniát, mint tápszert, éppen úgy nem nélkülözhetik, mint a szénsavanyt. Működése, úgy mint a szénsavanyé és a vizé is, kettős, de csak akkor, ha a többi tápszerek is, de főként a föld létresejei az ásványfélék is, egy időben

mind jelen vannak; és a mezeigazdára nézve végkép értéktelen lesz, ha a termékenység többi föltételeiről is nem gondoskodik.“

„A chemiai vizsgálódások, mondja Liebig, azt mutatják, hogy a föld 10—12 hüvelyk mélységig, többnyire száz, ötszáz, sőt gyakran ezerannyi ammoniát is tartalmaz, mint a közönséges gazdasági földtermékenyítő szerek, mint a csont vagy a repczepogácsa; s mégis azt tapasztalják, hogy ha a föld létre-szei közül csak egy is hiányzik, úgy a földben létező fölösleges ammonia nem működhetik, a termést nem segítheti.“

„A földben soha sincs szabad ammonia; mert a szerves hullák rothadásánál a szabad ammonia legnagyobb része a korhanyos létre-szerekkel egyesül. Ha szabad ammoniát vagy ammoniás sót adunk a földnek, úgy az a termőföld létre-szeivel azonnal egyesül, melyektől azt a növény veszi át. Így az ammonia a földben mindig szaporodik. Mire nézve ezen legdrágább földtermékenyítő szerért nem kellene pénzt adni ki, mielőtt magunkat arról nem biztosítottuk, hogy sem a phosphorsavanyos mész, egyedül vagy kénsavanyúval szétbontva, vagy a közönséges hamu vagy mind a kettő együtt, vagy a mész a kapor-növények termését, melyek után gabonafélék vettettek, nem emeli. Az ammonia alkalmazása csak azután lenne kelle-leg indokolva, mivel ez azt mutatná, hogy a földben elegendő phosphorsavany, kali és mész van; tehát hogy ezek kelle-leg működhesse-nek, több ammoniát kell annak adni, mint mennyit természetes állapotban tartalmaz. Az okszerűen rendezett gazdaságban készíttetni szokott rendes földtermékenyítő szerekből mindig annyi ammonia fejlődik ki, mennyi szükséges, hogy az ásványféle növény-tápszerek, a növények tökéletes kifejlődését teljes mértékben eszközölhessek; mire nézve többről gondoskodni, s azért még pénzt is adni ki, többnyire fölösleges költség lenne. Az állatok és növények hullái, melyeket a mezei gazda azért gyűjt össze, hogy velők földje termékenységét folytonosan fentartsa vagy még emelje is, a szenenyen és legenyen kívül még ásványféle növény-tápszereket is tartalmaznak; mire nézve minden más csak egy oldalú termékenyítő szeren fölüli állanak, s ezért a gazdaság czéljainak is leg-tökéletesebben megfelelnek.

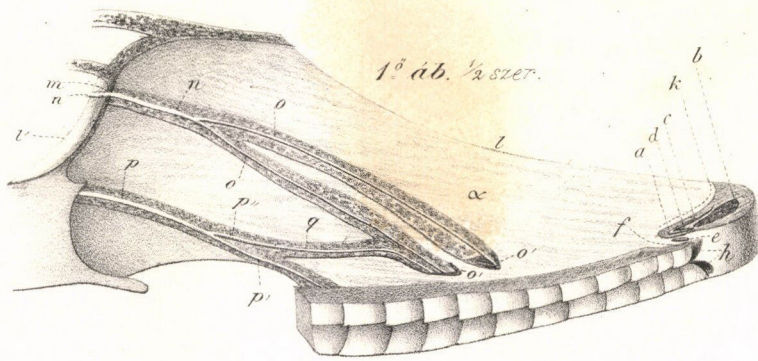
Miután a növények a légféle tápszereket, a szénsavany kivételével, a földből csupán gyökereikkel veszik föl: erre nézve gondolni sem lehet, hogy az ásványféle tápszerek fölvétele más úton történhessék. Az alkalias sók és némely földfélék a tiszta vízben könnyen, a szénsavanyos és phosphorsavanyos mész és keserföld a szénsavanyos és ammoniás vízben, bizonyos fokig felolvadnak: tehát az ilyen szereket a földből a növények gyökere a vízzel együtt veszi fel, mely köztudomás szerint a szénsavanyt és ammoniát a légtől és a földben szétbomló szerves anyagoktól, a korhanytól kapja.

Ilyen felolvasztó szerek még némely más sók is, főként a konyhasó. Liebig azt mondja, hogy a víz, melyben kénsavas ammonia van, a phosphorsavanyos meszet épen oly könnyen felolvasztja, mint a tiszta víz a gipszet. Szerinte a konyhasó működése, az ammonias sókéhoz, vagy a salétromsavanyos natruméhoz nagyon hasonlít.

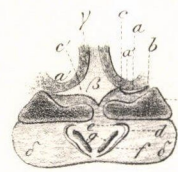
A kovasavanynak eddigelé két változatát ismerik: az egyik a vízben felolvad, a másik nem. Az egyik a közönséges kovakő, mely apró darabokra töredezve, mint homok, a termő föld fontos létrésze ugyan, de a növények közvetlen táplálkozásánál semmi jelentőséggel nem bír. A másik, vagy a vízben felolvadható kovasavany, a kovasavanyt és egyszersmind alkaliákat is tartalmazó ásványfélékből, a szétmállásnál fogva származik. Ebben a kovasavany oly finom állapotban van, hogy azt a víz, főként ha alkalit tartalmaz, miként a termőföldben létező rend szerint, lassanként felolvasztja, az olvadékból a föld magához vonja és a növények számára megtartja.

A növények a tápszereket nagyon híg folyadékban veszik föl, és általánosan ismeretes tapasztalás az, hogy a nagyon sűrű olvadék a növény-életnek gyakran ártalmas. Világos példa erre a szikes, salétromos föld, és a tiszta szerves hullák rothadéakai, melyekben a gazdasági növények termése a tápszer mennyiségéhez megfordított arányban áll.

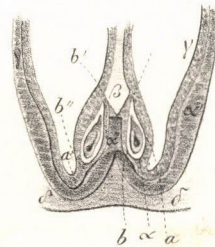
Boussingault szerint a gyökerek végein levő szivacsok sokkal sűrűbb szövettűek, hogysem folyadéknál egyebet átbo csáthatnának. A Saussure igyekezete, melynél fogva a legfinomabb, és a vízben felfüggesztett szilárd anyagok felszívását megkísérettette, siker nélkül maradt. Ezen kísérleteknél a gyö-



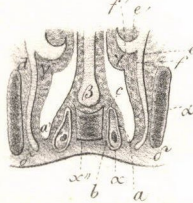
2^{ik} áb. 1/4 szer.



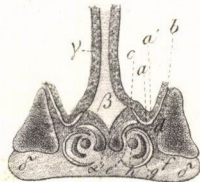
6^{ik} áb. 1/4 szer.



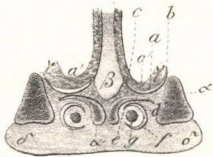
5^{ik} áb. 1/4 szer.



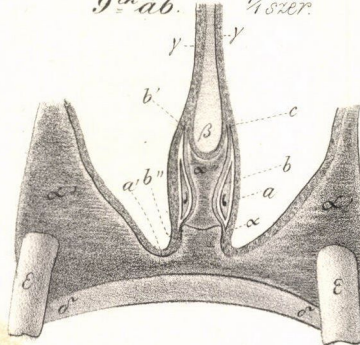
4^{ik} áb. 1/4 szer.



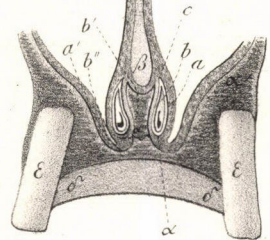
3^{ik} áb. 1/4 szer.



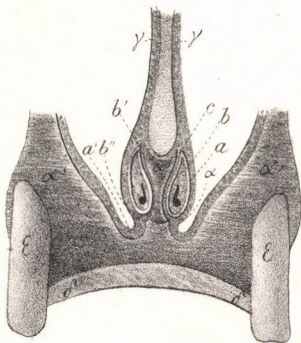
9^{ik} áb. 1/4 szer.



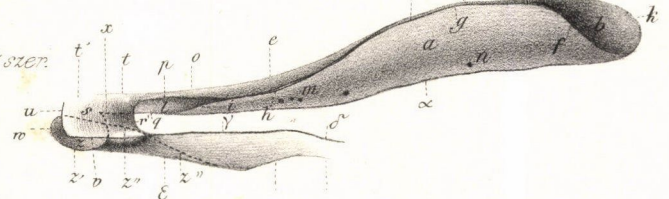
7^{ik} áb. 1/4 szer.



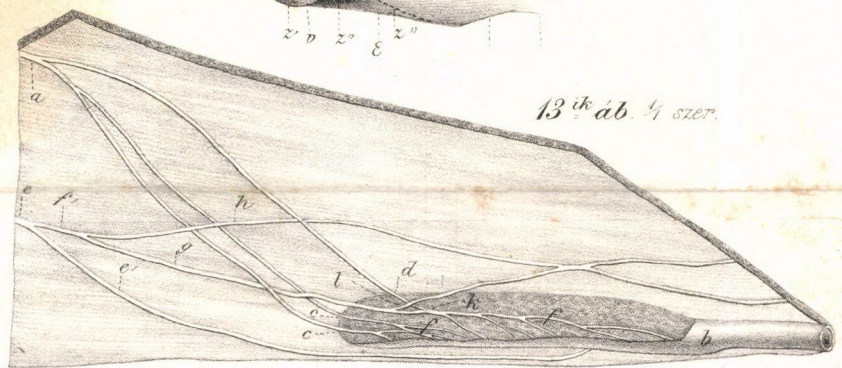
8^{ik} áb. 1/4 szer.



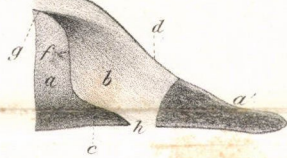
10^{ik} áb. 1/4 szer.



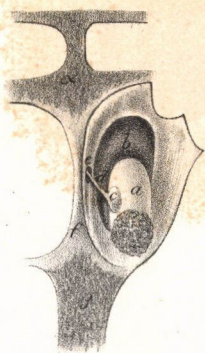
13^{ik} áb. 1/4 szer.



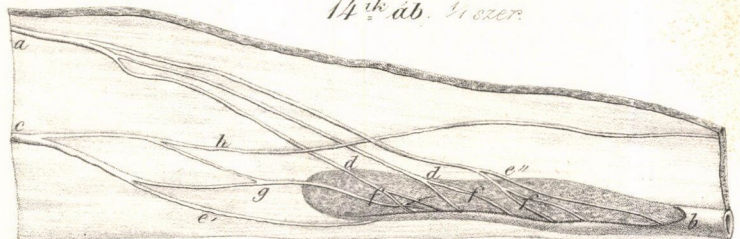
11^{ik} áb. 1/4 szer.



12^{ik} áb. 1/4 szer.

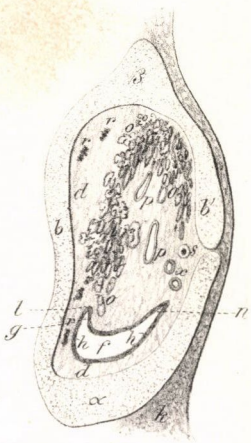


14^{ik} áb. 1/4 szer.

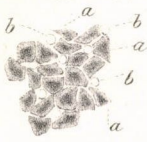




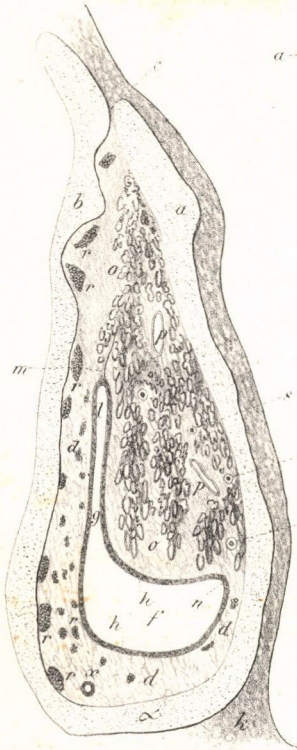
15^{ik}áb. 10 szer.



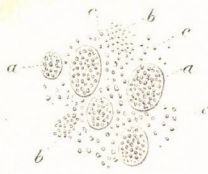
19^{ik}áb. 340 szer.



16^{ik}áb. 10 szer.



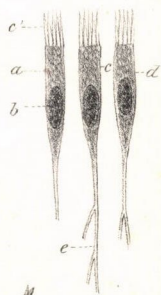
25^{ik}áb. 340 szer.



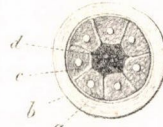
17^{ik}áb. 10 szer.



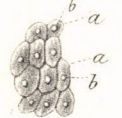
20^{ik}áb. 340 szer.



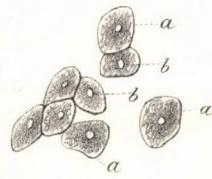
22^{ik}áb. 340 szer.



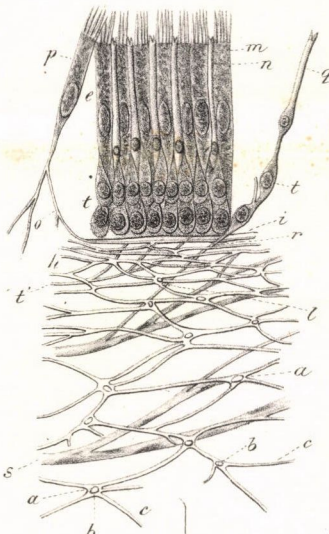
28^{ik}áb. 340 szer.



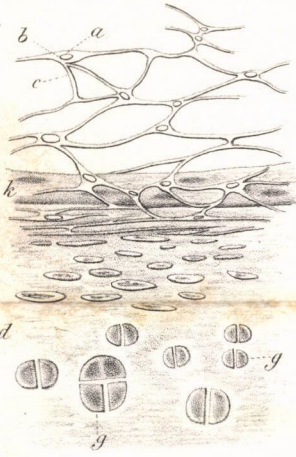
24^{ik}áb. 340 szer.



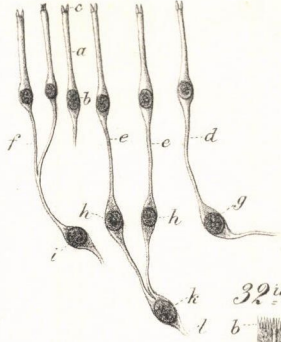
27^{ik}áb.



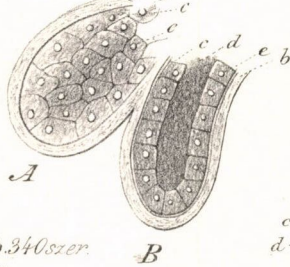
18^{ik}áb. 340 szer.



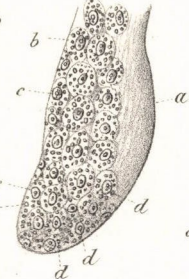
21^{ik}áb. 340 szer.



23^{ik}áb. 340 szer.



35^{ik}áb. 300 szer.



30^{ik}áb.

340 szer.



31^{ik}áb. 340 szer.



32^{ik}áb. 340 szer.



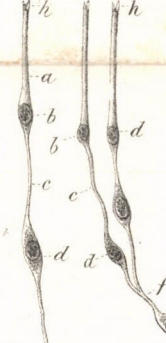
33^{ik}áb.

340 szer.



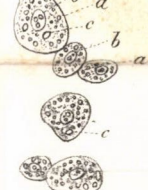
34^{ik}áb.

340 szer.



36^{ik}áb.

350 szer.



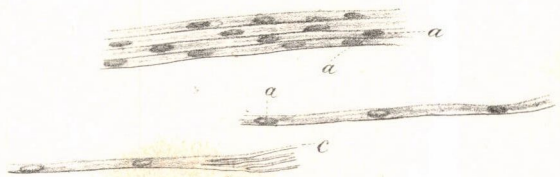
37^{ik}áb. 570 szer.



29^{ik}áb. 50 szer.



26^{ik}áb. 340 szer.





kerek szivacsai úgy működtek, miként a legjobb szűrő eszközök sem képesek. Némely gyökerek még a leghígabb oldadékot sem veszik fel mind, hanem a feloldadt só egy része éppen akkor hagyja el a vizet, midőn ez a szivacsokba megyen. A gyökerek ezen működéséből, még az is következtethető, hogy azok a tápszerek közt válogathatnak, s közölők csak azokat veszik fel, melyek a növény egyéni alkatának megfelelőek.

A növények táplálkozása körül a föld működése sem lehet közömbös: mire nézve helyén lesz erről is főként a Liebig legújabb nézetével megismerkedni. — Liebig azt mondja: „Eddig azt hittük, hogy a növények az életök fentartásához szükséges tápszereket a vízben feloldva, közvetlen ettől veszik át, s működésök gyorsasága feloldhatóságukkal legközelebbi viszonyban áll. A kész tápszert a szén-savanyúval egyesült esővíz viszi a növények gyökereihez. Azt tartottuk, hogy a növény olyan, mint a szivacs, mely félig a légben, félig a nedves földben áll, és a mennyi nedvesség abból a légben elpárolog, a földből folytonosan éppen annyit szív magába. A vizet, melyet a gyökerek a földből vesznek föl, a levelek párologtatják el, és a gyökerek az elpárologott víz helyett a földből ismét mást szívnak fel; a mi a vízben feloldadt, az a vízzel együtt a gyökerekbe megyen; a növényélet a folyadékot áthasonlítja, s ekkor a föld és a növény szennvedőleges állapotban vannak.“

„Úgy tanultuk, hogy a földben de a gyökértől távol fekvő tápszer a növényt táplálhatja, ha a gyökér és a tápszer közt vízrézescskék vannak, melyek azt felolvasztani képesek. A leveleken át történő elpárolgás következtében, a gyökerek a vízrézescskéket felszívják, melyek ennélfogva mind a gyökerek felé húzódnak; a vízrézescskékkel együtt a feloldadt tápszer is mozdul. Azt hittük, hogy a víz a taliga, mely a távollevő földrézescskéket a növényhez közel és közvetlen érintkezésbe hozza. De mindez tévedés vala.“

„A chemiában nincs csodálatosabb jelenet, nincs mely az emberi értelmet annyira elnémitáná, mint a növénynek kedvező kerti- és szántóföld természeti saját-sága. — A legegyszerűbb kísérlet bár kit is képes

meggyőzni arról, hogy az esővíz, ha a szántó vagy kerti földön átszűrjük, az ezekben létező kaliból, kovasavanyból, ammoniából, phosphorsavanyból, semmit föl nem olvaszt, hogy a föld a benne levő növény-tápszerekből a víznek semmit át nem ad; hogy a víz abból semmit el nem viszen, hacsak a földet is magával nem ragadja.“

Azonban a termőföld nem csak a benne lévő tápszert tartja meg, hanem tehetsége, miszerint azt, mire a növénynek szüksége van, erősen meg is tartja, még sokkal tovább terjed. Ha az eső vagy másféle víz, melyben ammonia, kali, phosphorsavany, kovasavany vannak felolvadva, a termő földdel érintkezik: ekkor ezen anyagok az olvadékból csaknem tüstént eltűnnek; a termő föld a víztől elveszi. És a föld a víztől csak olyan anyagokat vesz el, melyek a növények nélkülözhetlen tápszelei; a többiek mind, vagy nagyobb részben, a vízben felolvadva maradnak. E működésben a föld létrészei vesznek részt.“

„A kali és natrum, chemiai sajátságaikra nézve, egymáshoz nagyon közel állanak, és még sójok is, több sajátságokban egymással egészen megegyeznek. Például a chlorkalium jegezei épen olyan alakúak, mint a konyhasóé, izökre és olvadáhatóságukra nézve is egymástól keveset különböznek. A gyakorlatlan alig tudná megkülönböztetni, de a termőföld tökéletesen megkülönbözteti. Mert ha a hig chlorkalium-olvadékbá porrá tört termő földet teszünk, úgy bizonyos idő múlva az olvadékban semmi kali nem marad. Ugyanannyi föld, a konyhasó-olvadékból még csak félannyi natriumot sem vonz magához. Tehát a kaliummal teljes, a natriummal csak részletes kicserélés történt. A kali a gazdasági növények általános létrésze, de a natrium azok hamvában csak kivételesen fordul elő. A kén és salétromsavanyos natrumból, a föld csak egy csekély rész natriumot köt meg, ellenben a kén és salétromsavanyos olvadékból a kali mind a földben marad. A különösen e célból eszközölt kísérletek azt mutatják, hogy egy hold kerti föld, melyben sok mész van, 10 hüvelyk mélységre, a kovasavanyos kali olvadékból 4323 font kalinál többet vesz magához, és a növények számára meg is tartja. Egy másik hasonló kísérlet, a szénsavanyos vízben felolvasztott phosphorsavanyos keserföld ammonia folyadékkal azt mutatá, hogy egy hold föld az

ilyen olvadékból 2162 fontnál több ilyen sót vonna magához. A szelid agyagos föld, melyben kevés mésztartalom volt, hasonló működést mutat.

E kísérletek a föld élénk működését és vonzó erejét a gazdasági növények három főbb tápszere iránt eléggé bebizonyították, melyek könnyű olvadáhatóságuk mellett, a tiszta és szénsavanyos vízben, ha a föld ezen sajátosságokkal nem bírna, a termőföldben nem létezhetnének, hanem a folyadékkal együtt az alrétegbe süllyednének.

„De a termőföld sajátossága, melynél fogva az ammoniát, kalit, phosphorsavanyt, kovasavanyt az olvadékból elvonja, korlátolt; e tekintetben mindenik földféle sajátlagos tartalmazhatósággal bír. Ha az olvadékkal érintkezik, úgy a föld a felolvasztott anyaggal megtelik, s a fölösleg az olvadékban marad, és a közönséges kémilöszerekkel reá lehet mutatni. Egyenlő mennyiségű homokföld kevesebbet vesz fel mint a márga, és ez kevesebbet mint az agyagföld. Az eltérések a fölvehető mennyiség körül éppen oly nagyok, mint a földfélék különféle- ségei.”

Ezekből következik, hogy a föld a növények tápszerei fölött öröklik; mert csak azt veszi föl magába, a mi valóságos tápszer, ellenben a folyadékokban hagyja azt, mi a növény életét veszélyeztetné. A föld e magatartásából még a túlságos termékenyítésből származó kárt is ki lehet magyarázni, mely akkor áll be, midőn a földre egyszerre, annyi termékenyítő szert, annyi növény-tápszert hordanak, mennyit a föld nem vehet és meg nem köthet. Ilyenkor az olvadékban maradt, tehát fölösleges tápszer, a növénynek árt, a gabonafélék megdülését okozza, és a vízzel együtt vagy az alrétegbe süllyed, vagy, ha a föld lejtős, másfelé lefoly, hogy a mezeigazda annak hasznát ne vegye. Ezen jelenet főként a homokföldön fordul elő leggyakrabban, mivel ez egyszerre nem képes annyi tápszert fölvenni és megkötni, mint az agyagos föld, és az is a föld fölvehető, sokkal gyorsabban és élénkebben működik, mint a hidegebb természetű agyagban. A föld ezen sajátosságában találja magyarázatát azon jelenet is, miszerint a megtermékenyített homokföld egymás után nem ad annyi jó termést, mint az agyag. Igazolják ezen kísérletek az okszerű mezeigazdák el-

járását is, miszerint a homokföldre egyszerre kevesebb tápszert hordanak, és ezt gyakrabban ismétlik, mint az agyagosra.

Megjegyzést érdemel még a sok szerves anyagot, korhanyt tartalmazó föld működése a sós olvadékokra. Azt mondja Liebig, hogy a korhanytalan sovány agyag- vagy mészföld, a kovasavanyos kali-olvadékból a kovasavanyt és a kalit mind elveszi, ellenben a gazdag korhanyos föld csak a kalit vonja el, a kovasavany az olvadékban marad. De ugyanazon gazdag korhanyos föld, mely a kovasavanyos kali-olvadékból semmi kovasavanyt föl nem vesz, felvevő sajátosságát azonnal viszszeri, ha közibe, mielőtt a kovasavanyval érintkezik, egy kevés égetett mész vegyítették; ezután a föld mind a kalit mind a kovasavanyt fölveszi, és megköti.

Ezen fontos kísérletből a mezeigazda, kinek gazdag korhanyos fekete földje, nedvesebb időjárás mellett, többnyire dült gabonát terem, elég világosan megértheti a rája nézve káros körülmény okát, melynek kikerülése a föld megmeszelésével tökéletesen elérhető.

Magyarország legkiterjedtebb rónáin, hol a fekete agyagos földben még jelenleg is gyakran az östermékenység magas fokára akadunk, de a mely épen a rendkívül sok korhany- és kevés mésztartalom miatt, nem vehet föl annyi kovasavanyt, mint mennyire a növénynek szüksége van, főként termékeny időjárás mellett, midőn a földben létező többi tápszerek gyorsabban működnek, gyakran dült gabonát és gyomot aratnak. Ezen gyakori és kellemetlen jelenetet kikerülni akarván, a mezei gazdák sokan, még azok is, kiknek a gazdászati hivatásuk és szakmájok, kik tehát azt nem a bérestől tanulták, hanem a kikerül föl lehet tenni, hogy a körül a nyers gyakorlaton kívül, még némi elméleti okulást is igyekeztek magoknak szerezni, azt tartják, hogy a gabona-megdülés legjobb orvossága, ha a földet rosszul művelik, ha minden gabonafélét csak egy és nagyon göröngyös szántásba vetnek, és ezen tévedés szerint cselekszenek is. Ezen nézet épen azon gazdák közt kapott lábra, kik más részről gyakran tapasztalhatják, hogy a rossz, göröngyös szántás, a gabonafélék megdülését, kedvező időjárás mellett, a rosszul művelt földben sem gátolja, hanem ezen kívül a termést még a gyom is többnyire elnyomja, vagy a

férgek milliárdjai pusztítják ki; szárazabb időjárással pedig a vetés vagy épen nem, vagy nagyon későn kel ki, és ha végre ki kel is, ismét nagyon könnyen kiszárad.

Ezen káros véleményre és eljárásra az elmélettel párosult tapasztalás azt mondja, hogy a földbe, melyben a gabonafélék, jó művellet mellett többnyire megdülnek, vagy nem kell gabonafélét vetni, vagy, a chemia útmutatása szerint, meg kell meszelni; mert a rossz földművelés mindig káros, és mint ilyent semmi megállható ok nem képes helyeselni.

A fentebbiekből következik, hogy a növények, miszerint élhessenek, növekedhessenek, és kifejlődésük legmagasabb fokát elérhessék, bizonyos föltételeket követelnek.

Ezen főbb föltételek :

1) A termékeny föld, mely azoknak, a természetekkel megegyező ásványféle tápszereket kellő mennyiségben és időben megadni képes legyen.

2) A porhanyó föld, mely a gyökerek szétterjedését, a lég és nedvesség befolyását minden irányban megengedje.

3) A jó földművelés, mely a megüledett, megkeményedett földet kellően felporhanyítja, a lég, melegség, nedvesség és gyökerek előtt felnyitja, jól összevegyíti, és a gyomtól lehetőleg jobban megtisztítja.

4) A lég és a benne levő tápszerek.

5) A szükséges meleg bizonyos fokig.

6) A nap sugarai.

7) A villanyosság.

8) Főként elegendő nedvesség, mely nélkül semmi élőlény, tehát a növények sem létezhetnek.

9) A föld termékenységének folytonos fentartása, mely a hasznos termelés nélkülözhetlen föltétele.

A mezeigazda feladata tehát, ki a gazdasági növények lehető legtökéletesebb termesztését maga elébe tűzte, az : hogy a növények természetét, szükségait ismerni tanulja, kellő tekintetbe vegye, és azokat a lehetőségig kielégítse; továbbá olyan növényeket termesztzen, melyeknek földje és a vidék egyaránt tökéletesen megfeleljen; s végre a termesztés eszközei közül azokat válassza, melyek azt legbiztosabban és legkevesebb költséggel előmozdítani képesek.

MAGYAR

AKADEMAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI,
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI
OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

II. KÖTET.

1860—1.

III. SZÁM.

KÜLÖNBÖZŐ FÉMBAROMETEREK ÖSSZE- HASONLÍTÁSA.

ÉRTEKEZIK

SZTOCZEK JÓZSEF.

1. A fémbarometerek kétféle szerkezetben fordulnak elő, nevezetesen mint *Vidi*-féle és mint *Bourdon*-féle barometerek. Amazok — a szerző szerint — különösen aneroidoknak, ezek pedig kiválólág fémbarometereknek neveztetnek. Első értekezésem e tárgyról, legnagyobb részt egy Bourdon-féle szerkezetű példányra vonatkozott, mely a budai politechnikum tulajdona; s csak mellesleg említém még azon rövid időre terjeszkedő vizsgálatok eredményét, melyek általam más ilynemű eszközökkel is tétettek. A jelen értekezés négy különböző fémbarometerrel tett újabb vizsgálataim és észleleteim eredményét terjeszti elő; rövidség okáért legyen a használt eszközök neve: *A*, *B*, *C* és *D*. Ezek közül *A* ugyanazon Bourdon-féle szerkezetű példány, melyre kiválólág vonatkozott első értekezésem. Ezen eszközre nézve tehát elégséges leend a régiebb eredményekkel szembesítve az újakat rö

viden kimutatni, vajjon egyeznek-e azok egymással? vagy miben és mennyiben térnek el egymástól?

A *B* eszköz szintén Bourdonféle szerkezetű, Szabó József úrtól kölcsönözött példány, melyről első értekezésemben már tettem említést, s néhány megjegyzést.

A *C* eszköz Vidi-féle szerkezetű, szintén Szabó József úrtól kölcsönözött példány, mely ez előtt még nem volt vizsgálat alá véve.

Végre a *D* példány Vidiféle aneroid, melyet közelebbről ismerni már azért is érdekes, mivel ismételve használtatott Bihar vidékén hegymagasságok mérésére.

Ezen eszközöket illetőleg jelen értekezésem tárgyát azon vizsgálataim eredményének előterjesztése teszi, melyeknek célja vala kipróbálni: *mennyiben különbözik különböző szerkezetű fémbármeterek magatartása a közönséges higanybármeter irányában?* feltéve, hogy az összehasonlítások

1. hosszú időközökre terjednek,
2. tetemes légnyomati változásoknál,
3. változó hőmérséknél tétetnek.

Az ily összehasonlítások nyomán nyerendő adatok kellő alapot fognak szolgáltatni azon további kérdés megfejtésére is, vajjon lehetséges-e különböző szerkezetű fémbármeterek adatait kielégítő pontossággal igélyesíteni? és melyik szerkezet kínálkozik a kettő közül bizonyos tekintetben több előnnyel a másik felett?

A Bourdon-féle A bármeterről.

2) A mi ezen eszköz menetének *hosszú időközök folytán* történő változását illeti, az — a mint első értekezésemben kimutattam — 1856. elejétől 1859. végeig folytonos *sietésben* állott, de évről-évre fogyatkozó gyorsulással, így p. o. 1856. folytán az évi sietés 0,88 vonalat, 1859-ben pedig csak 0,41 vonalat tön; ezenkívül az egyes években nem is oszlott egyenletesen a különböző hónapokra, hanem leginkább azon időszakra, melyben a nyári forróság után gyors hőmérséki fogyatkozás szokott beállni. Lássuk már most, mily kiterjedésben és irányban folytatta eszközünk ebbeli sietését a legközelebb lefolyt, t. i. az 1860. évben. Kitűnik ez a következő ki-

mutatásból, melyben különböző időtávlatoknak, de lehetőleg egyenlő hőmérséknek és légnyomásnak megfelelőleg, a fém- és higanybarometer egyidejű adatai közti z különbségek vannak egymás mellé állítva. *A mily irányban és viszonyban változtak különböző időszakokban e különbség gk, oly irányban és viszonyban történt a szóban forgó eszköz sietése is.*

I.

Folyó szám.	Észlelési idő 1860-ban	Hőmérsék	z	Sietés	Megfelelő időtávlat
1	Január 6	4,8 ^{R.}	2,06'''	+0,09'''	11 1/2 hó
	Dec. 18	4,6	2,17		
2	Mart. 7	4,6	2,12	+0,09	9 1/2 "
	Nov. 24	4,6	2,22		
3	Máj. 4	11,4	3,14	+0,08	5 "
	Octob. 9	11,4	3,22		
4	Máj. 19	16,5	3,69	+0,27	4 "
	Sept. 10	16,6	3,96		
5	Máj. 31	14,2	3,40	+0,37	3 1/2 "
	Sept. 18	14,0	3,77		

Az 1-ső fekkentes rovat tételeiből világosan kitűnik, hogy 1860. január és december havában a fém- és higanybarometer egyidejű adatai közti z különbségek csaknem egyenlők, az utóbbi csak 0,09 vonallal haladván meg az elsőt; ebből pedig önként következik, *hogy ez évben is sietett ugyan eszközünk, de évi sietésének egészes értéke az elkerülhetlen észlelési hibákat nem haladja meg.*

A 2- és 3-ik sorban kimutatott, ámbár jóval rövidebb időtávlatokra vonatkozó sietések, az előbbivel még mindig egyenlők, ellenben a 4- és 5-ik sorban felhozottak, — melyek még rövidebb időtávlatokra vonatkoznak — már tetemesen nagyobbak, s az észlelési hibákat minden esetre meghaladják; ebből azt kell következtetnünk, hogy a mutatkozó sietések keletkezésének és növekedésének ideje nem terjed ki az egész évre, hanem különösen a főnebbi kimutatás utolsó soraiban felhozott időszakra szorítkozik, nevezetesen a május és szeptember közti időszakra. De május, június, július és augusztus sem időhosszúság, sem hőmérséki változás tekintetében nem

szolgáltat alapot arra, hogy a nagyobbodott sietés oka bennök kerestessék; mert ugyanekkorra időhosszúság s hasonló hőmérséki változások, — nevezetesen a melegnek csekély ingadozással történő lassú növekedése, — az évnek megelőző részében nem okozott illetén sietést. Nincs tehát egyéb hátra, mint szeptemberben keresni adatokat a kérdéses tünetény magyarázására, mik e hónap hőmérséki viszonyai között csakugyan találhatók is; míg t. i. szeptember elején a hőmérsék 20 fokon túl emelkedett, ugyanaz néhány nap múlva már 16—14 fokra süllyedett. E gyors fogyatkozása a hőmérséknek okozta kétség kívül azon tünetényt, hogy szeptemberben fémbárometerünk állása a higanybárometeréhez képest tetemesen magasabb, mint — ugyanazon hőmérséknél — oly hónapokban, melyek a melegség ingadozásának kevésbbé vannak alávetve. Midőn t. i. a nyár folytán hosszabb ideig tartó magas hőmérsék augusztus vége felé, vagy szeptemberben gyors fogyatkozásnak indul, akkor a fémbárometer azon része, mely a mutató mozgását okozza, molekuláris helyezkedés tekintetében nem képes elég hamar alkalmazkodni az új hőmérséki viszonyokhoz; miért is rugalmas hajlékonyságának azon fokát, mely magasabb hőmérséknek vala megfelelő, részben megtartván, kellőnél magasabb állásokat eredményez. Később azonban, októberben, novemberben, ezen rendhagyás ismét kiegyenledik, — legalább nagyobb részt — úgy, hogy az egészletes évi sietésben annak csak bizonyos hányadrésze vehető észre.

Miután azonban hasonló okok mindig hasonló okozatokat vonnak magok után, azért kétséget nem szenved, hogy ily rendhagyások, kisebb nagyobb mértékben, az év folytán más-kor is előállnak, valahányszor a hőmérsék rövid idő alatt tetemes változást szenved; ahoz képest, a mint ez növekedésben vagy fogyatkozásban áll, a fémbárometer menete lassúdó vagy siető.

Az e §-ban mondottak rövid tartalma tehát az, *hogy az A fémbárometer 1860-ban is hű maradt azon tulajdonságához, melynél fogva menete évről-évre mindinkább eltért a higanybárometerétől, de folytonosan kisebbedő mértékben, úgyannyira, hogy az utolsó évben az egészletes évi eltérés csak 0,09 vonalat tőn, és ez is nem oszlott egyenletesen az egész évre, hanem —*

mint a többi években — főleg az augustus és september közti időszakra torlódott.

3) A mi a légnyomati változás befolyását illeti, eszközünk menetére, arra nézt csak azt jegyzem meg, hogy a fém- és higany-barometerrel tett számos összehasonlító észleleteimből bizton következtethetni, miszerint amannak menete, 1860 folytán, az érintett tekintetben észrevehető változást nem szenvedett, valamint tehát az előtt, úgy most is, — míg a légnyomás 340 vonalon alúl van, — igen megközelítőleg párhuzamosan jár a higanybarometerrel, a mint azonban a nyomás az érintettnél nagyobb, akkor igélyesítményre van szüksége, mi 346'''-ig 0,1.n-nel, azon túl pedig 350'''-ig 0,12.n-el fejezhető ki, megjegyezvén, hogy n a vonalak számát jelenti 340-en túl.

4) Lássuk még a hőmérsék befolyását. Ez 1855-től egész 1859-ig lassú változásnak volt kitéve; kezdetben ugyanis a hőigélyesítmény, vagyis az *egy* hőfokra vonatkozó melegokozta befolyás 0,13'', az utóbbi évben azonban már 0,14—0,15 vala. Az ily változásnak, kivált magas hőfokoknál, jelentékeny befolyása van a fémbarometer adatai igélyesítésének eredményére; miért is a hőigélyesítményi együtthatót előre meghatározni a végből, hogy az hosszabb idő, p. o. évek folytán alkalmazásba hozassék, mindenesetre tévesztett, mert az eredmény pontosságát kockáztató eljárás, melynél — ha különben jó az eszköz — sokkal czélszerűbb az, mely szerint az igélyesítendő adatok hosszú sora szakaszokra osztatik, és ezek mindegyikére külön-külön harároztatik meg a hőigélyesítményi együttható oly összehasonlító adatokból, melyek az illető szakaszt közvetlenül megelőző vagy követő időtájban valának gyűjtve.

Mindazonáltal, eszközünk tulajdonságai kipuhatolása tekintetéből érdekes leszen 1860-ra is több értékét a hőigélyesítményi együtthatónak kieszközölni, hogy azoknak az előbbiekkeli összehasonlításából a hőmérséki befolyás netaláni további változása kitűnjék.

Legyen e végre a fém- és a zerus fokra áttett higanybarometer adata közti különbség z , az uralkodó hőmérsék t .

Egy más alkalommal, mely az előbbtitől legfőlebb néhány héttel van távol, s melynél a légnyomás megközelítőleg ugyanaz

mint előbb, legyenek az említett mennyiségek *vesszős* betűkkel jelölve.

Vége a meghatározandó hőigélysítményi együttható legyen β , akkor :

$$\beta = \frac{z - z'}{t - t'} \quad 1)$$

Magok a szándékolt meghatározásra szolgáló észleletek, az 1860. év elejéről, közepéről, és végéről vannak véve, s következők :

a) Január 8-án és 23-án meleg és hideg szobában találatott :

$$z = 3,59''' \quad t = 14,2^\circ \text{R. és } z' = 1,92''' \quad t' = 2,4^\circ$$

$$\text{ezekből} \quad \beta = \frac{3,59 - 1,92}{14,2 - 2,4} = 0,141$$

b) Augustus 2-ről és 29-ről :

$$z = 3,73 \quad t = 16,6 \quad \text{és} \quad z' = 4,12 \quad t' = 19,5$$

tehát $\beta = 0,135$

c) Augustus 11-ről és szeptember 2-ről :

$$z = 4,05 \quad t = 18 \quad \text{és} \quad z' = 4,44 \quad t' = 20,6$$

következöleg $\beta = 0,150$

d) November 24-ről és december 25-ről :

$$z = 2,12 \quad t = 4,6 \quad \text{és} \quad z' = 1,48 \quad t' = 0$$

ezek szerint $\beta = 0,139$

e) November 17-ről és december 24-ről :

$$z = 2,23 \quad t = 5,4 \quad \text{és} \quad z' = 1,48 \quad t' = 0,4$$

következöleg $\beta = 0,150$

f) Végre 1861-ki januárban, hideg szobában, és az ablaktérben, zerus fokon alúli hőmérsékekre nyertett :

$$\text{hideg szobában } z = 1,41 \quad t = -1,0$$

$$\text{az ablaktérben } z' = 0,26 \quad t' = -9,2$$

$$\text{ezekből} \quad \beta = 0,14.$$

Összehasonlítván β -nak imént kimutatott értékeit azokkal, melyek 1859. évre nyertettek, azonnal észreveszszük, *hogy hőmérséki befolyás tekintetében a legközelebb lefolyt két év alatt eszközünk csaknem semmi változást sem szenvedett, β értéke valamint ezelőtt, úgy most is 0,14 és 0,15 között ingadozván.* Tehát nem csak az évi sietés, hanem a hőmérséki befolyás tekintetében is bizonyos megállapodás következett be, mi ha

tartós maradna, minden esetre nagy előnyére szolgálna a szóban forgó műszernek; azonban így is, a mint eddig mutatkozott, kétséget nem szenved, hogy számos esetben kielégítő pontossággal ($0,1''$ — $0,15$ vonalnyi pontossággal) használható, főleg ha az igélyesítendő adatok sorozata 2—3 hónapnál továbbra nem terjed. A mi magát az igélyesítési eljárást illeti, arra nézt az első értekezéseimre útalom az érdekelt olvasót.

A Bourdonféle B barometerről.

5) Erről kevés jó mondani-valóm van, ámbár igen sok tenni-valóra adott alkalmat. Szép eszköz, a legszebb a mit a maga nemében eddig láttam! egy pillanat reá elégséges, hogy birtoklására vágyat gerjeszsen az emberben; de mi haszna szép külsejének, ha azzal egyéb tulajdonságai nincsenek összehangzatban? Tartok tőle, hogy előbb-utóbb is a lomkamrába fog kerülni. De lássuk mégis közelebből azon tulajdonait, melyek által ily kíméletlen itéletet von magára.

Legnagyobb baja ezen eszköznek, *hogy menettörvénye idővel igen tetemesen változik, lezen kívül pedig a légnyomati változások iránt csekély érzékenységgel bír.*

1859-ben június közepétől szeptember elejéig, tehát $2\frac{1}{2}$ hónap alatt, sietése $8,4$ millimetre rúgott, mi egymagában már elégséges arra, hogy használatától az embert eljessze; ez okból nem is vettem akkorában tüzetesebb vizsgálat alá, hanem azon reményben, hogy majd később, — midőn sietését mérséklendette, — vizsgálatra alkalmasabb leend, visszaadtam tulajdonosának azon kéréssel, hogy — ha csak lehetséges — nyugalomban, s minden használat nélkül hagyná az eszközt, míg azt további vizsgálat végett ismét magamhoz venném, mi a legközelebb lefolyt év december havában meg is történt.

Tizenöt havi pihenése után a vele tett újabb vizsgálat eredménye íme a következő:

1859-ki szeptember 12-én, $17,2$ R. hőfoknál, találtatott $z=10,12$ m.m.

1860-ki december 26-án pedig, fűtött szobában szintén 17 R. foknál találtatott $z=16,64$ m.m. *E szerint 15 hónap alatt a sietés annyi mint $6,54$ m.m.*

Ez már sokkal csekélyebb annál, mely a megelőző év-

nek felelt meg, mindazonáltal még sem elég csekély, hogy az eszköz csak egy hó tartamára is legalább oly pontossággal legyen használható, mint az előbb említett műszer. Ha az egészsletes 15 havi sietés ezen időtávlatra egyenletesen osztódnék is el, azért az *egy* óra eső hányadrész mégis 0,43 millimitert tenne, következőleg — ha mindjárt felteszszük, hogy más gyenge oldala nincs az eszköznek, hogy érzékenysége kitűnő, hogy adatai a hőmérséki és légnyomási változatok tekintetében pontosan igényesíthetők, — az elkövethető hiba mégis körül belül két akkora leendene, mint az, mely az egyes osztályrészek nagyságánál fogva a közvetlen leolvasásból eredhet. Ámde az egészsletes sietés nem osztódik egyenletesen a megfelelő időre, hanem majd összerolódik, majd részben meg kiegyenlődik, változván ez vagy amaz értelemben ahoz képest, a mint a hőmérsék növekedő vagy fogyatkozó, a mint e növekedés vagy fogyatkozás nagyobb vagy kisebb, gyorsan vagy lassan bekövetkező, és tartama hosszabb vagy rövidebb időre terjedő; mind e körülményeket pedig folytonosan szemmel tartani, s azok szerint az ismert egészsletes túlkapásból kiméretezni azon részt, mely bizonyos időnek éppen megfelel, a gyakorlatban csaknem lehetetlen; és ha mindezekhez még hozzáteszem, hogy az eszköz inkább lomhának mint érzékenynek mondható, s hogy ez okból a hőmérséki és légnyomati változás befolyásának meghatározása is ingadozó, akkor könnyen belátható, miszerint lehetséges ugyan, hogy oly észleletek, melyek egy hónapnál hosszabb időre nem terjednek, néha alfünebb föltételezett 0,43 millimeternyi hibánál kevesebbel fognak terheltetni, de más részről egyszersmind fenmarad a még nagyobb hibák elkövetésének lehetősége is; és éppen e bizonytalanság az, mi e műszert egy fő kelléktől, a szabatoságtól fosztja meg.

Mindemellett azonban van még kilátás, miszerint ezen eszköz is, káros befolyású sietésének további mérséklése következtében, használhatóvá válandik; mi hogy annál nagyobb valószínűséggel bekövetkezzék, újrolag s pedig nagyobb adagban alkalmazásba hozandónak véltem azon orvosságot, mely egyszer már alkalmazva, úgy látszik, jó hatást gyakorolt.

Első értekezésem végén t. i. azon megjegyzést tettem,

miszerint nem lehetetlen, hogy saját eszközüm azon jó tulajdonsága, melynél fogva évi sietése igen csekély, s már csekély volt használatának első évében is, azon körülménynek tulajdonítandó, hogy — mielőtt tulajdonságai kipuhatolása végett vizsgálatokra alkalmaztatott volna — más ezéllől gyakran tétetvén ki tetemesen változtatott légnyomásnak, rövid idő alatt elérte abbeli moleculáris helyezkedésekre való képességét és hajlandóságát, mely az eszköz fémabroncsa rugalmasságának kellő állandóságot, tartós egyenletességet kölcsönöz.

A *B* fémbarometer 1859. végén, nevezetesen decemberben, szintén ki volt téve többször mesterségesen előidézett tetemes légnyomati változásoknak; s íme a reá következő évben sietése körülbelül nyolcszor kisebb lön, mint azelőtt. Nem akarom magamat illusióban ringatni, s azért nem is állítom, hogy e kedvező fordulat csakugyan az alkalmazásba hozott eljárásnak eredménye, lehetséges hogy ez annélkül is bekövetkezett volna; állításom csak az említett eljárás czélszerűségének valószínűsége mellett küzd.

1860-ki decemberben ismételtem e próbát, s pedig sokkal nagyobb mértékben mint azelőtt; bura alá helyezvén t. i. az eszközt, abban a levegőt mintegy 80 millimetryni feszély-fogyatkozásra megritkítám, s e jelentékeny légnyomati változás tartamát egyszer 3, s egy más esetben 4 napra terjesztém ki. Ha mindemellett eszközünk a jövő évig ismét nagy előrekapást tanúsítana, akkor legalább annyi tisztában volna, hogy e bajon az érintett úton nem lehet segíteni.

6) *A légnyomati változásnak a fémbarométerek menetére való befolyása* kiderül, ha azok, és egy jó higanybarometer együtt és egyszerre, légszivattyúval fokozatosan változtatott nyomásnak tétetnek ki, s adataik egymással összehasonlíttatnak. Ily úton találtatott 1859. december havában, hogy midőn a valódi nyomás 752,77 millimetryről 709,41-re, tehát egészben 43,36 millimetryrel leebb szállt, akkor a *B* fémbarometer csak 40,23 millimetrynyi nyomat-változást mutatott, adata tehát kisebbedett nyomás esetében kellőnél magasabb volt, az átlagosan számított hiba minden 10 millimetrynyi nyomat-fogyatkozásra (—0,72) millimetryt tevén.

1860-ki december végén, a valódi nyomás 751,52 m.m.-ről 702,19-re szállíttatván, s így egészben 50,33 millimeterrel kisebbítettén, a kérdéses fémbarometer állása csak 46,87 millimeterrel esett, a hiba tehát 3,46 millimeter volt, mi átlagos számítással, tíz tíz millimeterre 0,68-at teszen. Ezt az előbbivel összehasonlítván, azt tapasztaljuk, hogy a kettő között a különbség igen csekély; miért is bátran állíthatni, hogy a nyomat-változás befolyása tekintetében eszközünk, egy év folytán figyelemre méltó változást nem szenvedett.

Azonban hogy e befolyás, az észleleti adatok igélysítésénél számba vétethessék, nem elégséges annak bizonyos határookra szorítókozó egészszetes értékét ismerni, hanem egyszerűsmind szükséges tudni, mikép oszlik ez fel a választott határok között?

Mielőtt az idevágó kísérleti eredményeket előterjeszteném, szükségesnek tartom a következőket megemlíteni: Miután a bura alá helyezettett a fémbarometer, és a higanybarometer is kellő közlekedésbe hozatott a légszivattyúval, különös gond lőn arra fordítva, hogy a légmentes elzárás, a használtatni szándékoltt legnagyobb légritkításnál is, mindenütt teljesen biztos legyen. A barometerek mozdulatlan állása e tekintetben minden kétséget és aggodalmat elhárított. A nyomás fokozatos változtatása kétféleképp történt: némely kísérleteknél időről-időre bekövetkezett légritkítás által, másoknál viszont az előlegesen ritkított légnek fokozatos sűrítése által. A leolvasások az egyes nyomat-változások után körülbelül tíz percz múlva történtek. Végre, hogy kitűnjék, vajjon ugyanazon hőmérséknél, de különböző nyomások visszaállításánál, egyenlően különbözik-e mindig a fémbarometer állása a higanybarometerétől? következőleg, lehet-e ezen különbségekből a nyomat-változás miatt szükségelt igélysítményt kellő pontossággal meghatározni? hogy mondom ez kitűnjék, a kísérletek ismétlése alkalmával a nyomat-változtatások akkép valának intézve, hogy azok, nagyság tekintetében, egymásnak lehetőleg megfeleljenek; ha tehát az egyik kísérletnél azon nyomások, melyekkel a fémbarometer megfelelő állásai összehasonlítottak, 750 740 730 m.m. voltak, akkor a kísérlet ismétlésekor is ugyane nyomásoknál történt az összehasonlítás.

Az első, ily módon végrehajtott kísérletek megfelelő eredményeiben kevés összhangzatosság mutatkozott; voltak esetek, melyekben ugyazon körülményeknél a fém- és higanybarometer egyidejű adatainak különbségeiben 0,8 millimeterig terjedő eltérések is találtak, holott azoknak megközelítőleg állandóknak kellett volna maradniok.

E nagy eltérések oka másban nem vala kereshető, mint vagy az eszköz szabatossága hiányában, vagy azon körülményben, hogy a beállítások után a leolvasások igen rövid idő múlva történvén, a fémabroncs, és ezzel a mutató még nem jutottak azon helyezkedésbe, mely az uralkodó nyomásnak éppen megfelelt. Hosszabbra vettem tehát a beállítás és a leolvasás közti időt, úgy hogy az közel egy egész órát tön. Mily eredménnyel? az a következő összeállításból fog kitünni. Ebben H_0 és F a higany- és fémbarometer megfelelő állását, K a köztük levő különbséget, $K. K.$ pedig a különbségek különbségét jelenti: Két-két, egymás után következő sornak tételei megközelítőleg egyenlő] nyomásra vonatkoznak, miért is ezekben, ha különben az eszköz elég szabatos, a K különbségeknek egyenlőknek, $K. K.$ tartalmának pedig zerusnak kellene lennie.

II.

H_0	$F.$	$K.$	$K. K.$
743,75	755,84	12,09	0,31
743,58	755,98	12,40	
739,69	752,12	12,43	0,00
739,90	752,33	12,43	
728,34	742,23	13,89	0,01
728,92	742,80	13,88	
713,86	728,03	14,17	0,02
713,90	728,18	14,15	
691,90	708,34	16,54	0,30
691,64	707,88	16,24	

Egy tekintet az utolsó rovat tartalmára mutatja, hogy az előbb érintett nagyobb eltérések oka, csakugyan a beállítás és leolvasás közti rövid időközben feküdt. Az itt kimutatott eltérések legnagyobbika is, t. i. 0,31 m.m. azon hibákhoz képest,

melyek más okokból keletkezhetnek, még eltűrhető mennyiségnek tekinthető.

Az imént felhozott kísérleti adatokból — meg bővítvén azokat még egy párral — könnyen lehet egy táblát összeállítani, melynek segítségével az észleleteknek légnyomati változásokozta hibái kiküszöbölhetők; minthogy azonban az ily tábla egyedül a szóban forgó eszköznél levén használható, közérdekkel nem bír, azért annak teljes összeállítását mellőzvé, e helyen az összehasonlító vizsgálatnak csak közvetlen s végleges eredményeit terjesztem elő; részint hogy kitűnjék, mennyiben tér el — változott nyomásnál — eszközünk menete a higanybarometerétől, és aránylagos-e ezen eltérés a nyomat-változással; részint pedig, hogy egy netalán később végre hajtandó ilyenmű vizsgálat eredményei összehasonlíthatók legyenek az itt följegyzettekkel.

III.

H ₀	F.	K.	egészletes	részletes
			eltérések	
752,52 ^{mm.}	764,05 ^{mm.}	11,53 ^{mm.}	0,00 ^{mm.}	0,048
748,56	760,28	11,72	0,19	0,069
743,70	755,75	12,05	0,52	0,100
739,90	752,33	12,43	0,90	0,127
728,34	742,23	13,89	2,36	0,019
713,86	728,03	14,17	2,64	0,070
702,19	717,18	14,99	3,46	0,119
691,64	707,88	16,24	4,71	

E kimutatás három első rovata czímének jelentése ugyanaz, mint II-ben; a negyedik rovat tételei az által keletkeztek, hogy a harmadik rovat első tételéből rendre kivonattak az utána következők, jelentésök pedig az: hogy mennyivel áll a fémbarometer kellőnél magasabban, ha a *valódi nyomás* 752 millimeternél kisebb, nevezetesen akkora, mint az első rovat tartalma jelezzi. Az *egészletes eltérések* tehát a légnyomati igényesítményeket jelentik, és a fémbarometer megfelelő adataiból *kivonandók*. Végre az utolsó rovat tételei az egészletes eltérések azon hányadrészeit teszik, melyek *egy* millimeternyi

nyomat-változásnak felelnek meg, ha az uralkodó nyomás azon határok közé esik, melyeket az első rovat két-két mellettes tételei képeznek.

Az *egészletes eltérésekből* látható, hogy a *B* fémbárometer menete a higanybárometerével nem csak nem párhuzamos, sőt inkább ettől annál többet eltér, minél kisebb a nyomás; ezen eltérések növekedése azonban a nyomás kisebbbedésével nem aránylagos, mert — amint az utólsó rovatból látható — az *egy* millimetryi nyomat-változásnak megfelelő eltérés nem *állandó*, hanem majd nagyobb, majd kisebb.

A mi ezen légnyomati igélysítmények számbavételének módját illeti, az később — midőn a hőigélysítmény meghatározásáról is szólandottam — fog néhány példában megmagyaráztatni.

7) A meleg befolyása a *B* fémbárometer állására, *egy* hőfoknyi változásnak megfelelőleg, 1859-ben 0,28 millimetert tön. Lássuk, történt-e azóta mostanáig észrevehető változás a befolyás nagyságában?

Megtartván a főnebbi 1-ső képletben használt betűk jelentéseit, adataink a kitűzött kérdés megfajtására a következők:

a) 1860-ki december végén találtatott $z=11,49$ $t=1,6$
 1861-ki január elején $z'=10,39$ $t'=-2,0$

Ezeknél fogva $\beta = \frac{11,49-10,39}{1,6+2,0} = 0,30$.

b) 1861-ki január közepén $z=10,16$ $t=-2,8$
 „ február elején $z'=12,30$ $t'=4$
 következőleg $\beta=0,31$.

c) Ugyanez időtájban, meleg és hideg szobában tett észleletek nyomán nyeretett $z=15,70$ $t=15,80$
 és $z'=10,54$ $t=-0,8$
 következőleg $\beta=0,31$.

Ezen adatok tehát, melyek a két első esetben csak alacsony, az utóbbiban pedig részint alacsony, részint középserű hőmérsékre vonatkoznak, β -ra igen megközelítőleg egyenlő értékeket szolgáltatnak, ezzel azt tanúsítván, hogy 16 R. fokig a melegokozta befolyás egy egy hőfokra nézve egyenlő. Minthogy azonban β -nak imént kihozott értéke a régiebbnél 0,025 milliméterrel

nagyobb, látható továbbá az is, hogy eszközünk e tekintetben is, még pedig figyelemre méltó változást szenvedett.

8) Kipuhatolván e szerint azon befolyásokat, melyeket nyomozni a vizsgáló hatalmában áll, megkísérlém végre, vajjon azok figyelembe vételével lehet-e ezen eszköz adatait kielégítő összhangzásba hozni a higanybarometerével?

Ha a fémbarometer adataiból kivonjuk a légnyomati és hőmérséki változás befolyását, és felteszszük, hogy az eszköz, legalább néhány hét folytán, nincsen alávétve egyéb, figyelembe nem vehető rendhagyásoknak: akkor az érintett úton nyert *maradék* csak a valódi légnyomást, meg bizonyos *eltérést* foglalhat magában, mely utóbbi, részint a kezdeti beállításnak, részint a többször említett sietésnek eredménye; kivonván még tehát ama *maradékból* a megfelelő valódi légnyomást, vagyis a higanybarometernek zérus hőfokra áttett adatát, különbségül az említett eltérést nyerjük, minek, legalább néhány hétre terjedő észleleteknél, megközelítőleg *állandó* mennyiségnek kell lennie; ha nem az, akkor az eszköz pontos vizsgálatok tételére nem alkalmas.

1861-diki január 1-én a következő észleleti adatok nyertettek:

A hőmérsék $t=0^0$, a fémbarometer állása $F=752,33$ mm., a higanybarometer áttett adata $H_0=740,80$ mm.; ámde III. szerint, 740,80 millimetryi valódi nyomásnál, a fémbarometer légnyomati igéyesítménye 1,74; a hőigéyesítmény semmi. Következöleg a fémbarometer igéyesített adata $F_0=752,33-1,74=750,59$; ennél fogva ez idő táján az eltérés: $F_0-H_0=750,59-740,80=9,79$ mm.

Január 4-én: $t=-2,2$ $F=758,80$, $H_0=748,44$.

Tehát III. szerint, a légnyomati igéyesítmény 1,12; a hőmérséki igéyesítmény $=-2,2 \times 0,31 = -0,68$; következöleg $F_0=758,80-1,12+0,68=758,36$; s így:

$$F_0-H_0=758,36-748,44=9,92 \text{ mm.}$$

Hasonló módon találtatott még:

Január 9-én, $t=-0,8$, $F=766,60$, $H_0=755,82$; ezekből pedig következik: $F_0-H_0=766,30-755,82=10,48$ mm.

Január 31-én: $t=2,6$, $F=771,50$, $H_0=760,00$; és

$$F_0-H_0=10,69.$$

Február 2-án: $t=4,0$, $F=765,60$, $H_0=752,69$; és

$$F_0 - H_0 = 10,44.$$

Ezen eredményekből már látható, hogy az $F_0 - H_0$ különbségek *egy* hónap folytán sem maradnak állandók, hanem — általában növekedve — szembeszökőleg változnak; mint-hogy pedig e változás, ily rövid idő alatt is 0,8 milliméterre rúghat, azért habozás nélkül állíthatni, *hogy jelenleg a B fémbarometer, mint mérőszér, nem használható.*

Oka pedig e pontatlanságnak, részint az eszköz rendetlen sietésében, részint pedig lomhaságában keresendő. Ezen utóbbi rossz tulajdonsága kitűnik már abból, hogy a nyomásnak mesterséges változtatásánál mutatója csak lassan — mintegy mászva — megy előre vagy hátra, holott a többi eszköznél az ily menet gyorsan történik. Minden barometert, legyen az fém- vagy higanybarometer, szükséges — az észlelés előtt — gyengén megütögetni, hogy a súrlódásnak ily úton lett legyőzése után, állása jobban alkalmazkodhassék az uralkodó légnyomáshoz; de a szóban forgó műszernél gyenge ütögetés nem használ semmit, a lomhának erősebb rázás kell, hogy a nyomat-változást kövesse, ekkor pedig megtörténik, hogy jobbra vagy balra a kellőnél többet is halad.

A C Aneroidról.

9. Ez minden társa felett kitűnik azon jó tulajdonságban, hogy menetének évi változása igen csekély, csekélyebb mint volt ebbeli vizsgálataim első évében a dicsérve említett A fémbarometernél. Szolgáljon állításom kimutatására a következő összehasonlítás, melyben az eddig követett mód szerint, ismét különböző időtávlatoknak, de lehetőleg egyenlő hőmérséknek és légnyomásnak megfelelőleg vannak ezen aneroid és a higanybarometer egyidejű adatainak különbségei egymás mellé állítva. A hőmérsékek és légnyomások, — két-két összehasonlítható adatra vonatkozólag, — többé-kevésbé különböznek ugyan egymástól, de jobban összevágók nem találtattak észleleteim gyűjteményében; e körülmény azonban a czélba vett kimutató pontosságára csekély befolyással leend, mert — amint alább ki fog tűnni — ezen eszköz meglehetősen érzéketlen a meleg iránt.

IV.

Észlelési idő 1860.	Hőmér- sék	H ₀ Higany- barometer	A Aneroid	Különb- ség A—H ₀	időtávlat
Január 26.	3,4 R.	740,49	741,20	0,71	11 hónap
Decemb. 21.	2,6	740,61	742,00	1,39	
Ápril 29.	11,0	744,04	744,60	0,54	5½ "
October 11.	10,7	744,58	745,33	0,75	
Május 25.	17,5	745,74	745,80	0,06	3½ "
Sept. 10.	16,6	747,08	747,20	0,12	
Július 4.	17,4	747,25	747,12	—0,13	2 "
Sept. 10.	16,6	747,08	747,20	+0,12	

Áttekintvén a különbségeket, és ezek közül kettőt-kettőt, — melyek t. i. megközelítőleg egyenlő hőmérséknek és nyomásnak felelnek meg, — egymással összehasonlítván, azonnal észreveszszük, hogy hosszú idő folytán ezen eszköz is siet ugyan, de csak keveset, 11 hónap alatt mintegy 0,68 millimétert; rövidebb, nevezetesen öt, három, két havi időtávlatokra a sietések már oly csekélyek, hogy azok mennyileges értéke más hibák egyvelegéből tisztán már ki sem vehető; innét van, hogy az 5½ hónapra vonatkozó adatok csak oly sietést tanúsítanak, mint a 2 hónapra vonatkozók, ellenben jóval nagyobb, mint a 3½ hónapra terjedők.

Hogy azonban az egészszetes sietés az egyes hónapokra nem oszlik el aránylagosan, sőt hogy az eszköz bizonyos időszakokban nem is siet, hanem hátramarad, az legvilágosabban ki fog tűnni, az idegen befolyásoktól megtisztított észleleteknek alább közlendő sorozatából. E helyen csak a sietést és ennek csekélységét akartuk kimutatni általában.

10) *A légnyomati változás befolyásának meghatározása* tökéletesen azon módon és azon körülmények között történt, mint az előbbi eszköznél; nem szükséges tehát, hogy az e tekintetben követett eljárást újra fölemlítsem; átmegyek inkább mindjárt a kísérletek eredménye előterjesztésére. Változó légnyomásnál a kérdéses aneroid is olyatén magatartást tanúsít, mint a többi fémbarometer, ahhoz képest t. i. a mint a nyomás kisebbedik vagy nagyobbodik, menete mindig lassú vagy

siető, úgy hogy adatai a kellőnél rendszeren valamivel nagyobbak. Ezenkívül ebbeli eltérése nem is aránylagos a nyomat-változással, hanem minden szabályszerű viszony nélkül, hol növekedő, hol fogyatkozó. Határozottan kitűnik ez a következő táblából, mely különböző nyomásoknál, 760 millimetertől 671-ig, a *C* aneroid adatainak igélysítményét, vagyis azon számokat foglalja magában, melyekkel a közvetlen leolvasás eredménye *kisebbitendő*, hogy az a nyomat-változásból eredő hibától megtisztíttassék. Az összehasonlítás kiindulási pontjául 760 millimetryi nyomás vetetvén fel, világos, hogy annál az aneroid adatának igélysítménye zerus.

V.

Tábla a *C* aneroid adatainak nyomat-változás tekintetében megkívántató igélysítmésére.

[Az aneroid adatai a beállítási hibától már megtisztítvák, s az igélysítmények azokból kivonandók.]

Adat	Igélysítmény	Adat	Igélysítmény	Adat	Igélysítmény	Adat	Igélysítmény
760	0 00	737	1 71	714	3 05	691	3 90
759	0 03	736	1 80	713	3 07	690	3 96
758	0 06	735	1 89	712	3 09	689	4 02
757	0 09	734	1 99	711	3 11	688	4 08
756	0 12	733	2 08	710	3 13	687	4 14
755	0 15	732	2 17	709	3 15	686	4 16
754	0 18	731	2 26	708	3 17	685	4 18
753	0 21	730	2 34	707	3 19	684	4 20
752	0 24	729	2 39	706	3 23	683	4 22
751	0 27	728	2 44	705	3 27	682	4 24
750	0 35	727	2 49	704	3 31	681	4 26
749	0 45	726	2 54	703	3 35	680	4 28
748	0 55	725	2 59	702	3 39	679	4 30
747	0 65	724	2 64	701	3 43	678	4 32
746	0 75	723	2 69	700	3 47	677	4 34
745	0 85	722	2 74	699	3 51	676	4 36
744	0 95	721	2 79	698	3 55	675	4 72
743	1 05	720	2 84	697	3 59	674	4 78
742	1 15	719	2 89	696	3 63	673	4 84
741	1 25	718	2 94	695	3 66	672	4 90
740	1 35	717	2 99	694	3 72	671	4 96
739	1 47	716	3 01	693	3 78		
738	1 59	715	3 03	692	3 84		

E tábla használatát illetőleg megjegyzendő, miszerint az abban felhozott igényesítmények *az aneroidnak oly adataira vonatkoznak, melyek a kezdeti beállításból, vagy ennek idővel történő változásából, és a hőmérsék befolyásából eredő hibáktól már megtisztítvák.* A közvetlenül leolvasott adatok, épen azért, mivel az imént említett körülményeknél fogva, *ugyanazon légnyomásnál is* különbözök, nem lehetnek irányadók a kellő igényesítmény megválasztásában.

A hőmérséki változás befolyását illetőleg a tudnivalók később fognak megemlíttetni, midőn t. i. e befolyás számértéke meghatározásáról leend szó.

A mi pedig az idő folytával történő sietésből credő, vagyis a *beállítási* hibát illeti, annak számértékét megtudjuk, ha azon időtájban, midőn az aneroidot légnyomási adatok gyűjtésére használni akarjuk, azt mindenekelőtt a higanybarometerrel összehasonlítjuk. Legyen p. o. — zérus hőmérséket téve fel — az aneroid állása $A=731,80$, a higanybarometeré $H_0=730,40$ m.m.; akkor e különbség: $A-H_0=731,80-730,40=1,40$ magában foglalja az aneroid *beállítási hibáját*, meg azt, melyet a nyomásnak 760 millimetertől 730,40-ig lett *alábbszállása* maga után von. *Kivonván tehát ama különbségből az utóbbi hibát, maradékul a keresett beállítási hibát nyerevendjük.*

Minthogy azonban az V-dik táblában a nyomatváltozásra vonatkozó igényesítmények megválasztása, az *aneroidnak a beállítási hibától már megtisztított adata* ismeretét tételezi fel, ez pedig a mi esetünkben még ismeretlen, azért az említett kivonást nem hajthatjuk közvetlenül végre, hanem egy kis kerüléssel kell kitűzött célunkhoz közeledni.

Kikeressük t. i. az V-dik táblából előbb azon igényesítményt, mely a *higanybarometer* állásának felel meg; ez 730,40 m.m. levén, a megfelelő igényesítmény annyi mint 2,30; következőleg: $1,40-2,30=-0,90$ a keresett beállítási hibának első megközelítő értéke; vonjuk most ezt ki az *aneroid közvetlen* adataiból ($731,80+0,90=732,70$), és a maradékkal keressük újra az igényesítményt (732,70-nek megfelelő 2,22), akkor ez utóbbit 1,40-ből kivonván, már igen megkö-

zelítőleg nyercendjük a beállítási hibát, ez tehát : $1,40 - 2,22 = -0,82$; azaz, a föltételezett időben ennyivel volt — a meleg és a nyomat-változás befolyása nélkül — az aneroid állása *kisebb*, mint a higanybarometeré.

Ki levén e szerint bizonyos időtájra a beállítási hiba esz-közölve, más adatok, melyek az aneroiddal néhány héttel vagy hónappal később gyűjtettek, — nyomat-változás tekintetében — következőleg igélyesíthetők :

Legyen $A = 752,38$ m.m. Kivonván ebből a beállítási hibát, lesz az aneroidnak attól megtisztított adata $= 752,38 + 0,82 = 753,20$; ennek az V-ik táblában megfelel $0,19$, következőleg $753,20 - 0,19 = 753,01$ teszi a nyomat-változás tekintetében is igélyesített adatot.

11). *A hőmérséki változás befolyásának meghatározása*, a már többször említett módon, megkísértetett ugyan, de kielégítő siker nélkül; a nyert eredmények ugyanis, ugyanazon körülményeknél, nem csak nem vágnak össze, sőt inkább gyakran egymásnak ellentmondanak. *Bizonyosnak* csak annyit mondhatni, hogy a meleg csak csekély befolyással bír ezen eszköz menetére; és e körülményben fekszik kétségkívül oka is a szándékolt meghatározás sikertelenségének : azon hibák t. i., melyek egyéb okokból, ú. m. az észlelés hiányosságából, s az eszköz nem elég szabatos menetéből, származnak, a meleg-okozta befolyáshoz képest nagyobbak, hogysem melletük amaz tisztán kitűnhetnék.

Valószínű továbbá, hogy különböző hőfokoknál a meleg befolyása ugyanannak változásával nem is aránylagos, hanem majd kisebb, majd nagyobb, és más, midőn a hőmérsék nagyobbodik, más midőn fogyatkozik. De szerencsére e rendtelenségek, épen nyáron, — midőn az eszköz gyakrabban szokott használtatni, — kisebb mértékben mutatkoznak, mint máskor; úgy, hogy május közepétől szeptember végéig, összehasonlító észleleteimen, alig vehető észre a hőmérséki befolyás ingadozása. *Legcélszerűbb lesz tehát ezen eszköz adatait a hőmérséki befolyás minden figyelembe vétele nélkül használni.*

12). Megvizsgálván e szerint a C aneroidot mindazon

tekintetekben, melyek annak használatásakor figyelembe vett igényelnek, hátra van még, hogy a vele gyűjtött adatokat az idegen befolyásoktól kitelhetőleg megtisztítván, s a higanybarometerével összehasonlítván, kimutassam a szabatosság azon határát, melynek elérése ezen eszköz használatánál remélhető.

E czélra az alább következő kimutatás szolgál, melynek utolsóelőtti rovatában az aneroidnak már igélyesített adatai, az utolsóban pedig azon különbségek foglaltatnak, melyekkel az a higanybarometertől eltér.

A mi az igélyesítésben követett módot illeti, az a 10-ik §-ban már előadatott; elég tehát röviden megemlíteni, hogy a kimutatásnak május 19-ére vonatkozó adataiból határozott meg az eszköz *beállítási hibája*, és számértéke 0,55 millimeternek találtatott. Ez tehát, meg az V-ik táblában foglalt *nyomat-változási igélyesítmények*, rendre kivonattak az aneroid adataiból, (a hőmérséki változás, a főnebb előterjesztett okoknál fogva, nem vétetvén figyelembe).

E szerint — hogy az eljárást legalább egy példában is megmutassuk — az aneroidnak május 25-ére szóló adata következőleg igélyesítettetett :

$$A = 745,80 \text{ m.m.}$$

ebből kivonván a beállítási hibát $(-0,55)$

$$\text{lesz } A' = 746,35$$

ebből pedig (az V-dik tábla szerint) a megfelelő légnyomati igélyesítményt (mi 0,72), lesz

$$A_0 = 746,35 - 0,72 = 745,63.$$

VI.

Észleletek 1860-ról.

Észlelési idő	Hőmérs.	H ₀ Higany- bar.	A Aneroid	H ₀ —A	A ₀	H ₀ —A ₀
Május 25	17·55 ^{OR}	745·74	745·80	—0·06	745·63	+0·11
„ 28	15·6	742·05	742·45	—0·40	741·95	+0·10
„ 31	14·2	744·05	744·20	—0·15	743·87	+0·18
Június 1	13·6	743·44	743·85	—0·41	743·38	+0·06

Észlelési idő	Hőmérs.	H ₀ Higany- bar.	A Aneroid	$\frac{e}{H_0 - A.}$	A ₀	$\frac{g}{H_0 - A_0}$
Június 4	14·8	743·96	744 33	—0·37	744·06	—0·10
„ 11	16·8	741·76	742·45	—0·69	741·95	—0·19
„ 14	17·4	743·61	744·20	—0·59	743 93	—0 32
„ 18	17·6	740·17	740·80	—0 63	740·13	+0·04
„ 25	18·8	746·99	746·80	+0·19	746·73	+0·26
„ 27	19	746 96	746·80	+0·16	746·73	+0·23
Július 1	17·2	745·87	745·70	+0·17	745·53	+0·34
„ 3	17·7	750·12	749·66	+0·46	749·88	+0·24
„ 4	17·4	747·25	747·12	+0·13	747·09	+0·16
„ 12	16	740 01	740·85	—0·84	740·13	—0·12
„ 16	17·2	747·20	747·20	0 00	747·17	+0 03
„ 25	17·8	740·49	741·12	—0·63	740·48	+0·01
„ 30	17·2	740·04	740·80	—0 76	740·13	—0 09
Aug. 2	16·6	747·37	747·33	+0·04	747·36	+0·01
„ 7	17·4	744·11	744·40	—0·29	744·05	+0·06
„ 11	18	745·47	745·80	—0·33	745·63	—0·16
„ 18	19·2	745·63	745·90	—0·27	745·75	—0·12
„ 29	19·45	743·90	744·25	—0·35	743·97	—0·07
Sept. 1	20·2	745·24	745 40	—0·16	745·15	+0·09
„ 2	20·6	744·98	745·20	—0·22	744·92	+0 06
„ 3	20·6	748·66	748·60	+0·06	748·71	—0·05
„ 6	17·9	748·85	748·65	+0·20	748·77	+0 08
„ 10	16·6	747·08	747·20	—0·12	747·17	—0·09
„ 15	14·4	750·20	750·10	+0·10	750·30	—0·10
„ 18	14	748·47	748·50	—0·03	748·60	—0·13

Mielőtt az aneroid adatainak igélysítését tovább folytatnók, vessünk az eddig nyert eredményekre egy futó pillanatot.

Vizsgáljuk először is át az *e* rovatot, melyben az aneroid *közvetlen*, és a higanybarometer igélysített adatai közti *különbségek* foglaltatnak. Ezeknek egymás között egyenlőknek kellene lenniök, ha sem a hőmérsék, sem a nyomás változása, sem végre az idő hossza nem bírnának befolyással az aneroid menet-törvényére. Ámde egy tekintet rájuk már mutatja, hogy azok igen jelentékenyen eltérnek egymástól, az eltérés néha *egy* millimetert is megközelítvén; e körülményből tehát — ha a megelőző vizsgálatok nem is tanúsítanak —

azt kell következtetnünk, hogy az előbb említett tényezők közül egyik vagy másik, vagy együttesen annyira befolylnak eszközünk menetére, hogy az — e befolyás kiküszöbölése nélkül — mint mérőszersz, teljességgel nem használható.

De nézzük a *g* rovatot, mely az aneroid és a higanybarometer *igélyesített* adatainak *különbségét* tartalmazza. Itt, dacára az idő hosszának, mi négy egész hónapra terjed, dacára a hőmérsék és a nyomás jelentékeny változásának, a *különbségek* között már meglehetősen összhangzást tapasztalunk, úgy, hogy eltérések *zérustól*, csak ritkán közeledik 0,3 millimeterhez, legtöbb esetben jóval kisebb levén. E kedvező eredmény tehát újra bizonyítékot szolgáltat a végre, hogy ezen eszköz menettörvénye csakugyan keveset változik időfolytával, hogy a meleg változása iránt érzéketlen, és hogy a légnyomat változásából eredő eltérései légszivattyú segélyével kieszközölhetők, és elég pontosan ki is eszközöltettek.

Ezeknél fogva állíthatni, hogy a C aneroid, az egész nyár folytán, a hőmérséki változások figyelembe vétele nélkül, némely célokra jó sikerrel használható, az észleletekben mutatkozó hibák többnyire kisebbek levén 0,3 millimeternél.

13). Az észleletek sorát, az előbbi kimutatásban, azért szakasztottuk meg, mert september vége felé, a hőmérsék gyors fogyatkozásánál, az aneroid menettörvénye — valamint minden eddig általam vizsgált fémbarmeteré — tetemesen változik, úgy annyira, hogy a főnebb alkalmazásba hozott *beállítási hiba* további számbavétele útján, az adatok már nem igélyesíthetők kielégítő pontossággal. Szükséges tehát, hogy a későbbi észleletekre újra meghatározassék a beállítási hiba.

October 3-kán volt az aneroid állása 752,00 m.m. a higanybarometeré 751,85.

Ezekből, meg az V-ik tábla segélyével, a 10-ik §-ban előadott mód szerint, a beállítási hiba számértéke annyi mint : (—0,07). Ez tehát, meg az említett táblából megfelelőleg kivett nyomat-igélyesítmények, rendre kivonattak ismét az aneroidnak december végéig terjedő közvetlen adataiból. Mily eredménnyel? azt a következő kimutatás mutatja.

VII.

Az 1860-ki észleletek folytatása.

Észlelési idő	Hőmérs.	H ₀ Higany- bar.	A Aneroid	$\frac{e}{H_0 - A}$	A ₀	$\frac{g}{H_0 - A_0}$
Octob. 9	11·4	746·67	747·33	—0·66	746·79	—0·12
„ 10	10·6	736·51	738·10	—1·59	736·59	—0·08
„ 11	10·7	744·58	745·33	—0·75	744·56	+0·02
„ 16	8·6	751·11	751·33	—0·22	751·16	—0·05
„ 19	8·6	749·49	749·80	—0·31	749·50	—0·01
„ 23	9·7	757·46	757·33	+0·13	757·34	+0·12
„ 29	7·6	757·43	757·45	—0·02	757·46	—0·03
Novem. 3	5·7	752·03	752·10	—0·07	751·97	+0·06
„ 10	4·7	748·08	748·66	—0·58	748·25	+0·17
„ 17	5·4	745·63	746·50	—0·87	745·87	—0·24
„ 24	4·6	744·70	745·66	—0·96	744·95	—0·25
Decem. 4	5·05	748·13	748·65	—0·52	748·24	—0·11
„ 18	4·6	736·51	738·40	—1·89	736·94	—0·43
„ 21	2·6	740·61	742·00	—1·39	740·92	—0·31
„ 24	0·4	744·24	745·00	—0·76	744·22	+0·02
„ 25	0·0	742·00	743·15	—1·15	742·20	—0·20

Áttekintvén az e rovatot, azonnal észreveszszük, hogy az őszi és téli időszakban is az aneroid és a higanybarometer adatainak *különbségei* nagyon eltérnek egymástól; az aneroid tehát, — adatainak minden igélycsítése nélkül, — ez időtájban sem használható. Ellenben a g rovat tartalma, mi a két barometer igélyesített adatainak különbségét fejezi ki, általában véve itt is oly közel jár zérushoz, mint az előbbi kimutatásban. *Ha tehát a nyári, meg az őszi időszak előtt külön-külön meghatároztatik a beállítási hiba, akkor a C aneroid, több hónap folytán, legalább is 0,3 millimetryi szabotossággal használható.*

A D Aneroidról.

14). Ezen eszköz, mely az előbbivel, szerkezet és nagyság tekintetében, tökéletesen egyenlő, és ugyanazon műszerész által lön készítve is, mint amaz, minden eddig általam vizsgált eszköztől elüt azon tulajdonsága által, hogy időfoly

tával nem kap előre, mint a többi, hanem *hátra marad*, és pedig *bizonyos időszakban* mód nélkül sokat.

A következő adatokra nézve, melyek e rendhagyó menet kimutatására szolgálандnak, megjegyzendő, hogy azok, melyek egy-egy csoportba állítvák, körül-belül egyenlő nyomásra, de különböző időtávlatokra, s így különböző hőmérsékekre is vonatkoznak; minthogy azonban a melegnek kiterjesztő hatása ezen eszköz menetére igen csekély, (mi alább be fog bizonyíttatni), — azért az összehasonlítás eredményeiben mutatkozó eltérések egyedül az időtávlatokra rovandók.

Ezeket előre bocsátva, lássuk az összehasonlító adatokat. Ha H_0 a higanybarometer áttett állását, vagyis a valódi légnyomást, K pedig amannak és az aneroidnak egyidejű adataiban mutatkozó különbségeket jelenti, akkor az összehasonlítás eredménye következő:

1859-ki Martius 25-én volt $H_0=741,20$ m.m., $K=10,46$ m.m.

Május 22 „ „ $H_0=741,80$ $K=12,34$

Június 17 „ „ $H_0=741,90$ $K=12,47$

Július 21 „ „ $H_0=741,00$ $K=13,00$

Minthogy tehát K idő folytával nagyobbodott, azért — (szem előtt tartván, hogy $K=H_0-A$) — világos, miszerint az aneroid a kijelentett hónapokban folytonos, ha bár nem túlságosan nagy hátramaradásban volt; és erre nézve figyelmet érdemel még azon körülmény, miszerint ápril közepétől május közepéig az eszköz egy kirándulásra használtatott, Pesttől Orsováig, anélkül, hogy ez által annak hátráló menetében valami feltűnő ugrás történt volna.

Azonban július vége felé eszközünk ismét útra kelt, és egész augusztus és szeptember folytán, Bihar vidékén, vándor tudósok által hegymagasságok mérésére használtatott, csak decemberben jutván ismét kezeimhez. Ámde ekkor a higanybarometer és az aneroid egyidejű adatának különbségében már roppant változás vala észrevehető; míg t. i. július vége felé — a mint főnebb láttuk — K csak 13 millimétert tőn, december vége felé már 32,49 milliméterrel lett nagyobb; találatott ugyanis:

1859-ki December 24-én $H_0=741,50$, és $K=45,49$ m.m.

De lássuk mikép tanúskodnak e tekintetben a legközelebb lefolyt évben gyűjtött adatok ?

1860-ki Január	26-án	volt	$H_0=740,49$	$K=45,39$
„ Martius	10 „ „		$H_0=740,23$	$K=45,23$
„ April	22 „ „		$H_0=741,35$	$K=45,50$
„ Június	11 „ „		$H_0=741,77$	$K=45,66$
„ Július	12 „ „		$H_0=740,01$	$K=45,81$

Ezekből látható, hogy ez évben, júliusig bezárólag, csak kevésbé változott az eszköz menettörvénye.

Augustus és szeptemberben ismét Bihar vidékén forgolódott, october közepén kerülvén újra kezeimbez. Vajjon tett-e ez időközben is oly nevezetes ugrást, mint az előbbi évben ?

1860-ki October 16-án volt $H_0=741,12$, $K=94,97$

„ Decemb. 29 „ „ $H_0=741,16$, $K=95,56$

Visszafelé ugrott tehát ismét, s pedig jóval többet mint a megelőző évben ; július közepétől, october közepéig nem kevesbet, mint 49,16 millimetert hátrálván.

A mi e feltűnő változás okát illeti, azt az eddigi adatok nyomán meghatározni nem lehet. Kétséget azonban nem szenved, hogy az, vagy a nyári hőségnek szeptember vége felé történő gyors fogyatkozásából eredt molecularis változásokban, vagy az utazás alkalmával elkerülhetlen rázkódásokban, vagy végre mind a két körülményben együtt keresendő.

A tartós rázkódások következményét biztossággal kipuhatolni, különösen fontos, nem csak ezen aneroidra, hanem minden más fémbarometerre nézve is ; mert míg e tekintetben némi kétség marad fen, addig semmi ilyenmü eszközzől, ha különben legnagyobb pontosságot tanúsítana is, határozottan nem állíthatni, hogy az, nagyobb kirándulásoknál, jó eredménynyel használható.

Az a kérdés tehát már most, mely eljárás volna e dolog tisztába hozatalára czélszerű, a nélkül, hogy az eszközt, a gyanús időtáj, t. i. szeptember előtt, újból útnak kellene eresztetni ?

Az általam követett eljárás rövid, s úgy gondolom, a célznak teljesen megfelelő is : tokjába zártam t. i. az eszközt, s néhány napra *malomba* küldtem. Minden malomban vannak

ugyanis helyek, hol — midőn jár a mű — folytonosan rezgő, a haladó kocsi rázkódásához hasonló mozgások állnak elő; ily helyre tétettem tehát eszközümet, mely ott vesztegelve néhány napig, bizonyosan szenvedett annyit, mint ha hosszú úton döcögő kocsi rázkódásainak lett volna kitéve. Íme e kísérlet eredménye :

A kísérletet közvetlenül megelőző napokon találtatott :

Higanybarom.	Aneroid	Nyomatigé- lyesítmény*)	$H_0 - A_0$
H_0	A	i	
751,53 ^{m.m.}	— (654,33 — 0,20)	=	97,40 ^{m.m.}
752,40	— (654,90 — 0,03)	=	97,53
747,50	— (650,50 — 0,73)	=	97,73

A kísérlet után :

746,36	— (649,65 — 0,86)	=	97,57
742,57	— (646,33 — 1,11)	=	97,35

Ekkor az eszköz, két nap és éjjel, ismét ki vala téve a folytonosan működő malom rázkódásainak, mire a következő összehasonlító adatok nyertek :

750,92	— (653,50 — 0,22)	=	97,64
752,50	— (654,80 — 0,03)	=	97,73

Áttekintvén már most az utolsó oszlop ($H_0 - A_0$) tartalmát, azt tapasztaljuk, hogy a higanybarometer és az aneroid egyidejű adatainak különbségeiben nem mutatkoznak nagyobb változások, mint a milyenek máskor, minden rázkódtatás nélkül is bekövetkeznek. *Azon nagy változások tehát, melyek az augusztus—septemberi időközben szoktak jelentkezni, nem az utazás alkalmával történt rázkódásoknak, hanem a nyári hőség gyors fogyatkozásából eredő molecularis változásoknak tulajdonítandó.*

15. Lássuk a *nyomat-változás befolyását*. E tekintetben a többször említett módon légszivattyúval végrehajtott kísérletek a következő kimutatásban felhozott eredményekre vezettek. Az utolsóelőtti és az utolsó rovat tartalmi az aneroid

*) Ez a következő §. IX-ik táblájából van véve.

adatainak igélysítményeit foglalják magokban, amaz az első rovatban kifejezett nyomat-változásokra, ez egy-egy milliméterre. Kihozattak pedig ezek az által, miszerint a higanybarométer és az aneroid megfelelő adatának *első* különbségéből, az utána következő különbségek rendre kivonattak. Minthogy pedig ezek a nyomás kisebbedésével szintén kisebbednek, azért világos, hogy az aneroid állása 752 milliméteren alúl a kellőnél rendesen magasabb, miért is a nyert igélysítmények *nemlegesek*, vagyis kivonandók.

VIII.

H ₀ Higanybarométer	A Aneroid	K különbség	K. K. K különbsége	aránylagos részek 1 milliméterre
m. m.	m. m.	m. m.	m. m.	
752,52	656,55	95,97	—	—
748,56	653,20	95,36	0,61	0,15
743,70	648,90	94,80	1,17	0,11
739,90	645,10	94,80	1,17	0,00
728,92	635,70	93,22	2,75	0,14
713,88	623,25	90,63	5,34	0,17
702,19	615,00	87,19	8,78	0,28
691,43	607,80	83,63	12,34	0,33

A D aneroid tehát, változó nyomásnál igen eltér a higanybarométertől, és az ebbeli eltérések a nyomat-változással nem aránylagosak.

Hogy 750 millimeternél nagyobb nyomásoknál is figyelembe vétethessék ezen eltérő menet, arra a következő adatok szolgálnak, melyek napi észleleteim összehasonlításából eredtek :

midőn a nyomás 752 millimétről 755-re emelkedik, akkor az aneroid hátra marad 0,32 m. m.-el
755-től pedig 760-ig, a hátramaradás . . . 0,12

Ezekből és az előbbi adatokból keletkezett — közbesítés útján — a következő igélysítményi tábla, mely azonban csak addig van folytatva, a meddig az saját észleleteim igélysítmésére szükséges.

IX.

A D aneroid nyomat-változási igélysítményeit tartalmazó tábla.

Nyomás	Igélysítmény	Nyomás	Igélysítmény	Nyomás	Igélysítmény
m.m.	m.m.	m.m.	m.m.	m.m.	m.m.
760	+0.44	749	—0.52	739	—1.25
759	+0.41	748	—0.67	738	—1.39
758	+0.38	747	—0.78	737	—1.53
757	+0.35	746	—0.89	736	—1.67
756	+0.32	745	—1.00	735	—1.81
755	+0.32	744	—1.11	734	—1.95
754	+0.20	743	—1.11	733	—2.09
753	+0.08	742	—1.11	732	—2.23
752	—0.07	741	—1.11	731	—2.39
751	—0.22	740	—1.11	730	—2.61
750	—0.37				

E tábla szerint történt a később felhozandó aneroid-adatok igélysítése, nyomat-változás tekintetében.

16). A hőmérséki változás befolyásának kimutatására szolgáljanak a következő adatok : mesterségesen előállított hőmérséki különbségnél találtatott :

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } H_0 = 741,06 & H'_0 = 740,66 \\
 A = 646,95 & A' = 647,00 \\
 \hline z = 94,11 & \text{és} \quad \hline z' = 93,66 \\
 t = 1^{\circ}\text{R.} & t' = 11,6\text{R.}
 \end{array}$$

$$\text{következõleg } \beta = \frac{z-z'}{t-t'} = \frac{94,11-93,66}{1-11,6} = -0,04.$$

Összehasonlító napi észleletekből, melyeket — egy-egy meghatározásra vonatkozólag — csak néhány napi időközök választanak el egymástól, találtatott :

$$\begin{array}{ll}
 \text{b) } H_0 = 740,64 & H'_0 = 742,00 \\
 A = 646,40 & A' = 647,70 \\
 \hline z = 94,24 & \hline z' = 94,30 \\
 t = 2,6 & t' = 0
 \end{array}$$

ezekből ered $\beta = -0,028$

c) $H_0=744,76$	$H'_0=744,24$
$A=650,00$	$A'=649,33$
$z=94,76$	$z'=94,91$
$t=4,6$	$t'=0,4$

$$\text{tehát } \beta = -0,039$$

d) $H_0=751,22$	$H'_0=752,10$
$A=655,10$	$A'=655,00$
$z=96,12$	$z'=97,10$
$t=8,6$	$t'=5,7$

$$\text{és } \beta = -0,033$$

Tíz fokot meghaladó hőmérsékeknél β meghatározása ellenmondó eredményekre vezet, úgy, hogy az majd igenlegesnek, majd nemlegesnek mutatkozik. Ennek oka valószínűleg az, hogy ily hőfokoknál β -nak valóságos értéke, a főnebbieknél még csekélyebb, s ezért egyéb, el nem kerülhető hibák egyvelegéből tisztán ki nem válhatik.

Ha β értékét, vagyis az *egy* hőfoknyi változás befolyását, kerek számban 0,03 milliméterre tesszük, akkor tíz hőfoknyi változásnál e befolyás 0,3 millimétert teszen; ámde ekkora hiba — összehasonlító észleleteim tanúsága szerint — az aneroid menettörvényének figyelembe nem vehető változatlanságából is eredhet; e körülmény folytán pedig a szóban forgó igélyesítmény alkalmazása csak illusorius eredményű; *a pontosság azon határát tehát, mely ezen eszközzel általában elérhető, nem korlátozjuk, ha két, három hónapra terjedő észleleteknél a hőmérséki igélyesítményt egészen mellőzzük*; ekkora időköz folytán ugyanis, egy részt a hőmérsékben nem igen szokott 10 foknál nagyobb változás bekövetkezni, másrészt az eszköz menettörvénye sem szenved — szeptembert és oktobert kivéve — 0,2—0,3 millimeternél nagyobb változást.

16). Megkísérlem már most ezen aneroid adatait is a *bedállítási*, meg a *nyomat-változás* okozta hibától megtisztítva, a higanybarometerével összehasonlítani; ez által ki fog tűnni, vajjon lehető-e amazokat az utóbbiakkal kielégítő összhangzásba hozni?

A mi a nyári adatokat illeti, azok igélyesítésére a következő összehasonlító adatokból határozottat meg a *beállítási hiba* :

Május 14-kén 15,2R. hőfoknál, volt $H_0=742,11$ és $A=696,33$; tehát $H_0-A=742,11-696,33=45,78$ m.m.

E különbségben foglaltatik a keresett beállítási hiba, meg a nyomat-igélyesítmény nemleges értéke; hogy tehát ez utóbbi kiküszöböltessek, ama különbséghez még hozzáadandó a nyomat-igélyesítmény; a IX-dik tábla szerint 742,11 milliméternyi nyomásnál az aneorid adatának igélyesítménye $=1,11$; lesz tehát a beállítási hiba annyi mint $45,78+1,11=46,89$ m.m.

Ha tehát ezt az aneroidnak ugyanez időtájban nyert valamelyik adatához hozzáadjuk, a megfelelő nyomat-igélyesítményt pedig IX. szerint kivonjuk: akkor a nyert eredmény legalább megközelítőleg egyenlő tartoznék lenni a higanybarometer egyidejű adatával. Így p. o. május 19-kén találtatott $A=698,20$; ehez adván a főnebb talált beállítási hibát, lesz :

$A'=698,20+46,89=745,09$ a keresett nyomás értékének első megközelítése; de 745-nek nyomat-igélyesítményül megfelel 1,00; lesz tehát a nyomásnak pontosabb értéke $=745,09-1,00=744,09$ m.m., ez pedig a higanybarometer adatával, mi 744,15, csakugyan igen kielégítőleg meg-egyez.

Hasonló módon, mint ezen példában, történt a következő kimutatásban felhozott aneroid-adatok igélyesítése is.

A rovatok czímeinek jelentése már a főnebbiekből ismeretes.

X.

A D aneroid adatai 1860-ban.

Észlelési idő	Hőmérs.	H ₀ Higany- bar.	A Aneroid	A ₀	H ₀ —A ₀
Május 19	16·5	744·15	698·20	744·09	+0·06
„ 25	17·55	745·74	699·70	745·75	—0·01
„ 28	15·6	742·05	696·00	741·78	+0·27
„ 31	14·20	744·05	698·10	743·99	+0·06
Június 1	13·6	743·44	697·50	743·31	+0·13
„ 4	14·8	743·96	698·20	744·09	—0·13
„ 11	16·8	741·76	696·10	741·88	—0·12
„ 14	17·4	743·61	697·70	743·54	+0·07
„ 18	17·6	740·17	694·33	740·11	+0·06
„ 25	18·8	746·99	700·70	746·86	+0·13
„ 27	19	746·96	700·70	746·86	+0·10
Július 1	17·2	745·87	699·33	745·35	+0·52
„ 3	17·7	750·12	703·60	750·17	—0·05
„ 4	17·4	747·25	700·90	747·10	+0·15
„ 12	16	740·01	694·20	739·98	+0·03
„ 16	17·2	747·20	701·10	747·32	—0·12
„ 25	17·8	740·49	694·50	740·28	+0·21
„ 30	17·2	740·04	694·00	739·78	+0·26

Az utolsó oszlop tartalmából látható, hogy a nyár folyamán gyűjtött adatok igélyesítése meglehetősen pontossággal sikerül; egy esetet ugyanis kivéve, az aneroid eltérése a higanybaromertől, 0,3 millimeternél rendszeren kisebb. A tavaszi, őszi és téli időszakban azonban az eszköz menete kevésbé szabatos, az eltérések néha 0,5—0,6 millimeterig terjedvén.

17). Minden egybevetve, ebbeli vizsgálataim végeredménye a következő pontokba foglalható össze.

1-ör. Minden fémbarmeter, legyen az Bourdon- vagy Vidi-féle szerkezetű, hosszabb idő folytán megváltoztatja metertörvényét, úgy, hogy a higany- és fémbarmeter egyidejű adatainak különbsége, ugyanazon légnyomásnál, és ugyanazon hőmérséknél, de különböző időtávlatokban, tetemesen eltérhet egymástól. Némely eszközöknél e változás sietésben, másoknál hátramaradásban áll; de sem ez, sem az, nem osz-

lik el aránylagosan a megfelelő időre, hanem leginkább azon időszakra torlódik, melyben a tartós, és magas nyári hőmérsékre — ennek gyors fogyatkozásával — hűvös napok következnek be.

2-or. Változó nyomásnál a fémbarometerek menete nem párhuzamos a higanybarometerével, hanem ettől — a nyomatváltozás nagyobbodásánál — tetemesen eltérő; ezen eltérés a megfelelő nyomat-változással nem aránylagos ugyan, de légszivattyú segítségével — a nyomat-változás tetszés-szerinti határai között — elég pontosan kieszközölhető, és a fémbarometer adatainak e tekintetbeni igényesítésére legalább egy pár év folytán használható. Különben az *aneroidok* ebbeli eltérése, úgy látszik, rendesen nagyobb, mint a *Bourdon-féle* eszközöké.

3-or. A hőmérsék befolyása a *Bourdon-féle* eszközökre sokkal nagyobb, mint a *Vidi-féle* aneroidokra; az utóbbiak ugyanis oly csekély érzékenységgel bírnak a meleg változása iránt, hogy ennek számbavételét többnyire nélkülözhetik, a nélkül, hogy az innét eredő hiba, egyéb elkövethető hibák mellett észrevehető volna. Egyébiránt a hőmérséki befolyás legkönnyebben, s legrövidebb idő alatt kieszközölhető *télen*, ha az illető eszköznek hideg és meleg szobában nyert adatait összehasonlítjuk a higanybarometerével.

4-er. Nyomat-változások iránt, valamint a *Vidi*- úgy a *Bourdon-féle* eszközök is — általán véve — igen érzékenyek; az utóbbiakra nézve azonban meg kell jegyeznem, hogy három közül egyet *lomhának* találtam.

5-ör. Tartós rázkódtatás, minőt p. o. utazás alkalmával a kocsi zökkenései okoznak, az aneroidok adatait észrevehetőleg nem módosítja. Ha tehát igen erőszakos behatások, melyek képesek volnának az eszköz alkatrészeiben sérülést okozni, nem adják magokat elő, akkor a szárazoni utazás, s a vele járó rázkódtatás az eszköz használhatóságát nem kockáztatja.

6-or. A szabatosság, melyet jó *Bourdon*- és *Vidi-féle* eszközök szolgáltatni képesek, körül-belül 0,3 millimetert teszen; ennek elérésére azonban *elkerülhetlenül* szükséges, hogy az illető eszközök időről-időre a higanybarometerrel össze-

hasonlíttatván, adataik igélyesítésére a megkívántató számok az első értekezésemben részletesen előadott módon — kieszközlőttessenek. Ily előleges vizsgálat nélkül egy fémbarometer sem használható.

Az előleges vizsgálat eme szükségessége, s a vele járó fáradságos és hosszadalmas munka, teszik azon körülményeket, melyeknél fogva a fémbarometerekkel nyert adatok pontosságába kevés bizodalmat lehet helyezni; mert — a mint a tapasztalás mutatja — az említett elővizsgálatok az illetők által vagy egészen mellőztetnek, vagy pedig nem a megkívántató szigorral hajttnak végre.

A DÍJTARTALÉK MEGHATÁROZÁSÁNAK MATHEMATIKAI ALAPJA ÉLETBIZTOSÍTÓ INTÉZETEKNEL.

WENINGER VINCZÉTÖL.

Olv. jún. 17-én 1861.

Bevezetés.

Midőn a következő lapokon foglalt értekezést a tek. Akademia elé terjesztem, szükségesnek tartom néhány sorban az életbiztosítás-tartaléktőke képzésének fontosságát kifejezni.

A legtöbb életbiztosító társulat oly titokteljesen jár el a reá bizott pénzek kezelésében, hogy azon nagyszerű eredmények, melyeket Európa életbiztosító társulatai felmutathatnak, egyedül a veszélyeztetést eléggé nem méltányló közönség vak bizalmának tulajdonítható.

Eléggé ismert dolog, hogy még oly vállalatok is, melyeknél a kezelés és vagyon-kimutatás a legegyszerűbb kereskedelmi elveken nyugszik, egy képzetes, mesterségesen készült mérleg által, képesek a nagy közönséget ámítani. Mennyivel inkább lehet a megrongált belállapotot évekig befedve, eltakarva tartani oly intézeteknél, hol a szakférfi is csak azon esetben adhat helyes bírálatot, ha magának minden

egyes körülmény fölött felvilágosítást szerezhet. A nagy közönség elé terjesztett mérleg egy fátyol, melyet eltávolítani és a valóságot megbírálni az intézeten kívül álló egyén ritkán képes. Mondhatni, hogy maga a részvényes is csak akkor ismeri fel a hibákat, midőn a baj már nagyobbá válik, mert egy ideig az intézet vagyonából kihalított jelentékeny évi osztalékok figyelmét elaltatták.

Az életbiztosító-társaságok által adott évi kimutatások olyanok voltak, hogy a közönség, annak nagy száma (alaptökei) látván, magát biztosítva vélte, a szakember azonban ezen nem részletes kimutatásokból következményeket nem vonhatott. Ezen eljárás következményeit Brintley, Angliában, hol e szakra annyi jeles férfiú van, nem ok nélkül elég szomorítónak mondja, mert az illető intézetek liquidációja akkor következik be, midőn a bajon már segíteni nem lehet.

Ott, hol a kormány közbeszólása az üzlet, vállalat kifejlését nehezíti, és a hol a közönség önmaga képes érdekét védeni és őrizni, a kormány intervencióját senki sem fogja kívánatosnak vallani; ott azonban, hol a nagy közönség szakismeret hiányában nem képes az ügyet megbírálni, hol az intézeten kívül álló szakember, a részletes adatok hiányában ítéletet hozni nem képes, hol arról van szó, hogy vajjon azon százezerek és milliók, melyeket az emberi társadalom kevesebb vagyonos osztálya, családjának javára, idegen kézre bízott, híven kezeltetnek-e, ott úgy hiszem a közigazgatás teendője, sőt kötelessége, a közönség érdeke fölött örködni, és azon intézeteket ellenőrizni.

Ha a kormány ezt szem előtt tartotta volna, nem volnának hallhatók oly számos megcsalatott özvegyek és árvák panaszai.

Az „Életbiztosító-társulatok“ ellenőrzése azonban csak akkor lehetséges, ha a tudomány a vizsgálat módját minden esetben kifejti, melyhez matematikai ismeretek kívánatnak, miután az életbiztosítás elmélete maga is a mennyiségtanon alapszik.

Alig egy évtizede, hogy ezen díjtartalék meghatározásának észletei, tudományosan fejtegetve, biztosítási folyóira-

tokban megjelennek. Valami egész és rendszeres azonban, tudtommal az irodalomban még nem létezik, sőt több egyes esetben a megfejtés még fel sem említettett.

Alkalmazásom az „első magyar biztosító társulat“-nál mint osztályfőnök, kötelességemmé teszi, az életbiztosítási osztály részére a matematikai munkálatokat vinni, és így természetesen a díjtartalék képzés módjáról eleve gondoskodni. Hozzáfogtam tehát a munkához és rendszeresen fejtven meg a kérdéseket, a nyert eredményeket a tek. Akademia elé terjesztem.

A nyert képletek némelyike oly egyszerű és meglepő, hogy örömmel mondhatom, miszerint az eredmények a gyakorlati életben tökéletesen haszonvehetők. — Érdekes, hogy mindannyi esetben a díj és tartalék képletei között a legnagyobb rokonság létezik, sőt még mindannyi esetben magát a díj képletét nyerem a tartalék meghatározása által.

Minthogy a következő értekezésben a díjszámítás elméletét ismertnek kell feltennem, a megkívántató képleteket „Polit. Számtan“(omból *) vettem, és az értekezés folytatában e munkámra hivatkozom.

A halandósági táblázat élőt l betűvel jelölöm, így az a évesek száma l_n által van kijelentve; szintúgy az elhaltak száma t -vel van jelölve.

q a kamatozási tényezőt (Aufzinsungs-Faktor) képviseli, így 4, 5, 6 $\frac{0}{100}$ mellett q értékei az első időszakra 1,04; 1,05; 1,06; az n -dik időszak végére pedig q^n .

Továbbá

$$S_n = \frac{l_n}{q^n} + \frac{l_{n+1}}{q^{n+1}} + \dots$$

$$S_{a,b|n} \text{ értelme } S_{a+n,b+n} = \frac{l_{a+n}}{q^{a+n}} l_{b+n} + \frac{l_{a+n+1}}{q^{a+n+1}} l_{b+n+1} + \dots$$

$$T_n = \frac{t_n}{q^n} + \frac{t_{n+1}}{q^{n+1}} + \dots$$

*) „Politikai Számtan.“ Irta Weninger Vincze. — 1861. Ráth Mórnál Pesten.

I. R É S Z.

Az egy életre szóló biztosításoknál kívánatos díjtartalék.

A.

Tőkebiztosítás halál esetére.

Ez esetben a díjak az a éves egyénre nézve:

Egyszeri díj: $D = \frac{S_a - q S_{a+1}}{q \cdot L_a} \dots$ (Polit. Szám. 360-ik lap)

vagy $D = 1 - \frac{q-1}{q} \cdot \frac{S_a}{L_a} \dots$ (Pol. Szám. 361-ik lap)

vagy $D = \frac{T_a}{L_a \cdot q} \dots \dots \dots$ (Pol. Szám. 371-ik lap)

Évi díj: $d = \frac{S_a - q S_{a+1}}{q \cdot S_a} \dots \dots \dots$ (Pol. Szám. 377-ik lap)

vagy $d = \frac{1}{q} - \frac{S_{a+1}}{S_a}$

vagy $d = \frac{L_a}{S_a} - \frac{q-1}{q} \dots \dots \dots$ (Pol. Szám. 378-ik lap)

Az n évig fizetendő díj pedig:

$$\delta = \frac{T_a}{q(S_a - S_{a+n})} = \frac{S_a - q S_{a+1}}{q(S_a - S_{a+n})} \text{ (P. Sz. 383.l.)}$$

Lássuk már most egyenként a különböző eseteket:

1. §. Egyszeri díjak.

Itt feltételeztetik, hogy az a éves egyén azonnal lefizetvén D egyszeri díjt, halála esetében örököseinek a biztosított 1 frt kifizettetik. — Kérdés már most, hogy vajjon n év múlva mennyinek kell lenni ezen egyén részére a tartalékban?

Könnyen érthető, hogy az ezen n év múlva $a+n$ éves egyént olyannak tekinthetjük, mintha most lépett volna be a társaságba, a midőn is annyi díjt kellene fizetnie, a mennyi az $a+n$ évesre, mint egyszeri díj esik. Ezen díjat D_{a+n} -nek

nevezvén, azt látjuk, hogy a díjtartalék ez esetben évről évre növekszik, miután

$$D_{a+n} \text{ mindig } > D_a$$

A különbség $D_{a+n} - D_a$ kisebb mint a kamatos kamatok által n évig növesztett D_a , mert azon n év alatt, halálesetek is fordultak elő, a melyek kielégítésére a díjtartalék egy része már felhasználtatott. Ugyanis a díj

$$D_a = \left(\frac{t_a}{q} + \frac{t_{a+1}}{q} + \frac{t_{a+2}}{q} + \dots \right) : l_a - \dots \quad (\text{P.Sz. 371.1pn})$$

l_a biztosított tehát befizetett l_a , D_a összeget. Ebből n év múlva lett volna $D_a \cdot l_a \cdot q^n$ (hol például $q=1.04$, vagy $=1.05$), ha haláleset nem fordult volna elő azon n év alatt. Miután azonban az első év végén már t_a haláleset, a második év végén t_{a+1} sat. haláleset után egy-egy frt volt fizetendő, a kiadások értéke az n -ik év végén :

$$t_a \cdot q^{n-1} + t_{a+1} q^{n-2} + \dots + t_{a+n-1} q^{n-n} - \dots - \quad (A)$$

és így $D_a \cdot l_a \cdot q^n$ -ből fenmaradt :

$$D_a \cdot l_a \cdot q^n - (t_a \cdot q^{n-1} + t_{a+1} \cdot q^{n-2} - \dots + t_{a+n-1})$$

Azonban $D_a \cdot l_a \cdot q^n$ fentebbi szerint :

$$q^n \left(\frac{t_a}{q} + \frac{t_{a+1}}{q^2} + \dots \right)$$

ebből levonotván (A) sor, mely még így is írható :

$$q^n \left(\frac{t_a}{q} + \frac{t_{a+1}}{q^2} + \dots + \frac{t_{a+n-1}}{q^n} \right)$$

$$\text{marad : } q^n \left(\frac{t_{a+n}}{q^{n+1}} + \frac{t_{a+n+1}}{q^{n+2}} + \dots \right)$$

a mi bizonyára nem egyéb, mint a halálesetek kielégítésére fordított összeg, mely után még fenmaradt D_{a+n} mint fentebb mondatott.

Ha több egykorú egyén van a társaságnál biztosítva, akkor minden egyén részére kell, hogy D_{a+n} legyen a díjtartalékban; ha pedig különböző összegeket biztosítottak azon egykorúak, akkor azon összes mennyiséggel szorzandó D_{a+n}

Az a korú részére a következő években a díjtartalék egymásután D_{a+1} , $D_{a+2} - \dots$

A valódi díjtartalék n év múlva, az esetben, ha a valódi halandóság a feltételezettnél nagyobb volt, kisebb lesz mint

D_{a+n} és ellenkezőleg. Hogy vajjon a halandóság nagyobb volt-e a feltételezettnél, arról igen könnyen meggyőződhetünk. Tegyük fel, hogy az L_a biztosítottból azon évben T_a egyén elhalt, akkor az elhalás tényezője az évben valósággal $\frac{T_a}{L_a}$ volt, a halandósági táblázat szerint pedig azt $\frac{t_a}{L_a}$ -nak lenni feltételeztük; hogy melyik nagyobb az egy számtani példában azonnal kitűnik.

Ha tehát a valódi díjtartalék nagyobb volna, mint D_{a+n} , akkor a többnek egy része elvehető. Hogyha ugyanis t_a egyén helyett csak t_a halt el, akkor azon életben maradt $t_a - t'_a$ egyén után biztosított összegnek ezentúli *kamatja* tekinthető csak feleslegesnek; a tőke maga el nem vehető, mert a biztosított 1 frt mindenesetre kifizetendő lesz.

Így ha például valamely osztályban 5 haláleset volt várható halandósági táblázatunk szerint, és csak 4 eset adta elő magát valóságban, akkor azon *egy* életben-maradt biztosított összegének kamatai a díjtartalékból kivonhatók. — Meglehet azonban, hogy a következő évben több haláleset fordul elő, mint remélhető volt, s így ez évben veszteség származnék az előbb kifizetett tőke kamatai által. — Ezen ingadozás meggátlására czélszerű leendő a díjtartalék számítását nem évenként, hanem időszakonként elővenni. — Egy ily időszak 3—4 évre terjedvén ki, az egyes években előforduló ingadozások magukat kiegyenlítik.

Az előbbi okoskodásnál feltétel volt, hogy egy-egy osztályban csak egykorú egyének foglaltatnak, és ezek mindegyike ugyanoly nagyságú tőkére van biztosítva. Ez az eset azonban a gyakorlati életben elő nem fordul, mert a díjtartalék könyveiben annyi számlát nem lehet nyitni, hogy a biztosítottak kor szerint és a biztosított összeg nagysága szerint elválasztva legyenek. Ezen eljárás irtózatosan complicálná az üzlet belső teendőit. A középút itt a legegyszerűbbnek mutatkozik, és pedig oly módon, hogy például az egykorúak között azok, a kik 100—500 frtot biztosítottak egy lapra helyeztetnek, azok kik 500—1000 frtot egy másikra s. i. t.

Míg a biztosítottak száma csekély, addig a díjtartalékot minden egyénre nézve külön számíthatni, ha pedig számuk már annyira szaporodott, hogy egy-egy osztályba elegendő egyén jut, a számítást osztályonként eszközölöm, a mint ez később ki fog tűnni.

A díjtartalék számlája az év utolsó napján készülvén, az egyes biztosítottak kora nem tesz épen egész éveket, hanem törtrészeket is. Ez esetben közbeigatás által segítünk magunkon. Tegyük fel, hogy az év utolsó napján valamely

biztosított $\left(m + \frac{r}{s}\right)$ éves. Az m évesre nézve legyen a díj-

tartalék M , az $m+1$ évesre nézve M' , akkor az $m + \frac{r}{s}$ éves-

nél az
$$M + \frac{r}{s}(M' - M)$$

Példa. Egy valaki 1830-nak ápril 5-én születvén, 1000 forintot biztosított magának; kérdés, mekkora részére a díjtartalék 1861-nak utolsó napján, ha a 30 éves egyszeri netto-díja 1000 forint után 338 forint, a 31 évesé pedig 346 forint volna?

Miután azon egyén 1861-nak végén már 30 éves és 265 napos (az évet 360 napnak vévén), a 30 éves díjához még jön:

$$(346 - 338) \times \frac{265}{360} = 5.89$$

a díjtartalék tehát

ez esetben összesen f. 343 . 89.

2. §. Évi díjak.

Mielőtt ez esetben a díjtartalék meghatározásához foghatnánk, még az életjáradékról kell szólni. Tudjuk, miszerint az azonnal kezdő 1 forint életjáradék értéke egy n évesre nézve :

$$= \left(l_n + \frac{l_{n+1}}{q} + \text{---} \right) : l_n \quad (\text{P. Sz. 398. lp})$$

$$= 1 + \left(\frac{l_{n+1}}{q} + \frac{l_{n+2}}{q^2} + \text{---} \right) : l_n$$

$$M_n = 1 + \frac{S_{n+1}}{l_n} = \frac{S_n}{l_n}$$

az
$$M_{n+1} \text{ pedig } = 1 + \frac{S_{n+2}}{L_{n+1}} = \frac{S_{n+1}}{L_{n+1}}.$$

Tegyük fel, hogy egy n éves egyén d_n évi díj mellett biztosít magának halála esetében fizetendő tőkét; kérdés, hogy midőn az $n+m$ éves lett, mennyinek kell részére lenni a díjtartalékban?

Ha az 1 frt utólagos életjáradék jelenértéke egy $m+n$ évesre M'_{m+n} , akkor azon d_n évi díj jelenértéke bizonyára:

$$d_n M'_{m+n}$$

a hol feltételezzük, hogy az $m+n$ korév betöltésének perczében fizetendő volt évi díj már ki van fizetve. Hogyha azon $n+m$ éves egyszeri díj mellett volna biztosítva, jelenleg díjtartalékja D_{n+m} volna, így azonban a pénztárban csak

$$D_{n+m} - d_n M'_{n+m} \text{ --- (I)}$$

-nek kell lenni.

Ha a jelen évre eső és most fizetendő díj még nincs letéve, a díjtartalék ennek megfizetése előtt:

$$D_{n+m} - d_n M'_{n+m} - d_n \text{ vagyis}$$

$$D_{n+m} - d_n (1 + M'_{n+m}) =$$

$$= D_{n+m} - d_n M_{n+m} \text{ --- (a)}$$

szintűgy az $n+m+1$ évesnél az előbbi esetre vonatkozólag

$$D_{n+m+1} - d_n M'_{n+m+1} \text{ a díjtartalék.}$$

Azon esetben, ha egy $\left(n+m \frac{K}{S}\right)$ éves egyén részére volna számítandó a díjtartalék, következő módon járunk el: Minthogy a tagok már a díjt befizették, a pénztárban l_{n+m} élő $(n+m)$ éves egyén után van

$$l_{n+m} (D_{n+m} - d_n \cdot M'_{m+n})$$

ezekből elhal $\frac{K}{S} (l_{n+m} - l_{n+m+1})$, kik egyenként 1 frtot kap-

ván, a kiadás $\frac{K}{S} (l_{n+m} - l_{n+m+1})$; $\frac{K}{S}$ évrész múlva $p\%$ mel-

lett 100-ból lesz $\frac{100 + \frac{K \cdot p}{S}}{100}$ vagyis:

$$1 + \frac{K \cdot p}{100 \cdot S}, \text{ és így}$$

$l_{n+m} (D_{n+m} - d_n M'_{m+n})$ tartalékból leend:



$$\left(1 + \frac{K \cdot p}{100 \cdot S}\right) l_{n+m} (D_{n+m} - d_n \cdot M'_{n+m}) - \frac{K}{S} (l_{n+m} - l_{n+m+1})$$

akkor pedig életben leendő :

$l_{n+m} - \frac{K}{S} (l_{n+m} - l_{n+m+1})$ egyén és egy $\left(n+m+\frac{K}{S}\right)$ éves után a díjtartalék :

$$\frac{\left(1 + \frac{K \cdot p}{100 \cdot S}\right) l_{n+m} (D_{n+m} - d_n \cdot M'_{n+m}) - \frac{K}{S} (l_{n+m} - l_{n+m+1})}{l_{n+m} - \frac{K}{S} (l_{n+m} - l_{n+m+1})} \dots (II)$$

Ha számtani közepszeresét vesszük az $(n+m)$ és $(n+m+1)$ évesek díjtartalékai között, vagy pedig közébe igtatunk értékeket, hibás eredményre jövünk, mert a következő évdíjat is számításba venni nem lehet.

d_n értékét (P. Sz. 412. lp) még így is lehet kifejezni :

$$d_n = \frac{1}{M'_{n+1}} - \frac{q-1}{q}$$

hol p százalék mellett $q = \frac{100+p}{100}$;

Ha d_n ezen értékét (I) alatti képletünkbe helyettesítjük, ered :

$$D_{n+m} - \left(\frac{1}{M'_{n+1}} - \frac{q-1}{q}\right) M'_{n+m}$$

D_{n+m} értékét szintén M'_{n+m} által lehet kifejezni, ugyanis az (P. Sz. 412. lapon 55. képlet szerint)

$$D_{n+m} = 1 - \left(\frac{q-1}{q}\right) (M'_{n+m} + 1)$$

és ezt előbbi egyenletünkbe tévén, ered :

$$1 - \left(\frac{q-1}{q}\right) (M'_{n+m} + 1) - \left(\frac{1}{M'_{n+1}} - \frac{q-1}{q}\right) M'_{n+m}$$

$$1 - \frac{q-1}{q} \cdot \frac{M'_{n+m}}{M'_{n+1}} = \frac{q-q+1}{q} - \frac{M'_{n+m}}{M'_{n+1}} = \frac{1}{q} - \frac{M'_{n+m}}{M'_{n+1}} \dots (III)$$

mely képlet igen egyszerűnek mondható. Ha azonban az évi díj fizetése még meg nem történt, akkor a díjtartalék (α) alatt

$$D_{n+m} - d_n (M_{n+m}) ; \text{ hol } M_{n+m} = M'_{n+m} + 1$$

melyben ismét :

$$D_{n+m} = 1 - \frac{q-1}{q} \cdot M_{n+m}$$

$$\text{és} \quad d_n = \frac{1}{M_n} - \frac{q-1}{q}$$

tehát

$$\begin{aligned} D_{n+m} - d_n \cdot (M_{n+m}) &= 1 - \frac{q-1}{q} M_{n+m} - \frac{M_{n+m}}{M_n} + \\ &+ \frac{q-1}{q} M_{n+m} = 1 - \frac{M_{n+m}}{M_n} \dots \dots \dots (IV) \end{aligned}$$

mely képlet a gyakorlatban alkalmazást nyer.

3. §.

A könyvezésnél következő eljárás van használatban a díjtartalék kimutatására. — Tegyük fel, hogy valaki az évnek m -ik havában lépett be mint biztosított, akkor a társaság csak $(12-m)$ hónapig viselte azon évben a risicót, és így az általa fizetett díjnak csak $\frac{12-m}{m}$ -ed része jöhet a folyó évre mint bevétel. — Ezen netto-díjt a-nak nevezvén, ez évben a biztosítás javára irandó: $\frac{12-m}{m} \times a$. Ugyane biztosított terhére iratik ellenben a folyó évben már elviselt risico, mely nyeretik, ha az ilykorú ez évi elhalásának valószínűségi-tényezőjét $\frac{12-m}{m}$ -el (mert a társaság csak $(12-m)$ hónapig viselte a risicót) ezt pedig még a biztosított összeggel szorozzuk. Magától értetik, hogy a $\frac{12-m}{m}$ -a összeg kamatai a hátralévő $(12-m)$ havi kamattal megtoldatnak, és így az év végével készített díjtartalékszámra egyenlegében ezen biztosított részére foglaltatik.

$\frac{12-m}{m} \times a +$ ennek kamata $(12-m)$ hóra, levonva ebből a $(12-m)$ hónapig már elviselt risicót.

A következő évben ugyanezen összeg $+$ az egy évi díj $+$ ez utóbbinak egy évi kamata, és levonva ebből az ez évi risico, — a díjtartalék, sat.

Egy másik mód a következő :

Miután a korév törtrészei a nagy üzletben sok nehézséget okoznak, és különbségi részeket mindig csak a díjtartalék javára kell számítanunk, elhagyni pedig nem szabad, következő eljárás mutatkozik előnyösnek :

A díjtartalék könyvében nyitassanak számlák az egymás után következő évszámokkal felírva (1810, 1811, . . .). Ezen lapokra nem épen azok iratnak, kik azon évben születtek, hanem mindazok, kiket például 1860-ban 50, 49, 48 éveseknek vettünk a díj meghatározásakor.

Jegyzet. Ugyanis ha valaki kora az $(a+\frac{1}{2})$ és $(a+1)$ korév között fekszik, akkor az illető már az $(a+1)$ éves díját köteles fizetni. Szintúgy gyakran némely biztosított beteges állapota, vagy testi sérülés miatt az idősb korosztály díját köteles fizetni. Ez esetben a díjtartalék is az emelt és nem a valódi korév szerint leendő meghatározandó.

Mind azok, kik ugyanazon évlapon (mint egy-egy évben születtek) fordulnak elő, úgy tekintetnek, mintha mindannyian január 1-én születtek, és ezen év január 1-ső napján léptek volna be. — Díjtartalékuk a IV-ik képlet szerint (hol ez esetben $m=1$) egyenként meghatározandó. Ez összeghez azután adjuk a következő év első napjától beléptők évnapiáig folyó risicót, ha az illető t. i. a lefolyt évnek nem január 1-én lépett be.

Példa. Egy 45 éves egyén (kit tehát 1815-nek január 1-én szülöttnek feltételezünk) részére mekkora 1860-nak végén a díjtartalék, ha a számítást Brune szerint $4\frac{9}{10}$ -kal rendezzük, és az illető 1860-nak augusztus 6-án belépett ?

$M_{35}=16,9598$; $M_{36}=16,8001$; az évi díj legyen 0.020501 a 35 éves részére. — A 35 évesre nézve az az évbeni elhalás valószínűsége pedig 0.012016.

Ezen adatok nyomán az összeállítás a következő: 1860-ban a biztosítás augusztus 6-dikától december végéig terjedt volt, tehát 144 napra, és így ha 1000 frt volt biztosítva az 20.501 frt évi díjból $\frac{144}{360} \times 20.501$ frt számítandó mint bevétel az 1860-dik évre, azaz 8.20 frt, a többi pedig, vagyis 20.501 — 8.200 = 12.301 frt a jövő évi bevételek közé sorzandó. Lás-

suk már most a díjtartalék állását. (IV)-ik képletünk szerint a díjtartalék ez egyén részére december végén :

$$1 - \frac{M_{36}}{M_{35}}$$

volna, ha az illető 1860-nak január 1-én lépett volna be és 1861-nek január 1-én a legközelebbi évidíj lenne fizetendő :

$$\lg M_{36} = \lg 16'8001 = 1.2253118$$

$$\lg M_{35} = \lg 16'9598 = 1.2294206$$

$$\frac{0.9958912}{1}$$

$$\text{és így } \frac{M_{36}}{M_{35}} = 0.99058, \quad \text{ebből } 1 - \frac{M_{36}}{M_{35}} = 0.00942$$

1000 frt után tehát volna 9.42 frt a díjtartalék.

Minthogy azonban a társaság január 1-től — aug. 6-áig viseli még a risicót, még e risico is fedezendő. Ennek alapján az elhalás valószínűsége 216 napra

$$\frac{216}{360} \times 0.012016 = 0.0072096$$

a mi 1000 frt után 7.2096 frt, és így az összes bevételből

$$9.42$$

$$7.21$$

16.63 frt kell, hogy az egyén részére a díjtartalékban foglaltassék az év utolsó napján.

Megtörténik, hogy az évi díjak nem fizettetnek le egyszerre, hanem $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$ évi részletekben. Ez esetben a jövő évre eső részletek leszámítandók (*escomptiren*), és értékek a fent kitett tartalékból levonatnak, mert ezen a következő évbe eső fizetések, mint a pénztár *követel* (Credit-Posten) tételei lépnek fel. Ezen mód egyszerűbb az előbbinél és tökéletesen megnyugtat.

A következő évben M_{36} , M_{37} sat. használandó. Ha előbbi példánkat folytatjuk, Brune haland. táblázata szerint 4% -kal azt találjuk, hogy :

$$\lg M_{37} = \lg 16'6322 = 1.2209497$$

$$\lg M_{36} = 1.2253118$$

$$\lg x = 0.9956379 - 1; \quad x = 0.99 \text{ a miből}$$

$$1 - \frac{M_{37}}{M_{36}} = 0.01;$$

1000 frt után tehát 10 frt.

Ehhez jön még a jövő évbe eső 216 nap risicója. Az elhalás valószínűsége a 36 évesnél 0.012033 és így 216 napra 1000 frt után esik $7.2198 \text{ frt} = 7 \text{ frt } 22 \text{ kr.}$, összesen tehát 17 frt 22 kr.

Kérdés már most, hogy miután a két évi díj 41 frtra rúg, hová lett a

41. —

17.22

23.78 frt.

a mi a díjtartalékból hiányzani látszik? Ez az előfordult halálesetek által okozott fizetések teljesítésére lön felhasználva. Ha a pénztárban a kimutatott díjtartaléknál kevesebb foglaltatnék, akkor a valódi halálesetek száma a feltételezetteket meghaladja.

Ezen eset fejtegetésénél tovább időztem, mert ezen esetben legkönnyebben lehet érthetővé tenni a tartalék képzés módját, továbbá mert ezen eset leggyakrabban fordul elő, és végre mivel ezen esetre fektetjük több esetben a tartalék számítását.

4. §. Ha a díj csak r évig fizetendő.

Ha az a éves biztosított csak r éven át köteles a díjt fizetni.

$$d = \frac{T_a}{q(S_a - S_{a+r})}$$

A díjtartalék kiszámítására szükségképen tudnunk kell az r évig járó előlegesen fizetendő életjáradék jelenértékét. Ez

$$= \left(l_a + \frac{l_{a+1}}{q} + \dots + \frac{l_{a+r-1}}{q^{r-1}} \right) : l_a ; \text{ vagyis}$$

$$= \left(\frac{l_a}{q^a} + \frac{l_{a+1}}{q^{a+1}} + \dots + \frac{l_{a+r-1}}{q^{a+r-1}} \right) : \frac{l_a}{q^a}$$

$$= (S_a - S_{a+r}) : L_a = \frac{S_a}{L_a} - \frac{S_{a+r}}{L_a} \text{ a mi}$$

$$= M_a - \frac{S_{a+r}}{L_a}.$$

Ha tehát az illető a éves egyén már s éveken át díját fizette,

kérdés, hogy mekkora díjtartalék kell részére a pénztárba. — A díjtartalék az $(s+1)$ -dik évidij lefizetése előtt határoz-
tatik meg. — Az $(a+s)$ éves részére az egyszeri díj legyen :

$$D_{a+s}$$

ebből levonatik a biztosított által még $(r-s)$ éven át teljesi-
tendő d évidij jelenértéke, mely az előbbiek szerint

$$d \left(M_{a+s} - \frac{S_{a+r}}{L_{a+s}} \right)$$

a díjtartalék tehát :

$$D_{a+s} - d \left(M_{a+s} - \frac{S_{a+r}}{L_{a+s}} \right)$$

Mint hogy $D_{a+s} = 1 - \frac{q-1}{q} M_{a+s}$, ezt helyettesítve ered :

$$1 - \frac{q-1}{q} M_{a+s} - d M_{a+s} + d \frac{S_{a+r}}{L_{a+s}} \\ 1 - M_{a+s} \left(d + \frac{q-1}{q} \right) + d \frac{S_{a+r}}{L_{a+s}} \dots (a).$$

d szintén más alakba hozható, mert (mint a 196. lapon látható)

$$d = \frac{S_a - q S_{a+1}}{q(S_a - S_{a+r})}$$

Az a alatti kifejezésben $\left(d + \frac{q-1}{q} \right)$ állandó mennyiség,
valamint $(d S_{a+r})$ szorzó. A képletben d az 1 forint biztosított
tőke után eső díj.

Példa. Valaki 1000 forintot oly módon biztosított 30
éves korában halála esetére, hogy a díj csak 20 éven át
akarja fizetni. Kérdés már most, hogy midőn 40-dik korévét
elérte, mennyit kell, hogy a pénztár felmutathasson mint e biz-
tosításra eső díjtartalékot? — A számítás alapjául használjuk
föl a P. Számtanban levő Carlisle-féle halandósági táblázatra
 $4^0/_{10}$ -kal fektetett VIII), IX) és XIII) táblázatokat.

$$d = \frac{S_{30} - q S_{31}}{q(S_{30} - S_{50})} \text{ képletben :}$$

$$S_{30} = 3108,2701 \quad \text{továbbá} \quad L_{a+s} = L_{40} = 105,8112$$

$$S_{31} = 2934,3779$$

$$S_{50} = 857,9744$$

$$M_{a+s} = \frac{S_{a+s}}{L_{a+s}}; q = 1,04$$

$$\begin{array}{rcl}
S_{40} & 1701,7509 & D_{40}=0,38143 \\
& \text{és } d \text{ részére :} & \\
S_{30} & = 3108,2701 & S_{30} \dots 3108,2701 \\
S_{31} & = -2934,3779 & S_{50} \quad \underline{857,9744} \\
& 173,8922 & \underline{2250,2957} \\
\text{és még } 4\%_{0} S_{31} \text{ től} & -117,3751 & \text{ehhez } 4\%_{0} \quad \underline{90,0118} \\
& \underline{56,5171} & \underline{2340,3075} \\
\text{és } \log d = \log & 56,5171 = 1,7521798 & \\
& -\log 2340,3075 = 3,3692729 & \\
& & \underline{0,3829069} - 2 \text{ és így } d = 0,024149 \\
M_{a+s} \text{ részére pedig } \log S_{40} & = \log 1701,7509 = 3,2308959 & \\
& \log L_{40} = \log 105,8112 = 2,0245316 & \\
& & \underline{\log M_{40} = 1,2063643} \\
\text{és így } M_{a+s} & = 16,0828. & \\
\text{A díjtartalék tehát :} & & \\
1 - 16,0828 \left(0,024149 + \frac{4}{104} \right) & + 0,024149 \frac{857,9744}{105,8112} & \\
\log 0,024149 & = 0,3829069 - 2 & \\
\log 857,9744 & = 2,9334794 & \\
& \underline{1,3163863} & \\
-\log 105,8112 & = 2,0245316 & \\
& \underline{0,2918547} - 1, \text{ ennek számja } 0,19581 & \\
\frac{4}{104} = \frac{1}{26} & = 0,038461 & \\
& \underline{0,024149} & \\
\log & 0,062610 = 0,7966437 - 2 & \\
\log 16,0828 & = 1,2063643 & \\
& \underline{0,0030080}, \text{ ennek számja } 1,0069 & \\
\text{mi által a díjtartalék} & 1,00000 & \\
& \underline{+0,19581} & \\
& 1,19581 & \\
& \underline{-1,00690} & \\
& 0,18891 & \\
\text{Ezer forint után tehát } & 188,91 \text{ frt.} &
\end{array}$$

Ha az s -dik díjfizetés nem azon év január 1-ső napján történt, hanem p nappal utána, akkor azon p nappal a risico a következő naptár-évbe átkerjed, és így azon p napra úgy, mint azt a 204-ik lapon láttuk, a risico értéke a díjtartalékhoz számítandó.

5. §. Ha a tőke nem csak halálesetében, hanem még akkor is fizetendő, midőn a biztosított egy előre meghatározott korévet elér.

Az egyszeri díj ez esetben (P. Sz. 384-ik lap.)

$$D_a = \frac{(S_a - qS_{a+1}) - (S_{a+s} - qS_{a+s+1})}{qL_a} + \frac{L_{a+s}}{L_a}$$

az r évi díj

$$d_a = \frac{(S_a - qS_{a+1}) - (S_{a+s} - qS_{a+s+1})}{q(S_a - S_{a+r})} + \frac{L_{a+s}}{S_a - S_{a+r}}.$$

E két képletben föltételezzük, hogy a az illető egyén kora, a biztosított 1 frt s év múlva fizetendő az életben maradt biztosítottnak vagy addigi halála esetében azonnal örökösének.

Itt is ugyanazon módon kell eljárunk, mint az előbbi esetekben. Ha ugyanis m év múlva kívánjuk tudni a díjtartalék nagyságát (hol azonban $m < s$ valamint $m < r$), D_{a+m} értékéből levonjuk a még $(r-m)$ évekig teljesítendő d_a évi-díj értékét, mely miután akkor a biztosított már $a+m$ éves

$$= d_a \left(M_{a+m} - \frac{S_{a+r}}{L_{a+m}} \right).$$

Az r -dik végén a díjtartalék már D_{a+r} és az s -dik év végén kell, hogy az $=1$ legyen.

6. §. Tőkebiztosítás bizonyos korévre.

Midőn a jelenleg a éves egyén az $a+n$ -dik korévet betölti, a biztosított 1 frt tőke kifizettetik. — A fizetés egyszerre vagy r éveken át történhetik.

A kiadások jelen értéke $= \frac{l_{a+n}}{q^n}$

a bevételeké $= x \left(l_a + \frac{l_{a+1}}{q} + \frac{l_{a+2}}{q^2} + \dots + \frac{l_{a+r-1}}{q^{r-1}} \right)$

r évi díjak mellett.

Egyszeri díj mellett $l_a y$.

A miből $y = \frac{L_{a+n}}{L_a}$

és $x = \frac{L_{a+n}}{(S_a - S_{a+r})}$ (Pol. Számt. 389-ik lapon).

Ez esetben a díjtartalék m év múlva, ha a fizetés egyszerre történt:

$$y_m = \frac{L_{a+n}}{L_{a+m}}.$$

Ha pedig r éven folyó :

$$\begin{aligned} y_m - \frac{x}{l_{a+m}} \left(l_{a+m} + \frac{l_{a+m+1}}{q} + \dots + \frac{l_{a+m+r-1}}{q^{r-m-1}} \right) &= \\ &= y_m - \frac{x}{L_{a+m}} (S_{a+m} - S_{a+m+r}) \end{aligned}$$

7. §. Tőkebiztosítás rövid időre.

Ha tőke csak az esetben fizetendő, ha az a éves egyén a következő n év alatt elhal, az egyszeri díj (P. Sz. 382-dik lapon) :

$$\delta = D_a - \frac{L_{a+n}}{L_a} \cdot D_{a+n}.$$

hol D az egész élettartamra szóló biztosítás jelenértéke az a és $(a+n)$ évesre nézve. — Az r évi díj pedig ez esetben :

$$\delta = \frac{d_a S_a - d_{a+n} S_{a+n}}{S_a - S_{a+r}}.$$

Ha már most a díjtartalékot m év múlva kívánom tudni ($m < n$ és $m < r$), akkor az akkori egyszeri díjból, mely :

$$D_{a+m} - \frac{L_{a+n}}{L_{a+m}} D_{a+n}$$

levonom a még $(r-m)$ évekig fizetendő évi díj jelenértékét, mi által származik :

$$\left\{ D_{a+m} - \frac{L_{a+n}}{L_{a+m}} D_{a+n} \right\} - \delta \left(l_{a+m} + \frac{l_{a+m+1}}{q} + \dots + \frac{l_{a+m+r-1}}{q^{r-m-1}} \right) : l_{a+m}$$

A mint $m=r$ vagy $m>r$, a tartalék az azon korévnek megfelelő *egyszeri díj*.

Megtörténik, hogy körülmények szerint a befizetett díjak visszaadása is kívántathatik. — Ez az eddig tárgyalt ese-

tek csak egyikénél fordul elő, midőn t. i. a tőke bizonyos korévre biztosítatik, és az előbbi elhalás esetében a befizetett díjak a kamat betudása nélkül visszaadandók. — Miután ez az eset kezeimbe került idegen nyelvű szakmunkákban hiányosan tárgyalatik, jónak láttam ez esetre nézve magát a díjszámítást előrebecsáttni.

B.

8. §. Tőkebiztosítás bizonyos korévre, a díjak visszaadásával a biztosított előbbi halála esetében.

A biztosított tőke legyen 1 forint, a biztosított koréve a , a tőke n év múlva fizetendő.

1). Egyszeri díjra :

n év múlva a társaság az életben maradt l_{a+n} élőknek fizet 1 forintenként, összesen . . . l_{a+n} frtokat. az elhalt $(l_a - l_{a+n})$ egyénnek a befizetett x díjt $(l_a - l_{a+n}) \cdot x$. Ezen fizetések jelenértéke :

$$\frac{l_{a+n} + (l_a - l_{a+n})x}{q^n}.$$

Mínt hogy azonban az elméleti x díj még a költségek miatt a pótlékkal nagyobbítatik, az elhaltak részére nem x hanem αx adatik vissza (10% pótlék mellett $\alpha = 1,1$); és így tulajdonképen a fentebbi képlet

$$\frac{l_{a+n} + (l_a - l_{a+n})\alpha x}{q^n}.$$

Ezen α az idegen munkákban hiányzik. A képlet összeállításból kitűnik, hogy a díjak visszaadása nem a biztosított elhaltakor, hanem csak az m -dik év lefolyta után történhet.

A bevétel l_a élőtől $l_a x$, és így

$$l_a x = \frac{l_{a+n} + (l_a - l_{a+n})\alpha x}{q^n}$$

$$x(l_a q^n - (l_a - l_{a+n})\alpha) = l_{a+n}$$

$$x = \frac{l_{a+n}}{l_a q^n - (l_a - l_{a+n})\alpha}; \text{ s osztva alsót felsőt } q^{a+n} \text{ által}$$

$$x = \frac{L_{a+n}}{L_a - (l_a - l_{a+n}) \frac{\alpha}{q^{a+n}}}. \text{ Az első év végén a díjtartalék lesz } x l_a q$$

A második év végén a díjtartalék kell hogy legyen $x l_a q^2$, a harmadik év végén $x q^3 l_a$ sat. legyen.

2) Lássuk már most az évdíjakat. — Ez esetre nézve a P. Sz.-ban 393-dik lapon levő lehozás használandó, ha hol az évi díjt y -nak, az elhaltak számát évről évre $t_{a+1} \dots$ nevezvén,

$$\frac{l_{a+n} + y(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1})}{q^n} = y q^a \left(\frac{l_a}{q^a} + \dots + \frac{l_{a+n-1}}{q^{a+n-1}} \right)$$

a hol az egyenlet első oldalán levő y még a fenn említett α -val szorzandó, mi által ered :

$$y = \frac{l_{a+n}}{q^{a+n}(S_a - S_{a+n}) - \alpha(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1})}$$

$$y = \frac{L_{a+n}}{(S_a - S_{a+n}) - \frac{\alpha}{q^{a+n}}(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1})}$$

Kérdés már most, hogy mimódon változik egy e nemű biztosításnál a díjtartalék ?

l_a egyén belépett y díjjal és így bevétel volt yl_a , az év végével tehát $yl_a q$. — Ehhez jön a második év kezdetén ismét y díj de csak l_{a+1} életől, és így a tartalék a második év végén :

$$yl_a q^2 + yl_{a+1} q$$

szintűgy a harmadik év végén :

$$y(l_a q^3 + l_{a+1} q^2 + l_{a+2} q) \text{ sat.}$$

Ezen tagokat még így is írhatni általánosságban :

$$y(l_a q^m + l_{a+1} q^{m-1} + \dots + l_{a+m-1} q);$$

minthogy pedig m év múlva l_{a+m} egyén lesz életben,

$$\frac{1}{l_{a+m}} y(l_a q^m + l_{a+1} q^{m-1} + \dots + l_{a+m-1} q) \text{ a díjtartalék,}$$

a mit még így is írhatni :

$$\frac{q_{a+m}}{l_{a+m}} y \left(\frac{l_a}{q^a} + \frac{l_{a+1}}{q^{a+1}} + \dots + \frac{l_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} \right)$$

$$\frac{1}{L_{a+m}} y (S_a - S_{a+m}) \text{ vagy helyettesítve } y \text{ értékét I).}$$

$$\frac{L_{a+n}}{L_{a+m}} \cdot \frac{(S_a - S_{a+m})}{(S_a - S_{a+n}) - \frac{a}{q^{a+n}}(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1})} \quad \text{II}.$$

Az I) alatti képlet igen kényes, és azt még így is írhatni:

$$\left(\frac{S_a}{L_{a+m}} - \frac{S_{a+m}}{L_{a+m}} \right) y = \left(\frac{S_a}{L_{a+m}} - M_{a+m} \right) y.$$

Az I) alatti képletben levő szorzója az y -nak kifejtetvén, évről évre mutatja a díjtartalék nagyobbodásának viszonyát, — ugyanis Carlisle szerint 4⁰/₀ számítván, a P. Sz. VIII)-dik táblázatából veszem S és L -nek értékeit.

Példa. Egy a fentebbi feltételek alatt biztosított gyermek részére miképen változnak az említett szorzók, ha a gyermek belépti koréve $a=5$, m pedig egymásután 1, 2, 3, 4... nek vétetik?

y -nak kívánt szorzója I) szerint

$$\frac{S_a - S_{a+m}}{L_{a+m}} = k_m$$

I) Ha $m=1$

$$S_5 = 11508,0064$$

$$S_6 = 10949,0958$$

$$558,9106 \text{ ennek log} = 2,7473423$$

$$\log L_6 \dots \dots \dots = 2,7225767$$

$$\log k_1 = 0,0247656 \text{ és } k_1 = 1,0586$$

II) Ha $m=2$

$$S_5 = 11508,0064$$

$$S_7 = 10421,1653$$

$$1086,8411 \text{ ennek log} = 3,0361660$$

$$\log L_7 = 2,6996523$$

$$\log k_2 = 0,3365137 \text{ és } k_2 = 2,1702$$

$m=5$ $S_5 = 11508,0064$

$$S_{10} = 8986,5287$$

$$2521,4777 \text{ ennek log} = 3,4016550$$

$$\log L_{10} \dots \dots \dots = 2,6398995$$

$$\log k_5 = 0,7617555 \quad k_5 = 5,7777$$

$$m=15 S_5=11508,0064$$

$$S_{15}=5384,6070$$

$$6123,3994 \text{ ennek } \log = 3,7869926$$

$$\log L_{20} \dots \dots = 2,4439513$$

$$\log k_{15} = 1,3430413 \quad k_{15} = 22,0313.$$

Ezen, e módon számított utolsó évi díjtartalékból az élő biztosítottak kapják a biztosított összegeket, az elhaltak részére pedig a befizetett díjak visszaadhatók. Az utolsó évi díjtartalék legyen l_{a+n} Ky, az eddig elhaltak száma mint tudjuk :

$$(l_a - l_{a+n}),$$

ezek által befizettetett :

$$y\alpha(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1});$$

ezt levonva l_{a+n} Ky-ból, kell hogy a maradék adja az életben maradt l_{a+n} egyénnek biztosított 1 forintot, azaz

$$l_{a+n}Ky - y\alpha(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1}) = l_{a+n}.$$

$$K = \frac{S_a - S_{a+n}}{L_{a+n}} \text{ lévén, származik :}$$

$$y \cdot \left(\frac{(S_a - S_{a+n})}{L_{a+n}} \cdot L_{a+n} \cdot q^{a+n} - \alpha(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1}) \right) = l_{a+n}$$

$$y \cdot \left((S_a - S_{a+n}) - \frac{\alpha}{q^{a+n}}(t_a + \dots + nt_{a+n-1}) \right) = L_{a+n}$$

a miből ismét

$$y = \frac{L_{a+n}}{(S_a - S_{a+n}) - \frac{\alpha}{q^{a+n}}(t_a + t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1})}$$

származik, jeléül annak, hogy az okoskodás és lehozás helyes.

A külföldi szakirodalomban oly nehéz lehozásokat és módokat találunk e feladat megoldására, hogy a képlet egyszerűsége meglepő. Látni, hogy k fentebbi értékeinek kifejtése által a kiházasítási biztosítások részére a számítások csak azon k tényezők előre meghatározását kívánják.

Az előbb nyert igen meglepő eredmény, még a következő vizsgálódásra indít :

Ugyan mi befolyást gyakorol a díjtartalékra a föltételezettől eltérő halandóság?

Ha a halandóság a föltételezetténél nagyobb, az eltérés

vagy az első vagy középső vagy a végső korévekben mutatkozhat, vagy pedig mindannyi korévekben. — A lehetlenséggel határos eset az, ha mindannyi biztosított a kitűzött határidőig elhal; ez a pénztárra nézve legelőnyösebb lenne, mert ez esetben mindannyi befizetett díjak kamatai megmaradnak, és csak maga a díj adandó vissza.

Minthogy azon díjak kamatai, a melyek az elhalt biztosítottak után egyszerűen visszafizettetnek, az életben maradtak javára esnek: látható, hogy az életben maradt biztosított mindig nagyobb összegben részesül, mint a mennyit befizetett díjai kitesznek, és így a biztosító pénztárra nézve csak az hozhatna veszélyt, ha kevesebb haláleset fordulna elő, mint föltételeztetett.

Előfordúlhat azonban az is, hogy a biztosítási korszak első éveiben több, a későbbi években pedig kevesebb egyén hal el mint föltételeztük; ez eset megítélésére csak a

$$y\alpha(t_a + 2t_{a+1} + \dots + nt_{a+n-1})$$

kifejezést kell bonczkés alá venni, melyből kitűnik, hogy a pénztárra nézve előnyösb, ha több évekig kapta a díjt és húzhatja azon több díjak többre menő kamatait, a mi megtörténik, ha az elhalás a későbbi évekre esik. Az olyan táblázat, mely kis halandóságot mutat, és a melyben aránylag több haláleset esik az első évekre, biztosabb a díjtartalékra nézve.

Előfordúlhat azon kívánság is, hogy halál esetében a díjak *azonnal* visszaadassanak. — Ez esetre nézve az egyszeri díjakra így okoskodom:

Az egyszeri díj legyen y , akkor a bevétel $y l_a$ a kiadások jelenértéke pedig

$$\alpha y \left(\frac{t_a}{q} + \frac{t_{a+1}}{q^2} + \dots + \frac{t_{a+n-1}}{q^n} \right) + \frac{l_{a+n}}{q^n}$$

$$\text{és így: } y l_a = y q^{a-1} (T_a - T_{a+n}) \alpha + \frac{l_{a+n}}{q^n}$$

$$y L_a = y \cdot \frac{\alpha}{q} (T_a - T_{a+n}) + L_{a+n} \quad \text{és}$$

$$y = \frac{L_{a+n}}{L_a - \frac{\alpha}{q} (T_a - T_{a+n})}$$

α itt ugyanazon értelemmel bír, mint a 210-dik lapon.

Lássuk már most a díjtartalék változását :

Az első év végén az összes tartalék :

$$l_a y q - t_a y \alpha = y(l_a q - \alpha t_a)$$

és egy egyén után :

$$\frac{y(l_a q - \alpha t_a)}{l_{a+1}}$$

A második év végén a díjtartalék :

$$y(l_a q - \alpha t_a) q - y \alpha t_{a+1} \quad \text{azaz}$$

$$y(l_a q^2 - \alpha t_a q - \alpha t_{a+1})$$

egy egyén után tehát

$$\frac{y(l_a q^2 - \alpha t_a q - \alpha t_{a+1})}{l_{a+2}}.$$

Ezt így folytatva a díjtartalék az m -dik év végén :

$$\frac{y(l_a q^m - \alpha t_a q^{m-1} - \alpha t_{a+1} q^{m-2} \dots \alpha t_{a+m-1})}{l_{a+m}}$$

és q^{a+m} -mel osztva

$$\frac{y \left(\frac{l_a}{q^a} - \left(\frac{t_a}{q^{a+1}} + \frac{t_{a+1}}{q^{a+2}} + \dots + \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m}} \right) \alpha \right)}{\frac{l_{a+m}}{q^{a+m}}}$$

a mi még így is írható :

$$\frac{y \left(L_a - \frac{1}{q} (T_a - T_{a+m}) \alpha \right)}{L_{a+m}}.$$

Az n -dik év végén tehát :

$$y \cdot \frac{\left(L_a - \frac{\alpha}{q} (T_a - T_{a+n}) \right)}{L_{a+n}};$$

ekkor már csak l_{a+n} egyén él, ezek mindegyike éppen egy forintot kapván, ez a díjtartalékból kitelik és

$$y \frac{L_a - \frac{\alpha}{q} (T_a - T_{a+n})}{L_{a+n}} = 1 \text{ és így ebből}$$

$$y = \frac{L_{a+n}}{L_a - \frac{\alpha}{q} (T_a - T_{a+n})} \text{ származik, a mi maga a}$$

díj képlete, jelölül annak, hogy a díjtartalék képlete az m -dik évre

$$L_a - \frac{1}{q}(T_a - T_{a+m})$$

$$y = \frac{L_{a+m}}{L_a - \frac{1}{q}(T_a - T_{a+m})}$$

egészen helyes.

Lássuk már most az évi díjknál a tartalék változását :
A P. Számtanban a 395-dik lapon az évi díj :

$$x = \frac{L_{a+2}}{S_a - S_{a+n} - \frac{\alpha}{q}(R_a - R_{a+n} - nT_{a+n})}$$

hol $R_a = T_a + T_{a+1} +$

Az első év végén a díjtartalék $l_a x q - \alpha x t_a$

$$= x(l_a q - \alpha t_a).$$

Az akkor élő l_{a+1} egyének mindegyikére esik tehát

$$x \cdot \frac{l_a q - \alpha t_a}{l_{a+1}} = x \cdot \frac{L_a - \alpha \cdot \frac{t_a}{q^{a+1}}}{L_{a+1}}$$

A második év végén az összes díjtartalék, miután t_{a+1} egyén elhalt és két évi díját kikapja :

$$x \left(\frac{l_a}{q^a} - \alpha \frac{t_a}{q^{a+1}} \right) q^{a+1} \cdot q + x l_{a+1} q - \alpha x \cdot 2 t_{a+1} = A.$$

hol $x l_{a+1} q$ a második év kezdetén bejött évi díjak értéke ugyanazon év végén, $\alpha x 2 t_{a+1}$ a második év végén elhalt egyének után visszaadandó 2 évi díj, tehát egy egyén után esik :

$\frac{A}{l_{a+2}}$, és q^{a+2} -vel osztván minden tagot, és rendezvén ered :

$$x \cdot \frac{\left(\frac{l_a}{q^a} + \frac{l_{a+1}}{q^{a+1}} \right) - \alpha \left(\frac{t_a}{q^{a+1}} + 2 \frac{t_{a+1}}{q^{a+2}} \right)}{L_{a+2}} \text{ vagyis folytatva :}$$

az m -dik év végéig :

$$x \cdot \frac{\left(\frac{l_a}{q^a} + \frac{l_{a+1}}{q^{a+1}} + \dots + \frac{l_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} \right) - \frac{\alpha}{q} \left(\frac{t_a}{q^a} + 2 \frac{t_{a+1}}{q^{a+1}} + \dots + m \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} \right)}{L_{a+m}}$$

Hol tudjuk (P. Sz. 395. lapon), hogy a felső második rekeszében levő sor semmi egyéb, mint :

$$R_a - R_{a+m} - m T_{a+m}$$

és így a díjtartalék képlete x nettodíj mellett

$$x \cdot \frac{(S_a - S_{a+m}) - \frac{a}{q}(R_a - R_{a+m} - mT_{a+m})}{I_{a+m}}$$

Mely képlet kiszámítása semmi nehézséget sem okozhat.

Mindkét esetben meglepő, hogy a tartalékban levő szorzója az x vagy y -nak, semmi egyéb, mint magának az x vagy y -nak megfordított képlete, csak hogy a biztosítás tartamát mutató n helyett benne a már a biztosítás alatt lefolyt évek száma m áll.

9. §. Az életjáradékok díjtartaléka.

Azon esetben, ha az életjáradék (nyugdíj) azonnal kezdetét veszi, azaz nincs évekre elhalasztva, bármikori értéke nem egyéb, mint az illető betét (Mise).

Ha a biztosított $m + \frac{n}{r}$ éves, akkor az $m+1$ éves betétét veszszük, azt $\left(1 - \frac{n}{r}\right)$ évre leszámítoljuk és még szorozzuk az $m + \frac{n}{r}$ évesre illő azon valószínűséggel, hogy az $m+1$ -dik évet elérje. Ha az illető betétet (Mise) M -el jelöljük, ezen díjtartalék :

$$M_{m+1} \times \frac{1}{q \frac{r-n}{r}} \times \frac{l_{m+1}}{l_{m+\frac{n}{r}}}.$$

Szintén ezen képlet használható az időszakonkénti életjáradék évről-évre változó díjtartalékainak meghatározására.

Lássuk már most az *elhalasztott és időszaki életjáradékot*. Ezen életjáradék biztosítása vagy úgy történik, hogy az illető díj egyszerre lefizetetik, vagy pedig, hogy azon díjfizetés több éveken át történik. — Ha a fizetés egyszerre teljesítetik, akkor a díjtartalék, a mindenkor egyszeri nettodíj, a mint az illető díjtáblázatban foglaltatik. — Ha azonban a díjfizetés éveken át történik, a díjtartalék következőképen változik :

Legyen az a éves után fizetendő évidíj x , az első év ele-

jén bevett x frt l_a biztosítottól ér az első év végén xl_aq forintot, és így a díjtartalék ez évre :

$$\frac{xl_aq}{l_{a+1}}.$$

A második év végén, ugyanúgy okoskodva, a díjtartalék

$$\frac{x(l_aq^2 + l_{a+1}q)}{l_{a+2}}$$

Az m -dik év végén a díjtartalék egy egyénre

$$\frac{x(l_aq^m + l_{a+1}q^{m-1} + \dots + l_{a+m-1}q)}{l_{a+m}} \dots (\beta)$$

Ha pedig az m -dik év végén a nyugdíj még nem veszi kezdetét, hanem még n évig nem fiztetetik életjáradék, a vagyon akkor

$$x(l_aq^m + l_{a+1}q^{m-1} + \dots + l_{a+m-1}q)q^n \dots$$

Az akkor élő $(a+m+n)$ évesek p évi életjáradéknak jelenértéke

$$l_{a+m+n} + \frac{l_{a+m+n+1}}{q} + \dots + \frac{l_{a+m+n+p-1}}{q^{p-1}}$$

a mi így is írható :

$$q^{a+m+n} \left(\frac{l_{a+m+n}}{q^{a+m+n}} + \dots + \frac{l_{a+m+n+p-1}}{q^{a+m+n+p-1}} \right) \\ = q^{a+m+n} (S_{a+m+n} - S_{a+m+n+p})$$

és így :

$$x(l_aq^m + l_{a+1}q^{m-1} + \dots + l_{a+m-1}q)q^n = q^{a+m+n} \\ (S_{a+m+n} - S_{a+m+n+p}) \\ x(S_a - S_{a+m}) = S_{a+m+n} - S_{a+m+n+p} \\ \text{és } x = \frac{S_{a+m+n} - S_{a+m+n+p}}{S_a - S_{a+m}}.$$

β -ból látni, hogy a díjtartalék az m -dik év végén

$$x \cdot \frac{S_a - S_{a+m}}{L_{a+m}} \text{ egy igen egyszerű képlet.}$$

Kérdés már most, hogy az előbb bekövetkezhető halálesetben a díjak visszafizetendők lévén, minő változás éri a díjtartalékot?

A pótlék által nagyított díj legyen αy , a tartalékba teendő elméleti díj y .

Az első év elején a betétel $l_a y$, az év végén értéke :

$$l_{a+1} y \cdot q.$$

Ebből levonandó az elhaltak után visszamenő αy díj, a maradék :

$$l_a y \cdot q - t_a \alpha y.$$

A második év végén a díjtartalék :

$$l_a y q^2 + l_{a+1} y q - (t_a \alpha y q + 2 t_{a+1} \alpha y)$$

Az m -dik év végén a díjtartalék :

$$y(l_a q^m + l_{a+1} q^{m-1} + \dots + l_{a+m-1} q) - \alpha y(t_a q^{m-1} + 2 t_{a+1} q^{m-2} + \dots + m t_{a+m-1}).$$

És az akkor élő l_{a+m} egyén között elosztván az összes tartalékot, egyre jut :

$$y \frac{q^{a+m} \left(\frac{l_a}{q^a} + \dots + \frac{l_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} \right) - \alpha q^{a+m-1} \left(\frac{t_a}{q^a} + 2 \frac{t_{a+1}}{q^{a+1}} + \dots + m \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} \right)}{l_{a+m}} \\ y \frac{(S_a - S_{a+m}) - \frac{\alpha}{q} \left(\frac{t_a}{q^a} + 2 \frac{t_{a+1}}{q^{a+1}} + \dots + m \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} \right)}{L_{a+m}}.$$

A díjtartalék általános képlete az m -dik év végén.

Ezen díjtartalékból könnyen lehet ismét a díj nagyságát kifejezni, mondván :

Ezen m -dik év végén kezdi meg a biztosított az életjáradékot vonni, ezen életjáradék akkori értékét B -nek nevezvén

$$y \frac{(S_a - S_{a+m}) - \frac{\alpha}{q} \sum \tau_a}{L_{a+m}} = B \\ \text{és } y = \frac{B L_{a+m}}{(S_a - S_{a+m}) - \frac{\alpha}{q} \sum \tau_a}$$

II. R É S Z.

Két életre kötött biztosítások díjtartalékja.

A.

Tőkebiztosítások.

10. §. Halálesetére.

A halálesetére vonatkozó tőkebiztosítások ismét kétfélék, mert ugyanis

α) a tőke vagy a két egyén akármelyikének halála után fizetendő, vagy pedig

β) csak az előre kitűzött egyén előbb történő halála esetében fizetendő.

α -hoz.

Tegyük föl, hogy az említett két egyén a és b éves, a párok száma pedig $l_a b_b$, az egyszeri díj legyen x , az évi díj y , akkor egyszeri díj mellett : az első évi bevétel $x l_a l_b$, ez az első év végén megnő $x l_a l_b q$ összegre, a miből az év végén előforduló halálesetek fizetendők. — Az év elején volt $l_a \times l_b$ párból felbomlik az első évben :

$$l_a l_b - l_{a+1} l_{b+1} \text{ pár,}$$

és így a díjtartalékból ezen párok mindegyike részére az 1 frt kifizettetvén, marad

$$x l_a l_b q - (l_a l_b - l_{a+1} l_{b+1})$$

A második évben a díjtartalék

$$x l_a l_b q^2 - [(l_a l_b - l_{a+1} l_{b+1}) q + (l_{a+1} l_{b+1} - l_{a+2} l_{b+2})]$$

Az m -dik évben pedig

$$\begin{aligned} x l_a l_b q^m - & [(l_a l_b - l_{a+1} l_{b+1}) q^{m-1} \\ & + (l_{a+1} l_{b+1} - l_{a+2} l_{b+2}) q^{m-2} \\ & - - - - - \\ & + (l_{a+m-1} l_{b+m-1} - l_{a+m} l_{b+m})] \end{aligned}$$

A rekeszes mennyiségeket kívül q^a -val szorozván, belül pedig osztván, ered

$$x l_a l_b q^m - q^m q^{a-1} \left[\left(\frac{l_a}{q^a} l_b + \frac{l_{a+1}}{q^{a+1}} l_{b+1} + \dots + \frac{l_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} l_{b+m-1} \right) - q \left(\frac{l_{a+1}}{q^{a+1}} l_{b+1} + \dots + \frac{l_{a+m}}{q^{a+m}} l_{b+m} \right) \right]$$

A fentebbi sorok összegjelét helyettesítve :

$$x l_a l_b q^m - q^{a+m-1} [(S_{a,b} - S_{a,b|m}) - q(S_{a,b|1} - S_{a,b|m+1})]$$

Ezen díjtartalékot az m -dik év végén élő $l_{a+m} l_{b+m}$ párok között elosztván, egy párra jut :

$$\frac{x \frac{l_a}{q^a} l_b - \frac{1}{q} [(S_{a,b} - S_{a,b|m}) - q(S_{a,b|1} - S_{a,b|m+1})]}{\frac{l_{a+m}}{q^{a+m}} l_{b+m}}.$$

Lássuk már most a díjtartalék állapotát évi díjak mellett. — Az évi díj legyen y akkor az m -dik év végén a bevételek értéke :

$$y(l_a l_b q^m + l_{a+1} l_{b+1} q^{m-1} + \dots + l_{a+m-1} l_{b+m-1} q),$$

a volt kiadások értéke az előbbiek szerint :

$$q^{a+m-1} [(S_{a,b} - S_{a,b|m}) - q(S_{a,b|1} - S_{a,b|m+1})]$$

A díjtartalék e két mennyiség különbsége. Ha e különbséget $l_{a+m} \times l_{b+m}$ ép párok számával osztom, és azután a felsőt és alsót q^{a+m} -el osztom, ered végre :

$$y \frac{(S_{a,b} - S_{a,b|m}) - \frac{1}{q} [(S_{a,b} - S_{a,b|m}) - q(S_{a,b|1} - S_{a,b|m+1})]}{L_{a,b|m}}.$$

Ha a díjfizetés csak m évre volna kikötve, az m -dik év díjtartalékához évről évre a kamatok csatolandók, a kielégített halálesetek száma pedig levonandó.

β -hoz.

Ha a biztosított 1 frt csak akkor fizetendő, ha az előre meghatározott A egyén előbb elhal mint B egyén, akkor a díjtartalék következő módon alakul :

Lássuk mindenekelőtt az m -dik év végén a volt kiadások értékét. — Az első évben :

Az $l_a l_b$ párokból $t_a l_{b+1}$ pár feloszlik az által, hogy A

elhal, B pedig életben marad, $t_a t_b$ pár pedig egészen kihal, ezek felénél felvehetjük, hogy A előbb halt el mint B , és így az első évben kifizetendő halálesetek száma

$$t_a l_{b+1} + \frac{1}{2} t_a t_b = t_a (l_{b+1} + \frac{1}{2} t_b)$$

a második évben $t_{a+1} (l_{b+2} + \frac{1}{2} t_{b+1})$

a harmadik évben $t_{a+2} (l_{b+3} + \frac{1}{2} t_{b+2})$

mindezek értéke az m -dik év végén :

$$t_a (l_{b+1} + \frac{1}{2} t_b) q^{m-1} + t_{a+1} (l_{b+2} + \frac{1}{2} t_{b+1}) q^{m-2} + \dots + t_{a+m-1} (l_{b+m} + \frac{1}{2} t_{b+m-1}) \dots (k)$$

A bevételek összes értéke az előbbi czikk szerint (220-dik lap).

egyszeri díj mellett $x l_a l_b q^n$

évi díjak mellett $y q^{a+m} (S_{a,b} - S_{a,b|m})$

és ha a fentebbi k sort q^{a+1} -val szorzom és osztom, valamint a rekeszben lévő mennyiségeket egyszerűség kedvéért sorban $l_{b+0,5}$, $l_{b+1,5}$, $l_{b+2,5}$, \dots nek nevezzük, a díjtartalék egyszeri díj mellett és egy biztosított pár után :

$$\frac{x L_{a,b} - \frac{1}{q} \left[\frac{t_a}{q^a} l_{b+0,5} + \frac{t_{a+1}}{q^{a+1}} l_{b+1,5} + \dots + \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} l_{b+m-0,5} \right]}{L_{a,b|m}}.$$

Évi díjak mellett pedig a díjtartalék :

$$\frac{y (S_{a,b} - S_{a,b|m}) - \frac{1}{q} \left(\frac{t_a}{q^a} l_{b+0,5} + \dots + \frac{t_{a+m-1}}{q^{a+m-1}} l_{b+m-0,5} \right)}{L_{a,b|m}}.$$

11. §. Tőkebiztosítás meghatározott korévre, az évi díjak csak addig fizetendőek, míg mindkét egyén életben van.

Ezen biztosítás-nem leginkább az úgynevezett kiházasítási biztosításoknál (Aussteuer-Versicherungen) fordul elő, hol a gyermeknek valamely tőkét biztosítanak oly módon, hogy a díj csak addig legyen fizetendő, míg a biztosított (p. o. az atya) és kedvezményezett (gyermek) együtt életben vannak.

Itt két eset lehetséges, ugyanis lehet a biztosítást kötni:

a) *A díjak visszaadása nélkül.*

Ekkor a díjtartalék meghatározása igen egyszerű. — Az egyszeri díj a $(a+m)$ évesre nézve itt is mint a 210. lapon y_{a+m} , ha pedig az évi díj az a évesre nézve x volt, akkor ennek bejötté függ a két egyén együtt éltétől. — A két életre vonatkozó előleges életjáradék jelenértéke legyen N , akkor a díjtartalék bizonyára

$$y_{a+m} - x \cdot N \quad \text{Itt} \quad x = \frac{L_{a+n,r}}{(S_{a,r} - S_{a+r,m})}$$

a hol r az atya beléptekori korát jelenti.

b) *A díjak visszaadásával.*

Ezen pont két esetet foglal magában, úgymint :

1). Ha a díjvisszaadás a biztosítási időszak végén történik.

2). Ha a díjvisszaadás a kedvezményezett elhalta után következik be.

1-sőhez.

Tegyük föl, miszerint a kedvezményezett (gyermek) k éves, a biztosító (az atya) pedig a éves, a biztosított $k+n$ korában kapja a biztosított összeget, ha pedig addig elhalna a kitűzött korévben, az addig fizetett díjak visszaadandók. — Ha a biztosítás egyszeri díjakra történt, akkor a díjtartalék számítása az előbbi cikkekben tárgyalattól el nem tér, és így csak azon második eset vizsgálendő, ha a biztosítás az évi díjak mellett történt.

Tegyük föl, hogy a párok száma $l_k l_a$, ezekből a jövő évre már csak $l_{k+1} l_{a+1}$ pár lesz életben, a második évre $l_{k+2} l_{a+2} \dots$. Csak azon párok tartoznak fizetni, hol atya és fiú él.

Az első évi bevétel x évi díj mellett $x l_k l_a$ ez az év végén ér $x l_k l_a q$ frtokat.

A második év végén a díjtartalék

$$x l_k l_a q^2 + x l_{k+1} l_{a+1} q$$

Így az n -dik év végén a díjtartalék

$$x(l_k l_a q^n + l_{k+1} l_{a+1} q^{n-1} + \dots + l_{k+n-1} l_{a+n-1} q)$$

és így n -év múlva egy biztosított párra esik

$$X \frac{(l_k l_a q^n + l_{k+1} l_{a+1} q^{n-1} \dots l_{k+n-1} l_{a+n-1} q)}{l_{k+n} l_{a+n}}$$

vagyis q^{k+n} által osztva alsót és felsőt:

$$X \frac{\left(\frac{l_k}{q^k} l_a + \frac{l_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + \dots + \frac{l_{k+n-1}}{q^{k+n-1}} l_{a+n-1} \right)}{\frac{l_{k+n}}{q^{k+n}} l_{a+n}} \\ = X \frac{S_{k,a} - S_{k,a+n}}{I_{k,a|n}} \dots (\beta).$$

A díjtartalék kell, hogy elegendő legyen az átvett kötelezettségek kielégítésére. Ezen kötelezettség kétnemű. — Először is ki kell fizetni a biztosított összeget az életben maradtaknak, és visszaadni az elhaltak által befizetett díjakat kamat nélkül.

Az életben maradtak száma $l_{k+n} l_{a+n}$, ezek mindegyikének egy forintot adván, a kiadás tesz összesen $l_{k+n} l_{a+n}$ forintokat.

Az első évben felbomlott párok száma $l_k l_a - l_{k+1} l_{a+1}$ a melyekben az atya elhalt és a gyermek él $t_a l_{k+1}$.

Párok a melyekben a fiú elhal, az atya pedig életben marad: $t_k l_{a+1}$.

Azon párok, hol az atya elhalt, a gyermek azonban él még, mint biztosítottak lépnek föl. — Azon párok részére pedig, hol az atya és gyermek elhal, vagy pedig a hol a gyermek elhal, az atya pedig életben marad, a díj visszaadandó lesz, és így a visszatérítés

$\alpha x(t_k l_{a+1} + t_k t_a)$; az első évi díjakból azonban az első évben maradt árvákból $(t_a l_{k+1})$ n év múlva még elhalt leendő $(t_a l_{k+1}) \frac{l_{k+n} - l_{k+1}}{l_{k+1}}$, ezek után szintén visszaadandó a díj, és így

a biztosítási időszak végén visszaadódik:

$$\alpha x(t_k l_{a+1} + t_k t_a + t_a [l_{k+n} - l_{k+1}]).$$

A második évben felbomlik:

$t_{k+1} t_{a+1}$ pár, melyben atya és gyermek elhalt.

$t_{k+1} l_{a+2}$ „ „ a gyermek elhalt, az atya él és még származik

$l_{k+2} t_{a+1}$ „ „ árva gyermek.

Ezek után visszaadandó :

$$2\alpha x(t_{k+1}t_{a+1} + t_{k+1}l_{a+2} + t_{a+1}(l_{k+n} - l_{k+2}))$$

és így végre az utolsó n évek részére :

$$n(\alpha x)(t_{k+n-1}t_{a+n-1} + l_{a+n}t_{k+n-1}).$$

Mindezt még így is írhatni sorba helyezve :

$$\alpha x \left\{ \begin{array}{ccc} t_k t_a & + t_k l_{a+1} & + t_a (l_{k+n} - l_{k+1}) \\ + 2t_{k+1} t_{a+1} & 2t_{k+1} l_{a+2} & + 2t_{a+1} (l_{k+n} - l_{k+2}) \\ + 3t_{k+2} t_{a+2} & \vdots & \\ \dots & \vdots & \\ \dots & \vdots & + (n-1)t_{a+n-2} (l_{k+n} - l_{k+n-1}) \\ + nt_{a+n-1} t_{k+n-1} & + nt_{k+n-1} l_{a+n} & \dots \end{array} \right\}$$

vagy :

$$\alpha x \left\{ \begin{array}{c} t_k (t_a + l_{a+1}) + l_{k+n} (t_a + 2t_{a+1} + \dots + (n-1)t_{a+n-1}) \\ 2t_{k+1} (t_{a+1} + l_{a+2}) \left(\begin{array}{c} + t_a l_{k+1} \\ + 2t_{a+1} l_{k+2} \\ + \dots \\ + (n-1)t_{a+n-2} l_{k+n-1} \end{array} \right) \\ \vdots \\ nt_{k+n-1} (t_{a+n-1} + l_{a+n}) \end{array} \right\}$$

Minthogy $t_a + l_{a+1} = l_a$

$t_{a+1} + l_{a+2} = l_{a+1}$ stb. áll még :

$$\alpha x \left\{ \begin{array}{l} (t_k l_a + 2t_{k+1} l_{a+1} + \dots + nt_{k+n-1} l_{a+n-1}) + l_{k+n} (t_a + 2t_{a+1} + \dots + (n-1)t_{a+n-1}) \\ - (n-1)t_{a+n-2} (t_a l_{k+1} + 2t_{a+1} l_{k+2} + \dots + (n-1)t_{a+n-2} l_{k+n-1}) \end{array} \right\}$$

melyben a sorokat e végre külön számítva,

$$t_k l_a + 2t_{k+1} l_{a+1} + \dots = G_{k,a} \text{ -nek}$$

$$t_a + 2t_{a+1} + \dots = I_a \text{ -nak}$$

$$t_a l_{k+1} + 2t_{a+1} l_{k+2} + \dots = N_{a,k+1} \text{ -nek nevezvén a halál-}$$

esetek kiegyenlítésére fordítandó

$$\alpha x (G_{k,a} + l_{k+n} I_a - N_{a,k+1})$$

A mit az előbb nyert tartalékkal egyeztetvén, ered :

$$x \frac{S_{k,a} - S_{k,a|n}}{L_{k,a|n}} \cdot l_{k+n} l_{a+n} = l_{k+n} l_{a+n} + \alpha x (G_{k,a} + l_{k+n} I_a - N_{a,k+1})$$

$$\text{minthogy } L_{k,a|n} = \frac{l_{k+n}}{q^{k+n}} \cdot l_{a+n}, \text{ még áll, hogy :}$$

$$x(S_{k,a} - S_{k,a|n})q^{k+n} = l_{k+n} l_{a+n} + \alpha x (G_{k,a} + l_{k+n} I_a - N_{a,k+1})$$

Ezt pedig osztva q^{k+n} -el :

$$x(S_{k+a} - S_{k,a|n}) = L_{k+n|a+n} + x \frac{\alpha}{q_{k+n}} (G_{k,a} + l_{k+n} I_a - N_{a,k+1})$$

maga x pedig :

$$x = \frac{L_{k+n|a+n}}{(S_{k,a} - S_{k,a|n}) - \frac{\alpha}{q_{k+n}} (G_{k,a} + l_{k+n} I_a - N_{a,k+1})}$$

b) Ha a díjak visszaadása azon évben történik, a melyben a gyermek elhal.

Itt a díjtartalék évről évre kettős változásnak van alávetve. Ugyanis nevezzük a párok számát úgy mint az előbbi cikkben $l_{k|a}$ -nak, akkor y díj mellett az első évi bevétel :

$$y l_{k|a}$$

ez az év végéig megér :

$$y l_{k|a} q \text{ frtokat.}$$

Minthogy azonban azon gyermekek részére, kik az évben elhalnak, a díjak azonnal visszaadandók, levonandó leend :

1-ször. Azon párok díja, melyekben a gyermek elhal, az atya pedig életben marad,

$$\alpha y (t_{k|a+1}).$$

2-szor. Azon párok díjai, a melyekben atya és gyermek elhalt,

$$\alpha y (t_{k|a});$$

a díjtartalék tehát az első év végén :

$$y l_{k|a} q - \alpha y (t_{k|a} + t_{k|a+1})$$

A második év kezdetén a még egész $l_{a+1} l_{k+1}$ párok mindegyike befizeti az y díjat, ez által a díjtartalék a második év végén

$$y (l_{k|a} q^2 + l_{k+1} l_{a+1} q) - \alpha y (t_{k|a} q + t_{k|a+1} q + l_{a+1} q);$$

ebből azonban levonandó :

1-ször. Az ez évben a gyermek halála által felbomlott párok ekkor már kétszer kifizetett díjai

$$\alpha y \cdot 2 (t_{k+1} l_{a+2})$$

2-szor. Azon párok díjai, a melyekben atya és gyermek elhalt, a mi

$$\alpha y \cdot 2 (t_{k+1} t_{a+1})$$

3-szor. Az előbbi évben árván maradt $(t_a l_{k+1})$ gyermek közül is elhal némelyik, és pedig :

$$(t_a l_{k+1}) \frac{t_{k+1}}{l_{k+1}} = t_a t_{k+1} \text{ gyermek,}$$

és így a díjtartalék a második év végén

$$y(l_k l_a q^2 + l_{k+1} l_{a+1} q) - \alpha y[(t_k t_a q + t_k l_{a+1} q) + 2(t_{k+1} t_{a+1} + t_{k+1} l_{a+2}) + t_a t_{k+1}].$$

A harmadik év kezdetén befizettetik ismét $(l_{k+2} l_{a+2})y$; ez az előbbi díjtartalékkal az év végéig megnő ez összegre :

$$y(l_k l_a q^3 + l_{k+1} l_{a+1} q^2 + l_{k+2} l_{a+2} q) - \alpha y[(t_k t_a q^2 + 2t_{k+1} t_{a+1} q) + (t_k l_{a+1} q^2 + 2t_{k+1} l_{a+2} q) + t_a t_{k+1} q].$$

Ebből levonandók az év végén előforduló kiadások, a melyek :

1. A már háromszor befizetett díjak, hol a gyermek és atya az évben elhalt,

$$\alpha y.3(t_{k+2} t_{a+2})$$

2. A szintén már háromszor fizetett díjak, a hol az év alatt a gyermek elhalt, az atya pedig életben maradt.

$$\alpha y.3(t_{k+2} l_{a+3})$$

3. Végre azon árvák díjai, a melyek az évben elhaltak, ugyanis :

Az első évi árvákból $(t_a l_{k+1})$ elhal a harmadik év alatt :

$$t_a l_{k+1} \frac{t_{k+2}}{l_{k+1}} = t_a t_{k+2};$$

szintúgy a második év árváiból elhalt $t_{a+1} t_{k+2}$ gyermek, csak hogy ez utóbbiak már kétszer fizettek díjt, és így az összes visszatérítés :

$$\alpha y(3t_{k+2} t_{a+2} + 3t_{k+2} l_{a+3} + t_a t_{k+2} + 2t_{a+1} t_{k+2}).$$

és így a maradék a harmadik év végén :

$$y(l_k l_a q^3 + l_{k+1} l_{a+1} q^2 + l_{k+2} l_{a+2} q) - \alpha y[(t_k t_a q^2 + 2t_{k+1} t_{a+1} q + 3t_{k+2} t_{a+2}) + (t_k l_{a+1} q^2 + 2t_{k+1} l_{a+2} q + 3t_{k+2} l_{a+3}) + (t_a t_{k+1} q + 2t_{a+1} t_{k+2}) + (t_a t_{k+2})].$$

E kifejezés első sorában könnyű a továbbfejlesztés törvényét látni, csak az elhalt árvákra vonatkozó utolsó tagok igényelnek még némi magyarázatot.

Az első év végén még az elhalt ez évi árvák nem hoztatnak számításba, mert már azon párokban foglaltatnak, hol atya és gyermek elhalt.

Az első évben árván maradt gyermekek száma $t_a l_{k+1}$

A 2-dik „ „ „ „ „ $t_{a+1} l_{k+2}$

A 3-dik „ „ „ „ „ $t_{a+2} l_{k+3}$ sat.

A második évben elhal azon első évi árvákból

$$t_a l_{k+1} \frac{t_{k+1}}{l_{k+1}} = t_a t_{k+1}$$

A harmadik évben elhal :

az első évi árvákból $t_a t_{k+2}$

a második évi $t_{a+1} l_{k+2}$ árvákból pedig

$$t_{a+1} l_{k+2} \frac{t_{k+2}}{l_{k+2}} = t_{a+1} t_{k+2}$$

összesen tehát $= t_a t_{k+2} + t_{a+1} t_{k+2}$

A negyedik évben szintűgy $= t_a t_{k+3} + t_{a+1} t_{k+3} + t_{a+2} t_{k+3}$

Az m-dik évben $= t_a t_{k+m-1} + t_{a+1} t_{k+m-1} + \dots + t_{a+m-2} t_{k+m-1}$

A visszaadandó díjak pedig :

Az első évben elhalt árvák után misem, ezek már a kihalt párokban foglaltatnak.

A második évben : az első évi árvák elhalt része által egyszer fizetett díj $\alpha y t_a t_{k+1}$.

A harmadik évben : az első évi árvák ez évben elhalt része által egyszer fizetett díj $\alpha y t_a t_{k+2}$, a második évi árvák elhalt része által kétszer fizetett díj $2 t_{a+1} t_{k+2} \cdot \alpha y$.

A negyedik évben :

Az első évi árvák elhaltjai után $\alpha y t_a t_{k+3}$

A 2-dik „ „ „ „ $2 \alpha y t_{a+1} t_{k+3}$

A 3-dik „ „ „ „ $3 \alpha y t_{a+2} t_{k+3}$

Az m-dik évben pedig szintűgy okoskodva, a visszatérítés

$$\alpha y (t_a t_{k+m-1} + 2 t_{a+1} t_{k+m-1} + \dots + (m-1) t_{a+m-2} t_{k+m-1})$$

Mindezen visszatérítések az év végén történnek, és így minden már teljesített visszafizetések értéke az m-dik év végével

$$\alpha y \{ t_a t_{k+1} q^{m-2}$$

$$+ (t_a t_{k+2} + 2 t_{a+1} t_{k+2}) q^{m-3}$$

$$+ (t_a t_{k+3} + 2 t_{a+1} t_{k+3} + 3 t_{a+2} t_{k+3}) q^{m-4}$$

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$$

$$+ (t_a t_{k+3} t_{k+m-1} + 2 t_{a+1} t_{k+m-1} + \dots + (m-1) t_{a+m-2} t_{k+m-1}) \}$$

Ezt még így is írhatom :

$$q^m \alpha y \left\{ t_a \left(\frac{t_{k+1}}{q^2} + \frac{t_{k+2}}{q^3} + \dots + \frac{t_{k+m-1}}{q^m} \right) \right. \\
+ 2t_{a+1} \left(\frac{t_{k+2}}{q^3} + \dots + \frac{t_{k+m-1}}{q^m} \right) \\
+ 3t_{a+2} \left(\frac{t_{k+3}}{q^4} + \dots + \frac{t_{k+m-1}}{q^m} \right) \\
- - - - - \\
- - - - - \\
\left. + (m-1)t_{a+m-2} \left(\frac{t_{k+m-1}}{q^m} \right) \right\}$$

kivül q^{k-1} -el szorozva, belül pedig minden tagot q^{k-1} -el osztva, ered

$$\alpha y \cdot q^{k+m-1} \left\{ t_a \left(\frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} + \dots + \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} \right) \right. \\
+ 2t_{a+1} \left(\frac{t_{k+2}}{q^{k+2}} + \dots + \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} \right) \\
+ 3t_{a+2} \left(\frac{t_{k+3}}{q^{k+3}} + \dots + \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} \right) \\
- - - - + (m-1)t_{a+m-2} \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} \left. \right\}$$

Ha már most a leszámított elhaltak sorát

$$\frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} + \frac{t_{k+2}}{q^{k+2}} + - - - = T_{k+1} \text{-nek nevez-}$$

zük, előbbi kifejezésünk ezzé változik :

$$\alpha y q^{k+m-1} \left\{ t_a (T_{k+1} - T_{k+m}) + 2t_{a+1} (T_{k+2} - T_{k+m}) \right. \\
+ 3t_{a+2} (T_{k+3} - T_{k+m}) \\
\left. + (m-1)t_{a+m-2} (T_{k+m-1} - T_{k+m}) \right\}$$

a mit így is írhatok :

$$\alpha y q^{k+m-1} \left\{ t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots + (m-1)t_{a+m-2} T_{k+m-1} \right. \\
\left. - T_{k+m} (t_a + 2t_{a+1} + 3t_{a+2} + \dots + (m-1)t_{a+m-2}) \right\} \dots \gamma$$

az utolsó részben levő mennyiségeket Σt_a -al jelölván :

$$\alpha y q^{k+m-1} \left\{ (t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots + (m-1)t_{a+m-2} T_{k+m-1}) \right. \\
\left. - T_{k+m} \Sigma t_a \right\}$$

Ugyanazon m -dik év végén a befizetések értéke az előbbieik szerint :

$$y(l_k l_a q^m + l_{k+1} l_{a+1} q^{m-1} + \dots + l_{k+m-1} l_{a+m-1} q^{m-(m-1)}) \dots (\delta)$$

Továbbá az elhalt többi gyermekek (nem árvák) részére a visszatérítések értéke a biztosítás tartamának m -dik évében:

$$\alpha y \left\{ (t_k t_a q^{m-1} + 2t_{k+1} t_{a+1} q^{m-2} + \dots + m t_{k+m-1} t_{a+m-1}) \right. \\ \left. + (t_k l_{a+1} q^{m-1} + 2t_{k+1} l_{a+2} q^{m-2} + \dots + m t_{k+m-1} l_{a+m}) \right\}$$

kivül q^{k-1} -el szorozva, belül pedig minden tagot q^{k-1} -vel osztva, cred:

$$\alpha y q^{m+k-1} \left\{ \left(\frac{t_k}{q^k} t_a + 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} t_{a+1} + \dots + m \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{t_k}{q^k} l_{a+1} + 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+2} + \dots + m \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} l_{a+m} \right) \right\}$$

és minthogy $t_a + l_{a+1} = l_a$; $t_{a+1} + l_{a+2} = l_{a+1} \dots$ sat.

$$\text{és } \frac{t_k}{q^k} (t_a + l_{a+1}) = \frac{t_k}{q^k} l_a; \quad 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} (t_{a+1} + l_{a+2}) = 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1}; \text{ sat.}$$

előbbi kifejezésünk

$$\alpha y q^{m+k-1} \left\{ \frac{t_k}{q^k} l_a + 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + 3 \frac{t_{k+2}}{q^{k+2}} l_{a+2} + \dots \right. \\ \left. + m \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} l_{a+m-1} \right\} \dots (\varepsilon).$$

A díjtartalék elemei γ , δ , ε , értékekben foglaltatnak, miután az m -dik év végén nem lehet egyéb, mint

$$\delta - \gamma - \varepsilon$$

helyettesítve:

$$y q^{k+m} \left(\frac{l_k}{q^k} l_a + \frac{l_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + \dots + \frac{l_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} l_{a+m-1} \right) \\ - \alpha y q^{k+m-1} \left[(t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots + (m-1)t_{a+m-2} T_{k+m-1}) \right. \\ \left. + \left(\frac{t_k}{q^k} l_a + 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + \dots + m \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} l_{a+m-1} \right) \right. \\ \left. - T_{k+m} \Sigma t_a \right] \dots (\Lambda)$$

Az m -dik évben kéznél levő díjtartalék kell hogy elegendő legyen az akkor élő gyermekeknek a biztosított egy forintot adhatni. Kérdés már most, hogy hány gyermek létezik ezen m -dik évben?

Az összes gyermekek száma $l_k l_a$ volt; ezt azon valószínűséggel szorozván, hogy egy k éves gyermek a $k+m$ -dik évet eléri, cred:

$$l_k l_a \frac{l_{k+m}}{l_k} = l_{k+m} l_a$$

És így (A) értékét ezzel egyenletbe hozván, származik:

$$\begin{aligned} y q^{k+m} \left\{ \left(\frac{l_k}{q^k} l_a + \frac{l_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + \dots + \frac{l_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} l_{a+m-1} \right) \right. \\ \left. - \frac{\alpha}{q} \left[(t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots + (m-1)t_{a+m-2} T_{k+m-1}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{t_k}{q^k} l_a + 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} + \dots + m \frac{t_{k+m-1}}{q^{k+m-1}} \right) l_{k+m-1} \right] - T_{k+m} \Sigma t_a \right\} = \\ = l_{k+m} l_a \end{aligned}$$

Ha itt:

$$\begin{aligned} \frac{t_k}{q^k} l_a + 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + \dots = H_k \\ t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots = G_k \\ y = \frac{l_{k+m} l_a : q^{k+m}}{(S_{k,a} - S_{k,a|m}) = \frac{\alpha}{q} \{ G_k + H_k - T_{k+m} \Sigma t_a \}} \end{aligned}$$

Ha Chisholm munkájából akarjuk e képlet segédszámait használni, következő változást kell tennünk:

1-ször. A 2 egyénre vonatkozó L és S számokban a leszámolás ott az idősb életkora szerint történt, és így:

$$S_{k,a} - S_{k,a|m} \text{ helyébe } (S_{k,a} - S_{k,a|m}) q^{a-k} \\ \frac{l_{k+m}}{q^{k+m}} l_a = L_{k+m} l_a, \quad \frac{l_{k+m} l_a}{q^k} q^{a-(k+m)} \text{ teendő; továbbá}$$

2-szor. Chisholmnál a halottak leszámítása egygyel magasabb hatványban történt mint az illető egyén koréve, és így:

Chisholm szerint:

$$\frac{t_a}{q^{a+1}} + \frac{t_{a+1}}{q^{a+2}} + \dots \text{ sor} = T_a$$

Az általunk képezett T_a pedig

$$\frac{t_a}{q^a} + \frac{t_{a+1}}{q^{a+1}} + \dots \text{ sort jelentvén,}$$

ha Chisholm-ból vesszük T_a értékeit, egyenletünkben T_a helyett qT_a teendő, mi által:

$$y = \frac{l_{k+m} l_a q^{a-(k+m)}}{(S_{k,a} - S_{k,a|m}) q^{a-k} - \alpha \{ G_k + H_k - T_{k+m} \Sigma t_a \}}$$

Ezen általános képletben előforduló G , H , Σt_a minde-

nek előtt minden korkülönbségre nézve készítendő, és csak azután lehet az évidijak számításába bocsátkozni.

Itt mellékelek egy példát, hol a korkülönbség 25 évnek van felvéve, azaz a melyben $(a-k)=25$ és $k+m=24$.

Az első táblázatban G_k és H_k értékei vannak $4^0/0$ -kal képezve. — Ugyanis az első rovat számainak soronkénti összeadása által felfelé, származtak a második rovat számai, a második rovatnak fokenkénti összeadása által a harmadik rovat tagjai.

Így : a második rovat képzése :

$$44256,69=44256,69$$

$$44256,69+47521,55=91778,24$$

$$91778,24+48353,43=140131,67 \text{ sat.}$$

A 3-dik rovat képzése a másodikból :

$$44256,69=44256,69$$

$$44256,69+91778,24=136034,93$$

$$136034,93+140131,67=276166,60 \text{ sat.}$$

Miután G és H értékei megvannak, Σt_a számíttatott.

$$\Sigma t_a = t_a + 2t_{a+1} + \dots + (m-1)t_{a+m-2} \text{ lévén}$$

az elhaltak száma a 25-dik korévtől fogva a II-dik tábláza első rovatába jött egész $t_{a+m-2} = t_{25+24-2} = t_{47}$ -ig, és ezen tagokból, ismételt összeadás által, úgy mint előbb, Σt_a készült.

I.

G és H értékei, 25 évi korkülönbség mellett,
 a Carlisleféle nagyobb halandósági táblázat szerint 4%-kal
 T , t , l ... értékei Chisholm munkájából vannak véve.

(1.)

K	$t_a T_{k+1}$	$t_a T_{k+1} +$ $+ t_{a+1} T_{k+2} + \dots$ $= P$	$G = t_a T_{k+1} +$ $+ 2t_{a+1} T_{k+2} +$ $+ 3t_{a+2} T_{k+3}$ $+ \dots$
0	113633,40	1320251,59	14191217,56
1	86519,86	1206618,19	12870965,97
2	70341,61	1120098,33	11664347,78
3	66361,04	1049756,72	10544249,45
4	65072,70	983956,80	9494482,73
5	60783,95	918322,98	8510535,93
6	57232,11	857539,03	7592212,95
7	53854,74	800306,92	6734673,92
8	51231,44	746452,18	5934367,00
9	50005,29	695220,74	5187914,82
10	48969,21	645215,45	4492694,08
11	48775,25	596246,24	3847478,63
12	48550,80	547470,99	3251232,39
13	48297,30	498920,19	2703761,40
14	49609,92	450622,89	2204841,21
15	52302,04	401012,97	1754218,32
16	53191,64	348710,93	1353205,35
17	53226,38	295519,29	1004494,42
18	51777,29	242292,91	708975,13
19	50383,95	190515,62	476682,22
20	48353,43	140131,67	276166,60
21	47521,55	91778,24	136034,93
22	44256,60	44256,69	44256,69
23	0,	0,	0,

(2.)

K	$\frac{t_k}{q^{k+1}}l_a$	$\frac{t_k}{q^{k+1}}l_a + \frac{t_{k+1}}{q^{k+2}}l_{a+1} \dots$ =R	$H = \frac{t_k}{q^{k+1}}l_a +$ $+ 2\frac{t_{k+1}}{q^{k+2}}l_{a+1} + 3 \dots$
0	8699791,	20025528,7	67229249,08
1	3679874,	11325737,7	47203720,38
2	2600727,	7645863,7	35877982,68
3	1356102,	5045136,7	28232118,98
4	941351,5	3689034,7	23186982,28
5	539533,6	2747683,2	19497947,58
6	348019,6	2208149,6	16750264,38
7	234276,7	1860130,0	14542114,78
8	165315,8	1625853,3	12681984,78
9	120764,4	1460537,5	11056131,48
10	101009,0	1339773,1	9595593,98
11	102757,2	1238764,1	8255820,88
12	100913,6	1136006,9	7017056,78
13	98980,37	1035093,3	5881049,88
14	99814,32	936112,93	4845956,58
15	105917,5	836298,61	3909843,65
16	108002,4	730381,11	3073545,04
17	104856,7	622378,81	2343163,93
18	99374,48	517522,11	1720785,12
19	94159,02	418147,63	1203263,01
20	89197,79	323988,61	785115,38
21	82531,92	234790,82	461126,77
22	78181,85	152258,90	226335,95
23	74077,05	74077,05	74077,05

II.

 Σt_a , $L_{24,a}$ és $S_{k,a}$ értékei.

(1.)

Σt_a				
a	t_a	$t_a + t_{a+1} + \dots$	$\Sigma t_a = t_a + 2t_{a+1} + \dots$	$\log \Sigma t_a$
25	43	1358	17528	4,2437324
26	43	1315	16170	4,2087100
27	45	1272	14855	4,2001662
28	50	1227	13583	4,1329957
29	56	1177	12356	4,0918779
30	57	1121	11179	4,0484030
31	57	1064	10058	4,0025116
32	56	1007	8994	3,9539529
33	55	951	7987	3,9023837
34	55	896	7036	3,8473258
35	55	841	6140	3,7881684
36	56	786	5299	3,7241939
37	57	730	4513	3,6544653
38	58	673	3783	3,5778363
39	61	615	3110	3,4927604
40	66	554	2495	3,3970705
41	69	488	1941	3,2880255
42	71	419	1453	
43	71	348	1034	
44	71	277	686	
45	70	206	409	
46	69	136	203	
47	67	67	136	

(2.)

L _{24,a} -ra nézve			S _{k,a} -ra nézve		
a	L _{24,a}	logL _{24,a}	k	a	S _{k,a}
25	13057650,0	7,1158651	0	25	271409318,0
26	12463601,0	7,0956435	1	26	249356201,0
27	11895931,0	7,0753983	2	27	231545945,0
28	11349541,0	7,0549783	3	28	215917091,0
29	10818092,0	7,0341838	4	29	201974081,0
30	10299780,0	7,0128279	5	30	189188233,0
31	9803580,2	6,9913848	6	31	177364621,0
32	9330313,6	6,9699008	7	32	166310964,0
33	8880572,2	6,9484417	8	33	155920137,1
34	8453184,9	6,9270203	9	34	146117161,3
35	8045535,9	6,9055548	10	35	136847353,8
36	7656740,5	6,8840438	11	36	128069417,3
37	7284563,1	6,8624034	12	37	119753170,3
38	6928354,4	6,8406301	13	38	111879297,0
39	6587488,0	6,8187197	14	39	104427893,3
40	6258893,1	6,7964976	15	40	97379804,2
41			16	41	90720282,7
42			17	42	84439297,0
43			18	43	78523037,0
44			19	44	72954854,3
45			20	45	67715638,6
46			21	46	62787276,3
47			22	47	58151605,3
48			23	48	53790772,1
			24	49	49687795,6

III.

K	$S_{k a}-S_{24 49}=\frac{v}{t}$	$G+H$	$T_{24}\Sigma t_a$	$\frac{(G+H-)}{T_{24}\Sigma t_a}=\frac{v}{v}$	$\log v$
0	221721522,4	81420466,64	11211430	70209036	7,8463928
1	199668405,4	60074686,35	10342580	49732106	7,6966367
2	181853149,4	47542330,46	10141100	37401230	7,5728858
3	166229295,4	38776368,43	8687899	30088469	7,4783999
4	152286285,4	32681465,01	7903087	24778378	7,3940726
5	139500437,4	28008483,51	7150260	20858223	7,3192772
6	127676825,4	24342477,33	6433143	17909334	7,2531003
7	116623168,4	21276788,70	5752701	15524087	7,1910060
8	106232341,5	18616351,78	5108608	13507743	7,1305827
9	96429365,7	16244046,30	4500333	11743713	7,0698055
10	87159558,2	14088288,06	3927239	10161049	7,0069381
11	78381621,7	12103299,51	3389322	8713977	6,9402164
12	70065374,7	10268289,17	2886584	7381705	6,8681566
13	62191501,4	8554811,28	2419664	6135147	6,7878249
14	54740097,7	7050797,79	1989203	5061594	6,7042872
15	47692008,6	5664061,97	1595840	4068221	6,6094046

III.

K	$\log \left(\frac{\alpha}{q^{a-k}v} \right)$	$\frac{\alpha}{q^{a-k}v} = w$	$\frac{(S_{k-a}-S_{24 49})}{-w} = \beta$	$\log \beta =$ alsó logarja	$\log L_{24 a} q^{-m}$
0	7,5007405	31676750	190044772	8,27884	6,70706
1	7,3509844	22438010	177230395	8,24854	6,70388
2	7,2272335	16874600	164983549	8,21743	6,70066
3	7,1327476	13575550	152653745	8,18370	6,69728
4	7,0484203	11179440	141106845	8,14953	6,69352
5	6,9736249	9410764	130089673	8,11421	6,68919
6	6,9074480	8080683	119596142	8,07773	6,68478
7	6,8453537	7004122	109619046	8,03988	6,68033
8	6,7849304	6094393	100137948	8,00057	6,67591
9	6,7241532	5298503	91130862	7,95966	6,67152
10	6,6612858	4584434	82575124	7,91685	6,66709
11	6,5945641	3931552	74450069	7,87186	6,66261
12	6,5225043	3330461	66734913	7,82435	6,65800
13	6,4421726	2768041	59423460	7,77396	6,65326
14	6,3586349	2283678	52456419	7,71980	6,64839
15	6,2637523	1835491	45856517	7,66140	6,64320

IV.

k	A dij logarja	k	A dij logarja	k	A dij logarja	k	A dij logarja	k	Évdij 100 frt után
0	6,70706 8,27884 0,42822—2	5	6,68919 8,11421 0,57498	9	6,67152 7,95966 0,71186	13	6,65326 7,77396 0,87930	0 f.	2,680 2,874 3,042
1	6,70706 8,24854 0,45852—2	6	6,68478 8,07773 0,60705	10	6,66709 7,91685 0,75024	14	6,64839 7,71980 0,92859	1	3,263 3,499 3,758
2	6,70066 8,21743 0,48323—2	7	6,68033 8,03988 0,64045	11	6,66261 7,87186 0,79075	15	6,64320 7,66140 0,98180	2	4,046 4,370 4,735
3	6,69728 8,18370 0,51358	8	6,67591 8,00057 0,67534	12	6,65800 7,82435 0,83365			3	5,151 5,626 6,177
4	6,69352 8,14953 0,54399							4	6,818 7,574 8,484
								5	9,590

V.

	P ₁	G ₁	R ₁	H ₁
0	1024732,30	8162334,09	19508006,69	56193067,68
1	911098,90	7137601,79	10808215,69	36685061,99
2	824579,04	6226502,89	7128341,69	25876845,30
3	754237,43	5401923,85	4527614,69	18748504,61
4	687876,39	4647686,42	3171512,69	14220889,92
5	622803,69	3959810,03	2230161,19	11049376,23
6	562019,74	3337006,34	1690627,59	8819215,04
7	504787,63	2774986,60	1342607,99	7128587,45
8	450932,89	2270198,97	1108331,29	5785979,46
9	399701,45	1819266,08	943015,49	4677648,17
10	349696,16	1419564,63	822851,09	3734632,68
11	300726,95	1069868,47	721242,09	2912381,59
12	251951,70	769141,52	618484,89	2191139,50
13	203400,90	517189,82	517571,29	1572654,61
14	155103,60	313788,92	418590,92	1055083,32
15	105493,68	158685,32	318776,60	636492,40
16	53191,64	53191,64	212859,10	317715,80
17			104856,70	104856,70

A II-dik táblázat 2-dik és 3-dik rovatába $L_{24,a}$ és $S_{k,1a}$ értékei helyezvék, ezen számok Chisholmból vannak véve.

A III-dik táblázat első rovatában

$$S_{0,25} - S_{24,49} \quad S_{2,27} - S_{24,49}$$

$$S_{1,26} - S_{24,49} \quad S_{3,28} - S_{24,49} \text{ sat. értékek vannak.}$$

A következő rovatban áll $G+H$ (I-ből véve).

A harmadik rovatban áll $T_{24} \Sigma t_a$ a melyben

$$T_{24} = 639,6153, \Sigma t_a \text{ pedig I-ből van véve.}$$

Ezután következik a két utolsó rovat két számainak különbsége, végre ezen különbség logarja.

A IV. táblázat első rovatába van téve $\left(\frac{\alpha}{q^{a-k}v}\right)$ -nek logaritmusa. $\alpha=1,2$ -nek van véve, azaz a nettodíjakhoz 20% pótlék föltételezve, $\frac{\alpha}{q^{a-k}}$ értéke tehát ez esetben

$$\frac{1.2}{1.04^{25}}$$

A következő rovatok fejéből könnyen látható a rovat tartalma, és a képezés módja. Az utolsó rovatban áll

$$\log L_{24,25q^{-24}}, \log L_{24,26q^{-23}}, \log L_{24,27q^{-22}}, \dots$$

Végre az ötödik táblázatban :

$$\log L_{24,a} q^{-m} - \log \beta$$

levonások történtek, mi által a díj logaritmusát nyertem.

Ezen tábla utolsó rovatában állanak a díjak 100 frt biztosított tőke után. — Így például a $k=6$ -nak megfelelő 4,05 a minek értelme a következő :

A 31 éves atya (25 évvel idősb a gyermeknél) évenként 4 frt 5 krt fizet a végre, hogy a jelenleg 6 éves gyermek, ha 24-dik korévét betölti, 100 frt tőkét kapjon. — Ha az atya előbb elhal (azaz $25+18=43$ -dik koréve előtt): nem fizettetik több díj, és az életben maradt gyermek 24-dik korévében kikapja a 100 forintot. — Ha azonban a gyermek azon 24-dik korévének betöltése előtt elhalna, a befizetett díjak örökösének (szülői és testvérei) vagy bárkinek kiadatnak.

20% mellett az összes díj volna :

netto díj frt 4.05

pótlék 20% 81

4.86

Ha már most nem a 24-dik korév, hanem a 18-dik vétetik p. o. határúl, akkor a képlet e két esetben ezzé változik:

$$y_{24} = \frac{L_{24,a} q^{-m}}{S_{k,a} - S_{24,49} - \frac{\alpha}{q^{a-k}} \{ G + H - T_{24} \Sigma t_a \}}$$

$$y_{18} = \frac{L_{18,a} q^{-m}}{S_{k,a} - S_{18,43} - \frac{\alpha}{q^{a-k}} \{ G_1 + H_1 - T_{18} \Sigma' t_a \}}$$

E két képletben csak G és H értékek kívánnak vizsgálatot, t. i. azt akarjuk kutatni, hogy ugyanazon korkülönbség mellett a G és H értékeiből, amelyek a 24-dik évre vonatkoznak, nem lehetne-e a 18-dik korévre vonatkozó G_1 és H_1 értékeket kifejezteni?

$$G = t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + 3t_{a+2} T_{k+3} + \dots (m-1)t_{a+m-2} T_{k+m-1}$$

$$G_1 = t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + 3t_{a+2} T_{k+3} + \dots (n-1)t_{a+n-2} T_{k+n-1}$$

Ha t. i. $n+k=18$ vagyis
midőn $k+m > n+k$, egyenlő k mellett.

$$G_1 = G - (nt_{a+n-1} T_{k+n} + (n+1)t_{a+n} T_{k+n+1} + \dots + (m-1)t_{a+m-2} T_{k+m-1})$$

A rekeszben levő mennyiség még így is írható :

$$(n-1)(t_{a+n-1} T_{k+n} + t_{a+n} T_{k+n+1} + \dots) + (t_{a+n-1} T_{k+n} + 2t_{a+n} T_{k+n+1} + \dots (m-n)t_{a+m-2} T_{k+m-1}).$$

Az első rekeszben levő mennyiség nem egyéb, mint az első táblázatban levő P összeg a $(k+n-1)$ -dik korévre, a második rekesz összege pedig az első táblázatban levő G érték szintén a $(k+n-1)$ évesre nézve.

E szerint

$$G_1 = G - (n-1) P_{n+k-1} - G_{n+k-1}.$$

Továbbá H -ra nézve szintűgy

$$H_1 = H - n R_{n+k} - H_{n+k}.$$

Itt mellékelve látni az ötödik táblázatban G_1 és H_1 értékeit, ha a korkülönbség 25 év, és a biztosított tőke a gyermek 18-dik korévében kifizetendő. — Az V -ben levő értékeket I -ből is nyerhetem.

Példa. Határoztassék meg az első táblázatból G értéke, ha a gyermek 9 éves.

Itt $k=9$, $n=9$ és így az első táblából

$$\begin{array}{rcl}
 G_1 & = & G_9 - 8P_{87} - G_{17} \\
 P_{17} & = & 295519,29 \\
 (n-1) & \dots\dots\dots & 8 \\
 \hline
 & & 2364154,32 \\
 G_{17} & = & 1004494,42 \\
 \hline
 & & 3368648,74
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 G_9 & = & 5187914,82 \\
 & & -3368648,74 \\
 \hline
 G_1 & = & 1819266,08
 \end{array}$$

úgy mint az az V-dik táblázatban áll.

Ha az alapúl vett halandósági táblázatban megnyughatunk, a díjtartalék meghatározására a következő eljárás ajánlkozik mint legegyszerűbb: — A megfelelő díjtartalék-számlának minden történt befizetések az üzlet év végéig eső kamatokkal együtt javára irandók, és ellenkezőleg a történt díjvisszaadások pedig terhére iratnak, az egyenlet azután a kívánt díjtartalékot adja.

A díjtartalék pedig az r -dik év végén a biztosításmódnál:

a) Bevétel:

$$y(l_k l_a q^r + l_{k+1} l_{a+1} q^{r-1} \dots l_{k+r-1} l_{a+r-1} q)$$

Ebből kiadatott, mint a gyermekek halála által okozott kiadás (ϵ) szerint:

$$\begin{aligned}
 & \alpha y q^{k+r-1} \{ (t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots (r-1)t_{a+r-2} T_{k+r-1}) \\
 & \quad - T_{k+r}(t_a + 2t_{a+1} \dots + (r-1)t_{a+r-2}) \}
 \end{aligned}$$

Továbbá (γ) szerint:

$$\begin{aligned}
 & \alpha y q^{k+r-1} \{ (t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots + (r-1)t_{a+r-2} T_{k+r-1}) \\
 & \quad - T_{k+r}(t_a + 2t_{a+1} \dots + (r-1)t_{a+r-2}) \}
 \end{aligned}$$

Ezen 2 utolsó kifejezést levonva a legelsőből marad:

$$\begin{aligned}
 & y q^{k+r} \left(\frac{l_k}{q^k} l_a + \frac{l_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + \dots + \frac{l_{k+r-1}}{q^{k+r-1}} l_{a+r-1} \right) \\
 & - \alpha y q^{r+k-1} \left\{ \left(\frac{t_k}{q} l_a + 2 \frac{t_{k+1}}{q^{k+1}} l_{a+1} + \dots + r \frac{t_{k+r-1}}{q^{k+r-1}} l_{a+r-1} \right) + \right. \\
 & \quad \left. + (t_a T_{k+1} + 2t_{a+1} T_{k+2} + \dots + (r-1) S_{a+r-2} T_{k+r-1}) \right. \\
 & \quad \left. - T_{k+r}(t_a + 2t_{a+1} \dots + (r-1) S_{a+r-2}) \right\}
 \end{aligned}$$

Ha pedig egyszerűsítés kedvéért a már használt betűket alkalmazzuk a sorok megjelölésére, származik

$$\begin{aligned}
 & y q^{k+r} (S_{k,a} - S_{k,a+r}) - \alpha y q^{r+k} \{ G_{1,a,k} + H_{1,a,k+r} \\
 & \quad - T_{k+r} (\Sigma t_{a+r-1}) \} = A
 \end{aligned}$$

Hol a nagy rekesz előtt álló q^{-1} elvész, lásd a 231-dik lapot.

Mint hogy pedig azon r -dik év végén még

$$l_k l_a \frac{l_{k+r-1}}{l_k} \text{ azaz } l_a l_{k+r-1}$$

gyermek van életben, a díjtartalék ezen év végén, az $(r-1)$ díjfizetés megtörténte előtt :

$$\frac{A}{l_a l_{k+r+1}}.$$

B.

12. §. Nyugdíj-biztosítások.

Itt csak azon eset kíván különös magyarázatot, midőn A egyén halála után B-nek, míg ez életben van, fizetendő az 1 forint nyugdíj.

Ha a biztosítás egyszeri díj mellett történt a díjtartalék nem lehet egyéb, mint az illető pár emelkedő korévével emelkedő egyszeri nettodíj. — Ha azonban a biztosítás évi díjak mellett történt, következő úton lehet a díjtartalékot kimutatni:

Az A egyén kora legyen a , B-é pedig b , a párok száma legyen $l_a l_b$; akkor, y évi díj mellett az m -dik év végén a díjtartalék :

az egyszeri díj, levonván ebből a még hátralevő fizetések jelenértékét.

Az egyszeri díj legyen $D_{a,b|m}$, ha a díjfizetés még meg nem történt, a hátralevő fizetések úgy tekinthetők, mint a két egyesített élet előleges évjáradéka, melyet $M_{a,b|m}$ -nek nevezvén a díjtartalék

$$D_{a,b|m} - M_{a,b|m}.$$

Ez által, úgy hiszem, minden a gyakorlati életben előforduló kérdés megoldottnak tekinthető, és a kifejtett elyek alapján minden matematikus képes a díjtartalékot életbiztosító társulatoknál vizsgálat alá venni és meghatározni.

AZ ÚJABB VEGYTAN IRÁNYELVEIRŐL.

SZÉKFOGLALÓLAG ÉRTEKEZIK NOV. 11. 1861.

THANN KÁROLY L. T.

M á s o d i k é r t e k e z é s.

Napjainkban a természettudományok, különösen a vegy- és természettan eredményei, részint azon nagy szerepnél fogva, melylyel a felvilágosodás folyamatában részt vesznek, részint pedig általánosan ismert alkalmazásaik által, a társas élet minden viszonyaira, oly befolyással vannak, és a kor szellemének annyira sajátos jellemet kölcsönöznek, hogy általuk jelenünk az emberi-nem művelődésének történetében korszakot alkotóvá lőn.

Nem lesz tehát talán érdektelen, ha jelen székfoglaló értekezésemben e tudományok egyik nevezetes ágának a vegytannak irányelveit tárgyalni, és azon befolyást, melyet azok az újabb vegytan haladására gyakoroltak, fejtegetni megkísértem.

A jelenségekről szóló természettudományokban, tehát a vegytanban is, az ismereteket tapasztalás útján szerezzük. A tudomány kísérleti részének legközelebbi feladata a nevezett úton adatokat gyűjteni. A kísérletileg több oldalulag megállapított adatot ténynek nevezzük.

A fürkésző emberi szellem természeténél fogva az egyes tények ismeretével nem elégszik meg, a jelenségek közti benső összefüggés felismerése, azok végső okainak fellelése, képesek értelmünket teljes mértékben kielégíteni.

Az emberi értelem ezen sajátos hajlamánál fogva, már indokolva van a természetbuvárnak minden abbéli törek-

vése, hogy a jelenségek természettudományában, az úgynevezett elméletet megalapítsa és művelje. De eltekintve ezen magasabb és elvont céltól, az elmélet a tudomány általános fejlődésére nézve is hasznos, sőt elmondhatjuk, a természettudományok jelen állapotában elkerülhetlen szükséges is.

Hasznos, mert elmélet nélkül a pusztá empiria sötéttségében barangolva csak véletlenségek által juthat használható eredményekre, míg az inductio hathatós segítségével felépített elmélet által vezényelt tapasztalat, amannak fényétől megvilágított biztos úton halad a cél felé, melyet ha elért, azon biztosítékkal érte el, hogy nem tévedhetett. Kell-e példákat felhoznom állításom bizonyítására? Csak azt kérdem, mikor jutott volna a vegytan tudományos létének oly késő kelete után, a parány elmélete nélkül oda, hol most van? Vagy nem csupán az elmélet világa mellett tette Leverrier a csillagászat legnagyobbyszerű felfödözését, a Neptunét? Megemlítem-e a Newton által előidézett reformációját a természettudománynak?

Elkerülhetlenül szükségesnek tartom az elmélet fejlesztését a természettudományokban azért is, mert a tapasztalati adatok özönének ez adván összefüggő és okszerű magyarázatot, e tudományok tanulmányozása általa véghetetlenül könnyítettik, és csakis az elmélet az, mi a természettudományokat egyszerűsítheti, és tágasabb körök számára élvezhetővé teszi azoknak gyümölcseit.

Elméletinek nevezem pedig azon tudományt, melyben a tények változatlan, szükségszerű törvényeknek feltétlen alárendelése felismertetett, és a közöttük létező összefüggés azokból megmagyarázható. A gondolkodástan szabályai azt követelik, hogy minden elméleti tudományban a különös az általánosnak föltétlenül alá legyen rendelve, vagyis, hogy az első az utóbbiban tökéletesen befoglaltassék. Arra nézve, hogy az ily alárendeltség tökéletes legyen, egy legfelsőbb általános kívántatik meg, melynek végre minden hozzátartozó különös alá van rendelve, és a mely maga már semmi másnak alá nem rendelhető. Azon legfelsőbb általános, mely más te-

kintetben nem lehet ismét különös, „elv“nek (principium, alapelv) neveztetik.

Ámbár ily értelemben vett elmélet a vegytanban mai napig csak a vérmes ohajtások közé tartozik, és eddig a természettudományok közt legfőlebb csak az elméleti erőműtan-, csillagászat- és láttanban van részben létesítve; és ámbár nem valószínűtlen, hogy a vegytant illetőleg annak megalapítása és kifejtése későbbi nemzedéknek jut osztályrészül: mindazáltal nem tartom idő előtti törekvésnek vagy feleslegesnek az elméleti vegytan fő elveinek tárgyalását. A csillagászat története világosan tanúsítja, hogy mielőtt az elmélet megállapíttatik, az inductio vezérelveivel tisztába kell lennünk, azaz, mielőtt azon valóságos közelebbi okot ismernők, mely a természet jelenségeinek valamely közös osztálya felett uralkodik, szükséges elébb tudnuuk, hogy általában miféle nemű végső okok szolgálhatnak alapul a nevezett jelenségek magyarázatára. Régente épen nem tudták a csillagászok, miből volna a bolygók mozgásának oka magyarázható, míg Huygensnek a központifutómozgás törvényei körül tett felfedezései által kitűnt, hogy a bolygók mozgása a központi mozgásnak erőműtani fejtményéül tekintendő, miáltal a nehézkedés elmélete nem volt ugyan megállapítva, mindazáltal kijelölte azon utat, melyet Newtonnak követnie kellett, hogy a nevezett elméletet létre hozza.

Elvonás (abstractio) által vagyunk képesek a legfőbb elveket fölállítani. Ellenben az inductio feladata, a legfőbb elvekkel összhangzó tények egybevetése által, a jelenségek mennyiségtani (vagy mértani) szerkesztését (constructio) eszközölni, és így az egyes tények közti törvényszerű összefüggést kikutatni, melyet azután „tantételnek“ nevezünk. Az elméletileg is tökéletesen kifejlett tudományban a tételek tehát kétféleképen állapíthatók meg: 1-ször az által, hogy a legfőbb elvekből rendszeres okoskodás útján lehozatnak, (deductio). 2-szor inductio útján a tények egybevetése által. Ha e különmemű úton nyert eredmények, minden következményeikben egybevágók, egyszersmind arról is kezeskednek,

hogy a jelenségek valódi okát találtuk fel, és hogy az alapúl vett szemlélődések helyesek voltak.

Ama nagy eredmények, melyeket a franczia és angol tudomány az elmélet terén Bacon ideje óta felmutathat, nagyobbbrészt e módszer által lőnek elérve, és ez által különbözik amaz a régibb német természetbölcseészettől, melyről egy kitünő német tudós a következőket mondja: „visszatekintünk rája, mint a kihalt fára, mely a legszebb lombokkal és legpompásabb virágokkal diszlett, de semmi gyümölcsöt nem termett.“ *)

Más alkalommal volt szerencsém a Tek. Akadémiával a tiszta vegytan feladata felől nézeteimet megismertetni, „Az elméleti vegytan feladata és jelen állapota“ czimű értekezésben. Az ott fölemlített szemlélődések folytán nézetem szerint az elméleti vegytan csak úgy fogta föl helyesen földadatát, ha a vegytani jelenségeket tisztán erőműtani folyamatoknak tekinti, miután az elvonás (abstractio) útján ama szemlélődésekből önként következik, hogy a vegytani jelenségek végelemzetben az anyag legkisebb részecskéi között kölcsönösen ható, vonzó és taszító erőkre vezethetők vissza.

Azon elvek, melyek az ily értelemben vett vegytani elmélet fejlődésére nézve irányadók, felfogásom szerint a következők:

- 1-ör. Az anyag állandósága (Constanz der Materie).
- 2-or. Az anyag különváltsága (Discontinuität der Materie).
- 3-or. Az erő állandósága (Constanz der Kraft).

Ezen elvek elsejét csak röviden és általánosságban fogom tárgyalni, mert a vegytanban már régibb idő óta meg lévén honosítva, befolyása általánosabban ismeretes; mi az erő állandóságának elveit illeti, egy későbbi külön értekezés tárgyává szándékom azt tenni, részint mivel a nevezett elv az eddigi vegytanban még igen csekély alkalmazást nyert, melyet inkább a tudomány legközelebbi jövőjétől remélhetünk, részint mivel nagy fontosságánál fogva oly terjedelmet igényelne, mely ezen értekezés határait túlhaladná. Jelen érte-

*) Lásd: Chemische Briefe von J. Liebig 4-te Aufl. 1859. 28. l.

kezésemben tehát tüzetesebben a 2-dik vagyis az anyag különváltságáról szóló elv tárgyalásába bocsátkozom, miut olyannak, mely leghathatósabb befolyással volt a vegytan tudományos épületének jelen állapotára, és a legújabb időben benne történt változásokra.

Az anyag állandóságának elve oly igazság, melynek megismerésére tisztán szemléleti úton is eljuthatni, az említett elv a bölcsészeti alaptételek közé tartozván. A halhatatlan Lavoisier volt első a vegyészek közt, ki a mérleg alkalmazása által, korának körülményeihez képest bámulandó szabatossggal bizonyította be kísérletileg, hogy ha különböző testek egymással vegytanilag egyesülnek, a származott új test, habár sajátosságaira nézve egészen elütő is az előbbiektől, összes súlyára nézve semmi változást nem szenvedett, azaz a vegyülés által származott új test súlya tökéletesen egyenlő a vegyülés előtti különmemű testek súlyának összegével, és viszont, ha valamely test vegytani átalakulás következtében egymástól és az eredeti testtől lényegesen különböző anyagokra bomlik szét, a származott új testek súlyának összege egyenlő a bomlás előtti test súlyával.

Lavoisier e korszakot alkotó vizsgálatait által tapasztalatilag lön bebizonyítva, hogy a vegytani átalakulásoknál az anyag tömegéből semmi el nem vesz és nem gyarapodik, azaz tömegére nézve állandó; ugyanezen kísérletek által honosított meg a vegytan terén az anyag állandóságának elve, és az első franczia forradalom óta a jelenkorig minden vegyész tapasztalatait által kétségbevonhatlan igazsággá avatott fel.

Ezen elv legközelebbi befolyása a vegytanra az ábrándos phlogiston-elmélet tökéletes megsemmisítése volt; ez képzé keletkezése óta a vegytudomány egyedüli biztos alapját, melyen a tudomány épülete nyolcz évtized lefolyása után óriási mérvben áll előttünk. Lavoisier óta ezen igazság a vegytan irányadó elve lett, és mint ilyennek köszönhetjük, a vegytan egyszerű ugyan, de magasztos vegymértani (stöchiometriai) törvényeinek fölfedezését. Ez teremtette a mennyiségi vegyelemzést (quantitative Analyse), mely hatalmas és úgyszólván egyedüli eszköze volt mindeddig a vegyésznek

a vegytani igazságok és törvények kutatásánál; úgy annyira, hogy bátran elmondhatjuk, miszerint az újabb vegyészeti csaknem minden irománya, végelemzetben ezen alapigazság közvetlen vagy közvetett kifolyása. Ha ezen elv termékenységét illő mérvben akarnám vázolni, azt csak úgy érhetném el, ha Lavoisier-től kezdve napjainkig híven leírnám a vegytan történetét.

Miután ezen elv vezérlete mellett az állandó- és sokszoros aránylatok és az egyenérték törvényei, mint a vegytan alaptörvényei megismertettek: Dalton átható szellemének és Berzelius bámulatos tehetségeinek köszönjük, hogy e törvények és a velök összefüggésben levő tények tiszta és átlátszó magyarázatot nyertek, az általam felsorolt elvek másodika, az anyag különváltsága által. *)

Mily jótékony befolyással volt ezen elv mindjárt kezdetben a vegytan fejlődésére, felesleges fejtegetnem, mert a legegyszerűbb ismeretség a vegytannal azonnal meggyőző mindenkit arról, hogy e nélkül a vegytan semmit sem képes megmagyarázni, és hogy benne haladás a nélkül alig lehetséges.

Az anyag különváltságának elve rendszeren parányelmélet névvel jelöltetik; szándékosan mellőztem ezen elnevezést, mert félreértésekre adhatna alkalmat.

Mindenki tudja, hogy a természettudósok parányelmélete ellen egy időben a speculativ bölcsészek egy része, nem tudom jól mi oknál fogva, irtó háborút kezdett, mely számtalan meddő vitára és üres speculációra szolgáltatott alkalmat, és avval végződött (ha már csakugyan bevégződött), hogy a természettudósok nézetök helyességéről, sőt szükségessé voltáról is azóta jobban meggyőződtek, míg a bölcsészek nevezett része erősen hiszi a dynamicus elv dogmáját.

A vegytani jelenségek mennyiségtani elméletének megalapítására nézve egyelőre egészen közönyös dolog, vajjon a

*) Azon módosításokat illetőleg, melyeket Dalton parányelmélete, e törvények értelmezésére vonatkozólag a legújabb időben szenvedett, lásd „A tud. vegytan feladata és jelen állapotáról“ szóló értekezésemet, a M. tud. Akad. Értesítőjében.

testek oszthatók-e vég nélkül vagy nem; annyi bizonyos, hogy a dynamicus felfogás szerint, mely azt tartja, hogy a vegyület képződésénél az alkatrészek egymást a szó szoros értelmében áthatják (mit megvallom én képzelni sem igen tudok), nem is sejthetni, miként lehessen a nevezett jeleneteket, a mennyiségtani természetbölcsészet alapelveire visszavezetni, és azokból megmagyarázni, miután a bölcsészet nevezett nem nem egyéb mint tiszta mozgástan, melynek alaptételeit a mozgás phoronomiai törvényei képezik. Ha különvált részeket nem képzelünk a testekben, még kevésbbé képzelhetjük ama részecskék mozgásait, azaz nem vezethetjük vissza a vegytani jelenségeket amaz elvekre, mert mennyiségtani szerkesztésre csak azon jelenségek (változások) alkalmasak, melyeknek folyamata a mozgásban áll.

Mielőtt a vegytani jelenségeknek (vegyfolyamatok) az az eddig mondottak szerinti értelmezésére áttérnék, félreértések elkerülése végett szükségesnek tartom fönnebb említett értekezésemben kifejtett néhány fogalom rövid ismételését. A nevezett helyen terjedelmesen fejtegettem azon indokokat, melyek bennünket feljogosítanak „a gázok hasonló szerkezete” czimű tétel igazságának elismerésére, mely tételnek lényege következőkép fejezhető ki : „*a gázok (és gőzök) egyenlő térfogatában ugyanazon nyomás- és hőmérséknél a tömegek száma ugyanaz.*” E tételből kiindulva az anyag szerkezete, a vegyület, keverék, vegyparány és elem fogalmai nagy szababatsággal a következőképen határozhatók meg :

Minden test végetlen kicsinységű tömegekből (Molecul, aprórészecskékből) áll, melyek tovább vagy nem oszthatók, vagy ha igen, az osztott részek nem csak tömegökre, de sajátágaikra nézve is különbözök az eredeti testtől, azaz, mint a vegyészek szokták kifejezni, az utóbbi esetben a tömegs vegytani bomlást szenved.

A vegytanilag egynemű (homogen) test tömegei egyenlők, két különnemű test tömegei pedig különfélék. Azon test, mely különnemű tömegekből áll, legyenek ezek bár physikailag egymással egyesülve, vagy nem, vegytani értelemben keveréknek (Mixtum, Gemenge) neveztetik. A test

tömecei köztük ható tömecserek által (Molekulärkräfte) egyensúlyban vannak, mely egyensúly természetétől függnék a test külső (physikai) tulajdonai.

A tömecs (Molekul) maga, *változatlan tömegű részecskék* (parányok) *erőműltani szerkezete, melyek központi* (azaz vonzó és taszító) *erők befolyása alatt egyensúlyban vannak.* A tömecset bolygórendszerünkhöz hasonlíthatjuk, melyben az egyes parányok olyan szerepet játszanak, milyent a bolygók bolygórendszerünkben.

A vegyparány (egyszerű gyök l. a.) oly tömegrészre vonatkozó fogalom, mely a tömecsnek egy részét képezi, és tömegére (rel. súlyára) nézve minden *eddig* ismert vegytani átalakulásnál változatlan.

Az úgynevezett elem a vegyülettől abban különbözik, hogy az elsőnek tömece egynemű vegyparányokból van alkotva, míg az utóbbi különemű vegyparányok szerkezete.

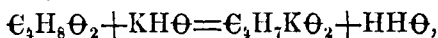
Ugyanazon helyen, hol e fogalmakról szólottam, szemléletileg iparkodtam megmutatni, hogy általában a tömecs egyensúlyi szerkezetének természetétől, illetőleg a tömecset képző parányok kölcsönös helyzetétől (távolköz *), bizonyos iránybani symmetricus elrendezés sat.) függ leginkább az egyes testeknek lényeges vegytani jelleme és sajátsága, és hogy az alkatrészek úgynevezett qualitativ sajátságainak e tekintetben nem szabad oly nagy befolyást tulajdonítanunk, mint ez a régibb vegyészeknél történt, kik a testek közötti különbségeket egyedül az alkatrészek qualitativ különféleségéből, vagy legfeljebb azoknak különféle relativ mennyiségéből iparkodtak megmagyarázni.

Kétségtelen adatokat nyújt fönnebbi állításom bizonyítására a vegytani tapasztalat is. Az úgynevezett szorosabb értelemben vett egyméretű (isomer) testek, melyek a szerves anyagok között igen számosan fordulnak elő, ugyanazon alkatrészeket ugyanazon súlyarányban tartalmazzák, sőt tömecsúlyuk is egyenlő nagyságú; mindamellett vegytani (sőt külső) sajátságaik, bomlási terményeik, sat. egymástól

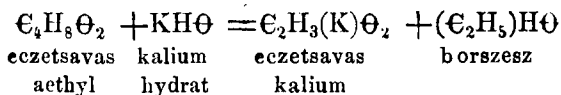
*) Distantia.

tökéletesen eltérők, annyira, hogy a vegytanban egészen járatlan is első pillanatra megismeri, hogy különféle testek.

A vajsav például és az eczetsavas aethyl mindketten ugyanazon tömescsképlettel $C_4H_8O_2^{**})$ bírnak. Ha a vegyületek sajátosságai és vegytani jelleme csupán az alkatrészek minőségétől és relativ mennyiségétől függene: e két testnek azonosnak kellene lennie. Mindenki tudja azonban, hogy az, mit vajsavnak nevezünk, az eczetre emlékeztető átható savanyú szagú és ízű folyadék, mely vízzel minden arányban keverhető, 157^0 C-nál forr, míg az eczet-aether könnyű mozgékony-ságu kellemes frissítő aethernemű szagga¹ bir, vízben oldhatlan, fajsúlya a vajsavénál sokkal kisebb, és már 74^0 C foknál forr. Amaz a kék lakmuszt vörösre festi, az utóbbi legkisebb hatást sem gyakorol rá. Az első kaliumhydráttal cserebomlás útján vajsavas kaliumot és vizet képez



míg az eczetsavas aethyl ugyanazon kaliumhydráttal oly cserebomlást szenved, hogy egyrészről eczetsavas kalium másrészről aethylhydrát (borszesz) képződik.



Ismeretes előttünk, hogy a citromolaj, a terpentinalgalogfenyű- narancs- és rozmarinolaj mennyire különböző testek; ha vegytani alkatukat megvizsgáljuk, azt tapasztaljuk, hogy mindnyájan ugyanazon alkatrészeket tartalmazzák ugyanazon arányban.

Az alább említendő egyméretű átalakulások döntő bizonyítékul szolgálnak a fönnebbi állítás bizonyítására. A nevezett átalakulásnál ugyanis némely vegyületek külső hatályok befolyása következtében, a nélkül hogy súlyaikban legkisebb változást szenvedtek volna, hogy tehát valamit felvettek vagy saját anyagukból elvesztettek volna, merőben új testek-

*) $C=12$ $\Theta=16$ $H=1$.

ké változtak; mindezen jelenségek egyedül csak a tömecs egyensúly rendszerének megváltozásából magyarázhatók.

E viszonyokat meglepő mérvben, magoknál az úgynevezett elemeknél is tapasztaljuk. Nagyobb feszerejű villanyszikra által azon szín- és szagnélküli gáz, melyet élenynek nevezünk, a nélkül, hogy súlyjára nézve változnék, átható, a fokhagymához némileg hasonló szagú légnemmé (úgynevezett ozon-ná változik, mely a jodkaliumból a jodot kiűzi, és ezüstből egyszerű érintkezés által ezüstéleget képez, mely vegytani hatással a villanyozás előtti éleny legkisebb mértékben sem bírt. — A gyufák készítésére használni szokott fokhagyma-szagú külsejére a viaszhoz hasonló közönséges phosphor, szénkénegben oldható, $44,2^{\circ}$ nál megolvad, 60° -nál (vagy dörzsölés által) élenynyel érintkezvén meggyúl és phosphorsavvá ég el. — Fajsúlyja $=1,84$. Nedves légen világító gőzt terjeszt maga körül s lassanként savanyú folyadékká folyik szét. Az állati szervezetre mérges hatással van sat. — Ha a közönséges phosphort élenytelen légkörben hűzamosbb ideig $230-250^{\circ}$ hőmérséknél hevítjük, súlyának változtatása nélkül egészen új testté a „vörös phosphorrá“ alakul át, melynek minden sajátosságai a közönséges phosphortól annyira eltérők, hogy kéntelenek volnánk őt, ha nem tudnók mimódon származott, egészen más elemnek tartani, mely a közönséges phosphorral semmi rokonságban nincsen. — Színe sötét vörös, egészen szagnélküli, szénkénegben oldhatlan, 250° -ig hevíthető a nélkül, hogy megváltoznék, fajsúlyja $=2,1$. Közönséges légen a vörös phosphor változást nem szenved, nem világít, dörzsölés által meg nem gyúl; csak ha 260° -on túl hevítettik, változik ismét közönséges phosphorrá. Az állati szervezetre mérges hatást nem gyakorol sat.

Míg az isomeria ezen néhány példája, melyeknek számát még egy seréggel szaporíthatnók, azt bizonyítja, hogy ugyanazon alkatrészek ugyanazon arányban egyesülve, egymástól egészen elütő vegyületeket adhatnak: más részről végtelensokaságú tényekből kétségtelenül kiviláglik, miszerint a legkülönbözőbb alkatrészekből, a legkülönbözőbb súlyarányokban egyesült vegyületek néha annyira hasonlók egymáshoz, hogy a nem

szakértő őket azonosaknak tarthatná. Így a kalium és natrium valamint a chlor, brom, jod sat. egymásnak megfelelő vegyületei közt a rokonság és hasonlatosság félreismerhetlen, ám-
bár e testek egészen különböző súlyarányban egyesülnek egyéb anyagokkal. Az ammoniak =NH_3 és methyamin =NCH_3 , ám-
bár mint képleteik mutatják különféle elemekből, különböző arányban vannak alkotva, mindazáltal mind külső
mind vegytani sajátásaikra nézve annyira megegyezők, még egymásnak megfelelő vegyületeik is, hogy nem csekély ne-
hézséggel jár őket a minőleges elemzés módszerei szerint egy-
mástól megkülönböztetni. A methyamin közönséges hőmér-
séknél gázalakú, szaga majd egészen olyan mint az ammo-
niaké. Növényi színekre erős lúgos hatást gyakorol, sósav-
párával sűrű fehér ködöt képez, víz által minden gáz között
legnagyobb mértékben nyeletik el, minden fémoldattal olyan
csapadékot ad mint az ammoniak, és azon kívül általában
minden vegyülete az ammoniak megfelelő vegyületeivel egé-
szen megegyező.

A kaliumhydrát $\text{=KH}\Theta$ és tetraethylammoniumhydrát
 $\text{=C}_4\text{H}_{21}\Theta$ között, melyek mint képleteikből látható tömegal-
katukra nézve oly eltérők, a legnagyobb hasonlatosságot le-
hetetlen első pillanatra fel nem ismernünk. A tetraethylammo-
niumhydrát finom tű-alakú jegeczeket képez, melyek a légen
igen könnyen szétfolynak. Higitott oldata keserűs ízű és egy-
szersmind oly csipős, miként a kálilugé, tömény oldata ha-
sonló szaggal bír mint amaz, meg marja a bőrt, a zsiradéko-
kat szappannynyá változtatja, fémoldatokban ugyanazon vál-
tozásokat idézi elő mint az égvények, és cserebomlás által
származott vegyületei a kaliumhydrátból hasonlóan származott
megfelelő vegyületekhez lényegökre nézve egészen hasonlók.

Ezen tények, melyeket a több ezerre menő már ismert
adatokból például hoztam fel, visszautasíthatlanul azon kö-
vetkeztetésre kényszerítenek bennünket, hogy a vegyületek sőt
a most még úgynevezett egyszerű testek vegytani jelleme és
természettani tulajdona nem csupán az alkatrészek ősi változ-
hatlan minőségétől, hanem inkább a tömecsben foglalt külön-
vált részek kölcsönös helyzetétől, átaljában az erőműtani

szerkezet természetétől, függ. Egyszersmind bizonyítékai is annak, hogy az úgynevezett egyszerű testek tömecsei (ha talán egynemű is de) több parányból alkotvák, és hogy általában gondolható, hogy az anyag minőségei mennyiségre vezethetők vissza, és feljogosítanak bennünket arra, hogy reméljük, miszerint a vegytani jelenségeknek a mennyiségtani természetbölcsészet elveire való visszavezetése lehetséges, melynek fő feltétele az anyag különváltsága és az ebből következő mozgás lehetősége.

Vessünk csak egy futó pillanatot is az úgynevezett szerves anyagokra, melyekből az összes növény- és állatvilág végetlen változatosságában alkotva van, azonnal meg kell győződnünk, hogy ama pár elemből, melyek alkatrészeit képezik, lehetetlen volna annyi különböző sajátságú és természetű anyagot előteremteni, ha a természetnek egyéb mód nem állana rendelkezésére, mint e néhány ártatlan elem egyszerű minőségeiből különféle aránybani összekeverés által új testeket létrehozni. Valóban szánandó volna a szegénység, mellyel ez esetben a szerves lényeknek küzdeniök kellene.

Lássuk tehát ezek után miként lehet a már többször említett célra a vegytani jelenségek folyamatának oly értelmezést adnunk, mely az eddig ismert tényeknek elfogulatlan kifejezése, és velök kényszer nélküli összhangzásban legyen. Nagy fontosságú ez idő szerint e tárgy, mert az újabb időben fölfedezett tények által a második elv befolyása alatt azon lényeges változáson ment keresztül, mi által az újabb vegytani iskola a régitől leginkább különbözik.

Az, mit vegytani átalakulásnak (*processus chemicus*) nevezünk, átaljában nem egyéb, mint a tömecs belső szerkezetének *bármínemű* lényeges megváltozása. E változás lényege, mint az eddig mondottakból kiviláglik, átaljában a tömecs részecskéinek mozgásában áll; a vegyfolyamat lényegére nézve tehát mozgási jelenség.

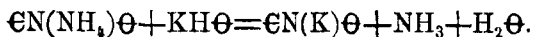
A vegytan eddigi tapasztalatainak egybevetése, csak a tömecs egyensúlyi rendszer létének elismerésére

bennünket, de eddigelé semmi szabatos ismerettel nem bírunk ezen egyensúlyi rendszerek természetéről és ismereteink legfeljebb annyira terjednek, hogy némely (hasonló vegytani jellemmel bíró) vegyületeknél ezen egyensúlyi rendszer hasonlatosságát igen valószínűnek tarthatjuk. Ellenben azon változásokat, melyeket a tömecs vegytani átalakulásainál tömegére nézve szenved, képesek vagyunk kísérletileg nagy szigorral meghatározni. Egyelőre tehát legbiztosabban osztályozhatjuk a különféle vegy folyamatokat, hogyha a folyamatban részt vevő tömecsek rel. számának *) és azok tömegének a folyamat általi változását vesszük kiindulási pontúl.

A tapasztalásból tudjuk, hogy némely testek külső befolyások következtében vegytanilag átalakúlhatnak a nélkül, hogy tömecsök valamely idegen részeket fölvelt, vagy hogy saját részeiből valamit veszített volna, azaz a nélkül, hogy a tömecs tömegére nézve megváltozott volna. A vegytani átalakulás e nemét „*egyméretű átalakulás*“nak (isomere Metamorphose) nevezem, mert a folyamat által megváltozott test az előbbivel szorosabb értelemben véve egyméretű (isomer).

Mivel ezen átalakulás által a test vegytani jelleme tökéletesen átváltozott, szükségképen az egyensúlyrendszernek kellett megváltoznia. Például szolgálhat a cyansavas ammonium átalakulása huyanyaggá (Harnstoff).

Ha egy tömecs száraz ammoniakgázhoz $=\text{NH}_3^{**}$) egy tömecs cyansavhydratgőzt $=\text{CNH}\Theta$ adunk: a két gőz egy tömecs cyansavas ammoniummá $=\text{CN}_2\text{H}_4\Theta$ sűrűdik, mely fehér só alakú tömeget képez. Ezen test egy részről az ammonium (NH_4) vegyületeinek, másrészről a cyansavas sóknak ($\text{CNM}\Theta$) minden sajátágaival bír. Hígított égvények, oldatából ammoniakot fejlesztenek.

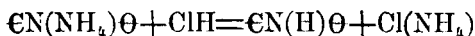


Hígított sósav pedig chlorammoniumot és cyansavhydrátot

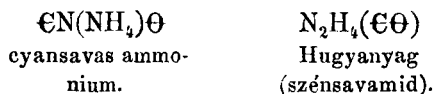
*) Melyet a vegyületek ismert gőzsűrűsége által könnyen ellenőrizhetünk.

**) Az értekezésben használt képletek mind tömecs képletek.

képez, mely részben ismét további átalakulást szenved víz hozzájárultával.



Ha a cyansavas ammonium gyengén hevítettetik (mintegy 60° C-on felül), a nélkül hogy súlyára nézve legkisebb változást szenvedett volna, huyanyaggá alakul át, melynek ámbár tapasztalati tömecs képlete $= \text{CN}_2\text{H}_4\Theta$ azonos a cyansavas ammoniuméval, mindazáltal benne a közönséges kémszerek által sem a cyan, sem cyansav, sem pedig az ammonium vegyületek sajátságát többé fel nem fedezhetjük; és a két test vegytani jelleme annyira különböző, hogy míg a cyansavas ammonium a sók osztályához tartozik, a huyanyag az attól egészen különlemű amidekhez soroztatik. A két test közti különbséget ez idő szerint okszerű képleteik által (lásd alább) igyekeznek a vegyészek kifejezni.



Valószínű, hogy a phosphor és gyémánt hevítés általi átalakulása vörös phosphor és graphit szénné, egyéb számos, még nem eléggé tanulmányozott esetekkel együtt ide tartoznak, egyelőre nem lehet biztossággal állítani, hogy ezek közül melyek szenvednek valóban egyméretű átalakulást, miután a legtöbb esetben nincs mód a tömecs nagyság biztos meghatározására az illető testeknél. Az egyméretű átalakulás mindenesetre a legdöntőbb érvek közé tartozik, melyek azt bizonyítják, hogy a tömecsben különvált részecskék foglaltatnak, és hogy a vegyületek jelleme főleg az egyensúlyi szerkezettől függ, és a mely végre ugyanazon tömegrészecskékből alkotott tömecsre nézve is többféleképen képes főnállani.

A vegyfolyamatok túlnyomó többségénél azonban azt tapasztaljuk, hogy a tömecs tömegére (rel. súlyára) nézve is változást szenved. — Az ide tartozó átalakulások, a szerint a mint a folyamat után az abban részt vett tömecsek számának összege a folyamat-előttinél kisebb vagy nagyobb, vagy pedig avval egyenlő, három egyszerű alakra vezethetők vissza, melyek a következők :

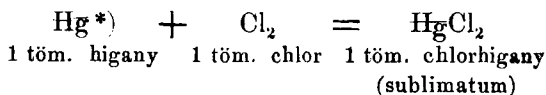
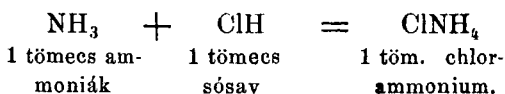
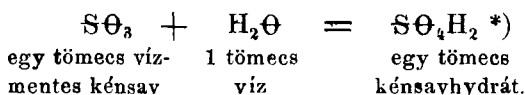
1-ör.) *A közvetlen egyesülés* (directe Vereinigung, újabban összeadás), midőn két vagy több különvált tömecs *egygyé* olvad össze. Ez esetben a folyamat után a tömecsek számának összege kisebb mint az előtt volt.

2-or.) *A közvetlen szétbomlás* (directe Zersetzung), midőn egy tömecs, külső befolyások következtében több, vegytanilag különvált tömecsre oszlik fel, mely esetben a tömecsek számának összege a folyamat után nagyobb mint az előtt volt.

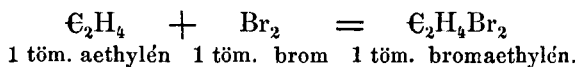
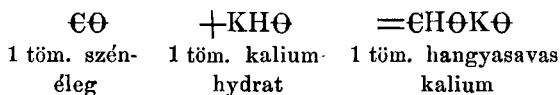
3-or.) *A tiszta cserebomlás.* (Wechselzerlegung) midőn két különnemű tömecs egyenértékű (de nem egyenlő) tömegrészecskéi kölcsönösen helyt cserélnek egymással. A tiszta cserebomlásnál a tömecsek számának folyamat előtti összege egyenlő azoknak a folyamat utáni összegével.

A közvetlen egyesülés által képződött új vegyületek a folyamat előttiektől egészen elütők, új sajátságokkal bírnak, és vegytani jellemük olyan, melynek a folyamat előtti testekben rendesen nyomait sem találjuk fel. E viszonyokból szabad azt következtetnünk, hogy az átalakulás e neménél a tömecs nem csupán tömegére, hanem egyszersmind egyensúlyi szerkezetére nézve is szenved lényeges változást. Például szolgálhatnak a közvetlen egyesülésre a következő esetek:

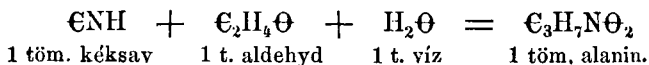
Két különnemű tömecs egy új tömecscsé lesz



*) S=32 Hg=200

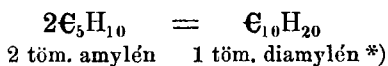
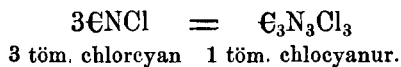
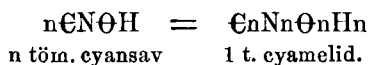


Több különmemű tömecs egy újjá olvad össze.



Néha megtörténik, hogy *egynemű* tömecsek közvetlen egyesülés által új tömecset alkotnak, mely esetben a folyamat előtti és utáni vegyületek sokszoros méretűek (polymer).

Ez esetben a közvetlen egyesülést sokszoros méretű egyesülésnek (polymere Vereinigung) vagy röviden *szorzódásnak* (multiplicatio) nevezhetnők. Például :



Ámbár számos ilyennemű átalakulás ismeretes, mindamellelt azoknak nagyobb része még kevésbé van tanulmányozva, különösen az átalakulás utáni vegyületek gőzsűrűsége csak igen csekély számú esetben van eddigelé meghatározva.

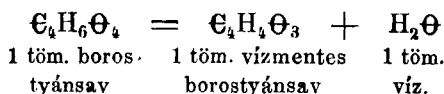
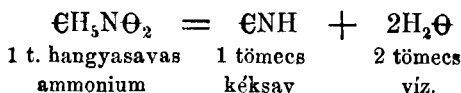
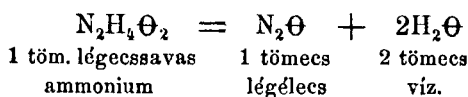
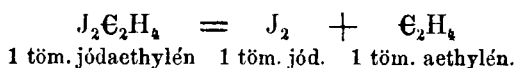
Kétséget sem szenved, hogy az átalakulás e nemének (a szorzódásnak) magok az elemek is alá vannak vetve; tanúsítja ezt a kén, melynek tömegsúlya 800°-ot meghaladó hőmérséknél $S_2=64$, míg 800° foknál alacsonyabb hőmér-

*) A. Bauer Sitzungsberichte der k. Akademie zu Wien XLIII. Bd. 94. I.

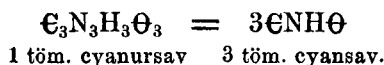
séknél ugyan a kén tömegsúlya $S_6=192$, tehát az előbbinek háromszorosa. A villanyszikra befolyása alatt élenyből képződött ozon, Andrews és Tait *) kísérletei szerint nagyobb fajsúlylyal (azaz nagyobb tömegsúlylyal) bír mint az éleny. Az ozon tehát szorzódás által képződött az élenyből.

A szétbomlás folyamata az előbbinek egyenes ellentéte; lényege abban áll, hogy külső befolyások következtében egy tömecs, több különvált tömecsre bomlik fel.

Például: Egy tömecs több *különnemű* tömecsre oszlik fel.



A vegyfolyamat e nemének azon esetei, melyben a képzett új tömecsek mind egyneműek, midőn tehát ezekkel az eredeti tömecs sokszoros méretű (polymer), *sokszoros méretű szétbomlásnak* (polymere Zerlegung) volnának nevezhetők, melyek a szorzódásnak ellentétét képezik. Pl.

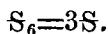


Az elemek, miként a szorzódásnak úgy a sokszoros méretű szétbomlásnak is alá vannak vetve. Így a kén, melynek tömege 800^0 alatt S_6 **) által van képviselve, magasabb

*) Chemical News I. 232.

**) $S=32$.

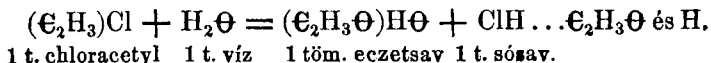
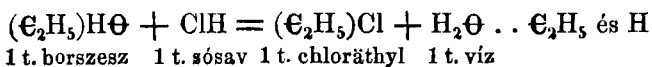
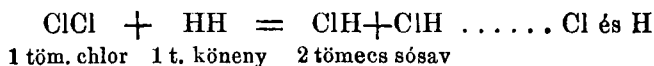
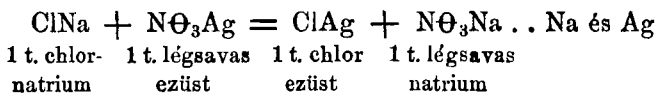
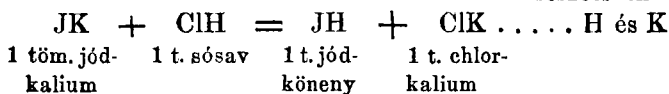
hőmérséknél tömecsze 3 kisebb kéntömecsre (S_2) bomlik szét*)



A nagyobb tömecsúlyú ozon hevítés által a kisebb súlyú éleny tömecsekre bomlik fel. sat.

Mi a cserebomlás folyamatát illeti, ez csak úgy mehet végbe, ha két különmemű test egymással közvetlen érintkezésbe jő; lényege abban áll, hogy a különmemű tömecsek egyenértékű tömegrészecskéi kölcsönösen helyt cserélnek egymással, mi által mindegyik tömecs, mely a folyamatban részt vett, vegytani átalakulást szenved. A tiszta cserebomlásra nézve jellemző, hogy a tömecsek száma a folyamat után annyi mint azelőtt volt, tehát hogy a tömecsek számának összege változatlan marad **). Például :

A helyt cserélt tömeg-
részecskék

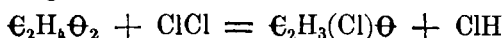


*) Deville és Troost. Compt. rendus XLIX. 239. Liebig's Annalen der Chemie und Pharm. CXIII. 42.

**) Némely vegyészek a tiszta cserebomlást úgy tekintik, mint két tömecsnek egymásután végbemenő egyesülését és szétbomlását, úgy azonban, hogy a szétbomlás más értelemben megy végbe, mint az egyesülés történt. A cserebomlás főnebb meghatározott fogalma, a tényeknek közvetlen kifejezése, a rendszeresítés céljának tökéletesen megfelel, kevésbbé hypotheticus, és magában véve is legegyszerűbb.

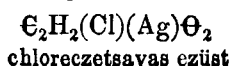
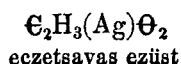
Ha a cserebomlásban részt vett tömecek közül csak az egyik tömecksben történt változást vesszük tekintetbe, a változást „helyettesítés“-nek (Substitutio) nevezzük. Például, ha sósavat (ClH), natrium hydrattal $\text{NaH}\Theta$ vegyítünk, képződik: $\text{ClH} + \text{NaH}\Theta = \text{ClNa} + \text{H}_2\Theta$. A változás, melyet a sósav e folyamat által szenvedett, abban áll, hogy egy vegysúly H benne egy vegysúly Na által lön helyettesítve, a Cl Na tehát helyettesítés által származott a ClH-ból.

A helyettesítés vagy általában a tiszta cserebomlás útján származott vegyületek ugyanazon lényeges vegytani jellemmel bírnak, mint az átalakulás előtt bírtak. A helyettesítési termék (Substitutionsprodukt) némely esetben, (különösen ha a helyettesítés valamely összetett gyökben ment végbe), az eredeti anyagnak csaknem minden lényeges sajátosságait megtartja, ámbár alkatrészeinek minősége és a tömegcsúly nagysága megváltozott, mely esetekben fel kell tennünk, hogy daczára a tömegrészekék változásának, az egyensúlyi szerkezet, melytől a vegytani jellem természete függ, lényegében változatlan maradt. Például: ha az eczetsavhydratot bizonyos körülmények között Cl gázzal kezeljük, következő cserebomlás megy végbe



1 töm. eczetsav 1 t. chlor 1 t. chlorezcetsav 1 t. sósav.

Az ekként származot: chlorezcetsav az eredeti eczetsavhydrattól, az által különbözik alkatára nézve, hogy benne az eredeti sav tömeccsének negyedik H-je egy egyenérték Cl által van helyettesítve. Az új sav jelleme és sajátosságai nagyobbrészt megegyezők az eredetivel. Szaga, színe, íze olyanok, mint az eczetsavé, fémekkel egész en hasonló sókat alkot mint az utóbbi; a chlor benne mintegy el van álarcozva, mert semmi kémszerrel sem vagyunk képesek azt benne addig föllelni, míg egyensúlyrendszere tökéletesen fel nem dúlatik. Ezüst oldattal csapadékot nem ad, mint ezt a tulajdonképeni Cl vegyületek teszik, hanem az ezüsttel, épen oly könnyen oldható sót képez, mint maga az eczetsav



A chlort minden jellemző sajátságaival csak az által választhatjuk ki a chloreczetsavból, ha ennek tömecsrendszerét tökéletesen feldőljük, és azt a legerőszakosabb befolyások által egyes elemeire bontjuk fel. Ezen és számtalan egyéb hasonló esetekből kénytelenek vagyunk következtetni, hogy a Cl (ugyanaz áll a Br, J, $(N\Theta_2)$ -ről sat.) képes egyenérték szerint a H helyébe lépni, és bármennyire különbözzék is a szabad Cl a tiszta H-től, amaz némely vegyületekben ugyanazon szerepet képes játszani, mint ez utóbbi. Egészen hasonló viszony fordul elő az úgynevezett helyettesített ammoniakoknál, midőn a H helyébe a szeszgyökök helyettesítettnek sat.

Az átalakulás e nemének tanulmányozása alkalmával fődözte fel Dumas (1834) a helyettesítés tapasztalati törvényét, mely szerint némely vegyületekben a H vegysúlyonként, ugyanannyi számú egyenérték Cl, Br, J, (vagy NO_4) által kicserélhető, mely törvény később a vegytan elméletében oly nagy fontosságú lett. Laurent francia vegyész volt első, ki Dumas, Regnault, Malaguti és mások, valamint saját vizsgálatai nyomán a helyettesített származékok (Derivate) sajátságait az eredeti vegyületekéivel összehasonlítván, felismerte, hogy e származékok még mindig az eredeti vegyület jellemével bírnak, és ő mondta ki, hogy a Cl, Br, J, sat. e vegyületekben, nem csak a H helyébe lépnek, hanem bennök egy szersmind ugyanazon szerepet játszák, mint az eredetileg benfoglalt hydrogen.

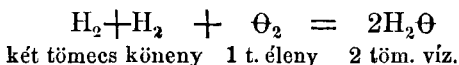
E tények, melyeknek száma azóta ezerekre szaporodott újabb döntő bizonyítékai annak, hogy a vegyületet képző alkatrészek nem annyira minőleges sajátságaik, hanem azon helyzetök által folynak be a vegyület jellemére, melyet a tömecsrendszer szerkezetében elfoglalnak, mint azt már azon egy körülmény is eléggé bizonyítja, hogy a minőleges sajátságaira nézve a H-el annyira ellentétben álló Cl, dacára annak, hogy vegysúlya 35,5-er nagyobb amazénál, tökéletesen képes amaszt számos vegyületekben helyettesíteni, a nélkül hogy a vegyület lényeges vegytani jelleme csorbulást szenvedne.

A fönnebb mondottak szerint tehát minden oly vegyfolyamat, melynél a tömecs tömege is változást szenved, három

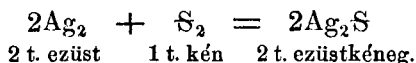
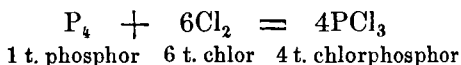
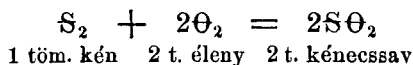
egyszerű alakra, a *közvetlen egyesülés*-, a *közvetlen szétbomlás*-, és a *tiszta cserebomlásra* vezethető vissza. Számos vegyfolyamat azonban akként történik, hogy egy időben két, sőt néha mind a három egyszerű átalakulás egyszerre megy végbe; mi által a vegyfolyamatok bonyolódottabbaknak látszanak ugyan, midazáltal a fönnevezett 3 egyszerű átalakításra könnyen visszavezethetők. Az itt vélt vegyfolyamatokat, melyeknél tehát egy időben több egyszerű átalakulás megy végbe, és melyek a 3 egyszerű alakulás combinatióinak tekinthetők, összetett vegyfolyamatoknak nevezhetnők.

Itt ismét három különféle esetet különböztettünk meg:

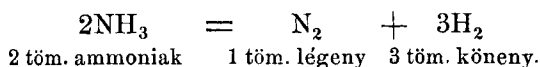
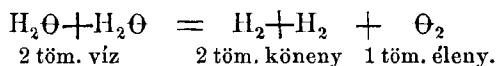
1-ör. A *közvetett egyesülés* (indirecte Vereinigung) oly egyesülés, mely egyszersmind bomlással van párosúlva. Jellemző reá nézve, hogy a tömecsek száma a folyamat után kisebb mint az előtt volt. Például szolgálhat a víz képződése H és O-ból.



Míg e folyamatban egy-egy tömecs hydrogen 1 parány élenynyel (azaz $\frac{1}{2}$ tömecscsel) *egyesül*: egyszersmind 1 tömecs éleny 2 részre *bomlik* szét, és a két tömecs hydrogen között egyenlően oszlik fel. Hasonló példák a következők:

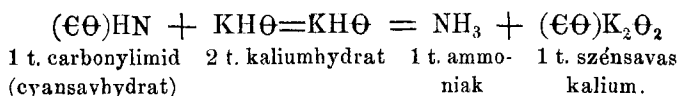


2-ör. A *közvetett szétbomlás* (indirecte Zersetzung) az előbbinek egyenes ellentéte; jellemzi az, hogy a folyamat után a tömecsek összege nagyobb mint a folyamat előtt volt. Például, ha a víz villanyfolyam által bontatik szét, 2 tömecs vízből 2 tömecs H és két fél tömecs éleny választatik ki, míg egyszersmind a levállott 2 parány éleny egy új éleny tömecscsé *egyesül*.

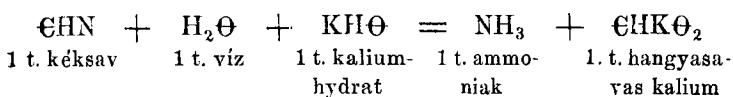


3-or. A *vegyes cserebomlás* (gemischte Wechselzerlegung), mely folyamatban a cserebomlás egyesüléssel, vagy bomlással, vagy pedig mindkettővel egyszerre van párosúlva. E vegyfolyamat leginkább akkor megy végbe, midőn különféle vegyértékű gyökök (párosak és páratlanok)*) egymást kölcsönösen helyettesítik.

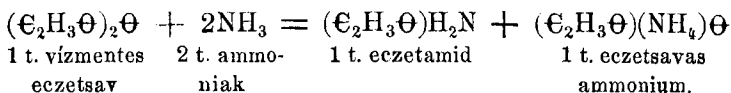
A folyamat utáni tömecsek számának összege kisebb a folyamat előttinél, ha a cserebomlással egyesülés van kapcsolatban. Például



A helyt cserélt tömegrészek itt egyrésről a két vegyértékű CO (carbonyl), mely a két egyvegyértékű H helyébe lépén, az előbb különvált két kaliumhydrát tömecsét egygyé olvasztotta, mi által 1 tömecs szénsavas kalium képződött, míg másrésről az említett két parány H a cyansavhydrátból cserebomlás útján ammoniakot alkotott. Hasonlóan

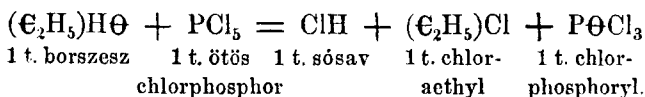
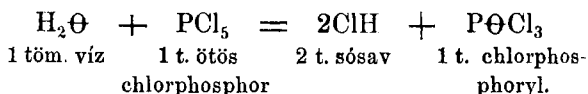


Ilyenmü vegyes cserebomlás azonban egy vegyértékű gyökök közt is történhetik. Például



*) A páros és páratlan vegyértékű gyökök olyanok, melyek a cserebomlás alkalmával páros- (2) illetőleg páratlan számú (1 vagy 3) hydrogen parányt képesek helyettesíteni.

Ellenben, ha a cserebomlás szétbomlással van kapcsolatban a folyamat után a tömecsek számának összege nagyobb lett. Például

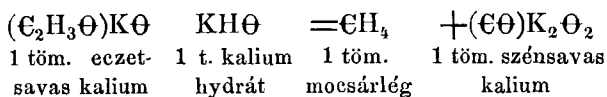


Végre, ha a cserebomlás egy időben egyesülés- és bomlással van kapcsolatban, a tömecsek számának összege rendszeren változatlan marad. Ha az ide tartozó vegyfolyamatokat egészben véve tekintjük, őket tapasztalatilag a tiszta cserebomlás osztályához sorozhatnók, mivel az utóbbi definitiójának megfelelnek, és a kettő közti észlelhető különbség csak abban áll, hogy míg a tulajdonképeni tiszta cserebomlás két tömecs közt megy végbe, az itt vélt vegyes cserebomlás mindenkor kettőnél több tömecs közt történik. (A rendszeresítés céljaira valóban nem is kell köztük különbséget tennünk). Ha azonban az itt vélt folyamatokat mint helyettesítéseket vesszük szemügyre, ha tehát azon változásokat vesszük tekintetbe, melyeket a folyamatban résztvevő tömecsek egyenként szenvednek: azonnal meggyőződünk arról, hogy míg egyes tömecsek a cserebomlás által szétbomlanak, a többiek ugyanoly mértékben egyesíttetnek.

Az idetartozó vegyfolyamatok, valamint a tulajdonképeni tiszta cserebomlás, a vegytan jelen állapotánál igen nagy fontosságaik, mivel egy részről ezek leggyakoribbak, már eddig is nagyobb terjedelemben vannak tanulmányozva, és különösen, mivel e körülmények következtében, jelenleg egyedül a vegyfolyamatok nevezett neme szolgálhat a végtelen sokaságra szaporodott vegyületek rendszeresítésének alapjául.

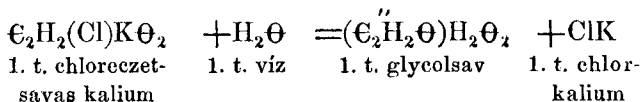
A következő példa azonnal föl fogja világosítani, mit kell értenünk a vegyes cserebomlás ide vonatkozó esetei alatt.

Ide tartoznak pl. mindazon folyamatok melyekben valamely vegyület gyökének vegyértéke megváltozik. Pl.

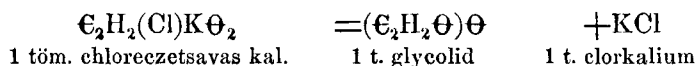


melynek végrehajtására igen erős hevítés kívántatik meg.

Ilyen átalakulás a következő is :



mely 120 C. foknál és a közönségesnél nagyobb nyomás alatt megy végbe, és tulajdonképen abban áll, hogy a hevítés által a chlorezetsavas kalium szétbomlik glycolid és chlor kalium-ra *)



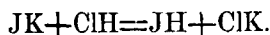
a glycolid víz felvétele által azután glycolsavvá változik, mint ez kísérletileg is be van bizonyítva (l. u. o.).

A fönneb elősorolt tények és a hozzájuk csatolt szemlélődésekből, világosan következik, hogy míg egyrésről kénytelenek vagyunk elismerni, miszerint a vegyületek jelleme nem csak alkatrészeik minőségétől, hanem nagyrészt egyensúlyi szerkezetök természetétől függ, másrésről fel vagyunk jogosítva arra, hogy azon vegyületeknél, melyeknek tömecsze egyenlő számú gyökökből van szerkesztve, és e mellett lényeges vegytani jellemök megegyező, a tömecseiket alkotó egyensúlyi rendszerek hasonlatosságát feltételezzük. Nagy fontosságú tehát e vegyületek vegytani analógiáit felkeresni, és a mennyire lehet okadatolni is, mert jelenleg egyedül ez szolgálhat a számtalan létező vegyületek természetes rendszeresítésének alapjául. Mielőtt azonban e tárgy részletes bonczolásába bocsátkozhatnánk, szükséges lesz a gyök (vagyis a vegyület alkatrészének) fogalmával tisztába jönnünk.

*) Kekulé : Annalen der Chemie und Pharm. v. Liebig etc. CV. k. 286. l.

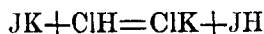
Jelenleg a *vegytaniggyök* oly fogalom, mely csupán csak a *cserebomlás* *vegyfolyamatára* vonatkozik.

A tömecscek azon tömegrészecskéi, melyek a cserebomlás alkalmával a két különmemű tömecsben helyt cseréltek, általában gyököknek neveztetnek. Például:



A jódkáliumban tehát a K, a sósavban (ClH) pedig a H gyökök, mert a cserebomlásnál ezek helyt cseréltek. Azon részt, mely relativ változatlanúl megmaradt a tömecsben, a gyökkel ellentétben *pótléknak* (complementum) nevezhetjük, miután a gyökhöz adva azt tömecs csé egészíti ki.

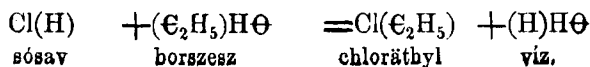
Miután azonban a cserebomlásban a helycserélés mind a két tömecsset közösen illeti, épen oly joggal foghatjuk föl azt p. o. a nevezett esetben úgy is, mintha a J és Cl cseréltek volna egymással helyet. Az eredmény tökéletesen egy marad.

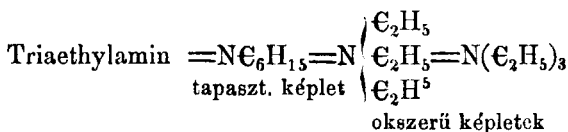
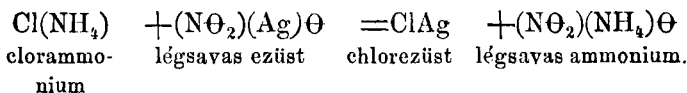


E szerint tetszésünktől, vagy egyes esetekben csupán a czélszerűségtől függ, hogy a tömecs két része közül melyiket nevezzük *gyöknek*, midőn a másik része azután természetesen *pótléknak* volna nevezendő.

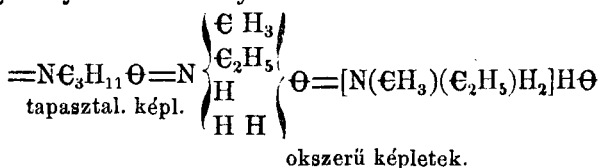
A tapasztalás mutatja, hogy nem csupán az úgynevezett elemek parányai képesek gyökként föltűnni, azaz a cserebomlásnál kölcsönösen helyt cserélni, hanem hogy gyakran paránycsoportok (azaz több egy vagy különmemű elemparányoknak összege) is játszhatják a gyök szerepét. E paránycsoportok ellentétben az elemparányokkal, melyek *egyszerű gyököknek* hivatnak, *összetett gyököknek* neveztetnek.

Ha a gyököket a vegyület tömecskepletében meg akarjuk jelölni, ezt az által tehetjük, hogy őket Gerhardtné példája szerint külön sorba írjuk, pl. $\begin{matrix} \text{C}_2\text{H}_5 \\ \text{H} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \Theta \\ \Theta \end{matrix} \right.$ (borszesz); vagy, mi még egyszerűbb és kevesebb helyet igényel, az által, hogy a kepletet egy sorba írván, a gyököket zárjelbe tesszük. Pl.



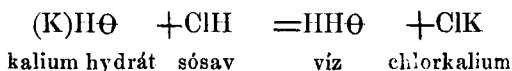


Methyl-äthyl-ammoniumhydrát

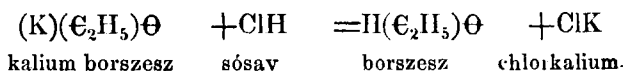


Ha valamely cserebomlást magában véve veszünk szemügyre : mint már fönnebb volt említve, mindegy, a tömecsnek bármely részét is nevezzük gyöknek vagy pótléknak. Miután azonban a gyök fogalma jelenleg, mint alább bővebben láthatjuk, csakis a vegyületek rendszeresítése tekintetéből bír jelentőséggel ; e czélnek pedig úgy felel meg, ha általa a különmemű de vegytanilag egymással rokon vegyületeket (t. i. a melyek egyenlő vagy hasonló gyököket tartalmaznak) egy csoportba gyűjthetjük össze : legczélszerűbb egyszer mindenkorra a tömecs azon részét neveznünk gyöknek, mely a cserebomlás alkalmával a hydrogen helyébe képes közvetlenül vagy közvetve belépni; vagy, mi egyre megy, hogy a tömecs azonrészéttekintsük gyöknek, melyakérdéses tömecsbe már az által jött be, hogy az eredeti tömecs H-nek helyébe lépett, és legtöbb esetben H által viszont helyettesíthető. Kiindulási pontúl a hydrogen helyett bármely más elemi parányt is vehetnénk; leghasznosabb azonban itt is a hydrogent használni; mert eltekintve attól, hogy az egyes gyökök vegysúlyát különben is a H-hez mint egységhez hasonlítjuk, még azon előnnyel is bír, hogy minden gyökök közt a H az, mely a legtöbb és legkülönneműbb gyökök által legkönnyebben helyettesíthető. A gyök fogalmának ily meghatározása után tehát pótléknak nevezzük a tömecs azon részét, mely nem lépett helyettesítés útján H helyébe és viszont nem is helyettesíthető H által, ide

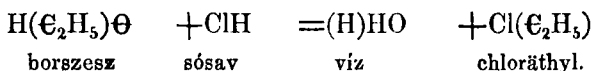
értvén azon hydrogen parányokat is, melyek gyökök által helyettesíthetők. Pl. a következő cserebomlásnál :



a kaliumhydrátban gyök a K, és a pótlék $=H\Theta$, mert a K a sósav hydrogenje által a cserebomlás alkalmával elcseréltet-
hetik ; és mivel a kaliumhydrát a víz $HH\Theta$ tömeceéből az ál-
tal is származhatik, ha abban az egyik hydr. parányt kalium
parány által helyettesítjük. Gyakran megtörténik, hogy a pót-
lék még maga is tartalmaz egy vagy több főnebbi értelemben
vett gyököt, például



A kaliumborszeszben e folyamat szerint gyök a K, pót-
lék pedig $(C_2H_5)\Theta$. A borszesz sósavval cserebomlása azon-
ban világosan mutatja, hogy e pótlék még gyököt foglal ma-
gában. (C_2H_5)



Ha valamely tömeceben minden a főnebbi értelemben
vett gyök helyett cserebomlás útján hydrogent helyettesítünk
(vagy azt helyettesítve képzeljük): az ekként származott egy-
szerű hydrogen tartalmú tömece ama vegyület *jellegének* (Ty-
pus) neveztetik. E jellegek eszméjét ily értelemben, ámbár
kissé más alakban, először Gerhard honosítá meg a tudo-
mányban.

Azon mennyiségek, melyek a cserebomlásnál kölcsönö-
sen helyettesítik egymást, *egyenértékű mennyiségeknek* (aequi-
valente Mengen) neveztetnek. Bármely gyöknek, azon relativ
súlya, mely *egy* súlyrész hydrogent (mint vegysúlyi egységet)
helyettesít, e gyök vegysúlyának (aequivalent vagy Mischungsgewicht) hivatik. A főnebbi esetben például $K=39.2$ a ka-
lium vegysúlya, mert a sósavban 1 s. r. hydrogent ezen men-
nyiség helyettesítette.

Tapasztalás szerint oly gyökök is vannak, melyek nem egy, hanem (relativ oszthatatlanságuk miatt) csak is két, három vagy több vegysúly (illetőleg parány) hydrogen helyébe léphetnek egyszerre (közvetve vagy közvetlenül). Az ilyen gyökök, melyek tehát nem egy, hanem több vegysúly H-nel egyenértékűek, két- három- vagy általában *többvegyértékűeknek* *) (2, 3 oder mehratomige Radicale) neveztetnek, a szerint, a mint két, három, vagy több H helyét képesek a cserebomlásnál pótolni, míg az egy vegysúly H helyébe lépők *egyvegyértékű gyököknek* (eiatomige Radicale) hivatnak.

A gyöknek (főleg az egyszerű gyöknek) relativ súlya, azaz azon rel. legkisebb mennyisége, mely vegyületeinek egy tömeceében foglaltatik (l. a többször eml. értekezést), a *gyök paránysúlyának* neveztetik (Atomgewicht). Ezen elnevezés eleinte csak az egyszerű gyökökre (az elemek parányaira) alkalmaztatott, de később az összetett gyökökre is átvitetett, ámbár ezt tán helyesebben nevezhetnők *gyöksúlynak*. A vegyes paránysúly e meghatározásából kitetszik, hogy a *vegysúly* és *paránysúly* csak az egy vegyértékű gyökökre nézve azonos, ellenben a többvegyértékűeknél, a vegysúly és paránysúly egészen különböző mennyiségek. És pedig :

A két vegyértékű gyökök vegysúlya = a paránysúly felével $\frac{1}{2}$

„ három „ „ „ = „ „ harmadával $\frac{1}{3}$
sat.

Nem lesz itt helyén kívül néhány különféle vegyértékű egyszerű és összetett gyököt fölemlítenem, hogy a fölemlített viszonyok tisztábban átláthatók legyenek.

*) A több parányú (mehratomig) helyett, helyesebbnek találtam a több vegyértékű elnevezést, mint olyat, mely a fogalmat jobban fejezi ki és a másikból származható félreértést elhárítja.

E g y s z e r ű g y ö k ö k (úgynevezett vegyparányok).

<i>egy vegyértékűek</i>	<i>két vegyért.</i>	<i>három vegyért.</i>	<i>négy vegyért.</i>
<i>paránysúly</i>	<i>paránys.</i>	<i>p. s.</i>	<i>p. s.</i>

H = 1

Fl = 19 — — Θ = 16 — — N = 14 — — Θ = 12

Cl = 35,5 — — S = 32 — — P = 31 — — Si = 28,5

Br = 80 — — Se = 80 — — As = 75

J = 127 — — Te = 128 — — Sb = 120 — — Sn = 118.

Ö s s z e t e t t g y ö k ö k.

1. v. é.

2. v. é.

3. v. é.

(NH_4) = ammonium ($\text{S}\Theta_2$) = sulphuryl $\text{P}\Theta$ = phosphoryl

($\text{N}\Theta_2$) = nitryl . . . ($\Theta\Theta$) = carbonyl $\text{Sb}\Theta$ = antimonyl

(C_2H_3) = aethyl . . . ($\Theta_2\text{H}_4$) = elayl . . $\Theta_3\text{N}_2$ = cyanuryl

($\text{C}_2\text{H}_3\Theta$) = acethyl. ($\Theta_2\text{H}_4\Theta$) = glycolyl

Az éleny paránysúlya = 16, tehát vegysúly = $\frac{16}{2} = 8$

A légeny (N) „ = 14, tehát „ = $\frac{14}{3} = 4,66$. . .

A széneny paránysúlya = 12, tehát vegysúlya = $\frac{12}{4} = 3$. sat.

A régibb iskola a két vegyértékű elemeknél kevés ideig (a Berzeliusféle atomvolum-elmélet ideje alatt) a vegysúlyt a paránysúlytól megkülönböztetvé, de a három vegyértékű elemeknél, miként a többieknél, némi következetlenséggel a paránysúlyt azonosította a vegysúlylyal.

Hogy a több vegyértékű gyökök az egy vegyértékűek-től és egymásközt megkülönböztethessenek, némely vegyészek azt a gyök fölébe írt vesszők által eszközlik; míg az egyvegyértékűeket vessző nélkül használják.

Cl, Br, $(N\Theta_2)$ $(NH_4)=$ egyvegyértékű gyökök.

$\ddot{\Theta}$, \ddot{S} , $(\ddot{S}\ddot{\Theta}_2)$, $(\ddot{C}_2\ddot{H}_4)=$ kétvegyértékű „

\ddot{N} , \ddot{P} , $(\ddot{P}\ddot{\Theta})$, $(\ddot{C}_3\ddot{H}_5)=$ háromvegyért. „

Az összetett gyök vegyértékét illetőleg a következő tapasztalati törvényt állíthatni fel :

1-ör.) Ha a gyököt alkotó parányok vegyértékeinek összege páratlan, a gyökök vegyértéke is páratlan (tehát 1 vagy 3 vegyértékű.) P.

$$\begin{array}{l} N\Theta_2 = \text{egyvegyértékű mert } \ddot{N} + \ddot{\Theta}_2 = 3 + 4 = 7 \\ P\Theta = \text{háromvegyértékű „ } \ddot{P} + \ddot{\Theta} = 3 + 2 = 5 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} N\Theta_2 \\ P\Theta \end{array}} \right\} \text{páratlan}$$

2-ör.) Ha a nevezett összeg páros, a gyök vegyértéke is páros (tehát 2 v. 4 vegyért.)

$$p. \quad \ddot{C}\ddot{\Theta} = \text{két vegyértékű, mert } \overset{IV}{\ddot{C}} + \ddot{\Theta} = 4 + 2 = 6$$

$$\ddot{S}\ddot{\Theta}_2 = \text{„ „ „ „ „ } \ddot{S} + \ddot{\Theta}_2 = 2 + 4 = 6 \text{ sat.}$$

A fönemlített jellegek (typusok) eszméje ez idő szerint a vegyületek rendszeresítésére nézve nagy jelentőséggel bír, különösen a széneny, vegyületeket (szerves anyagokat) illetőleg nélkülözhetlenné vált. A nevezett eszme vezérlete mellett képesek vagyunk igen csekély számú jellegből, a bennök előforduló hydrogenek cserebomlás útján helyettesítése által a végetlen sokaságú (jobban tanulmányozott) vegyületeket a rendszeresítés céljának megfelelő módon leszármaztatni, és egyszersmind a köztük lévő rokonságot és összefüggést elötlüntetni, és ennél fogva az áttekintést (a szervetlen és szerves anyagok fölött egyaránt) és a vegytan tanulmányozását annyira könnyíteni, mint még eddig ily mértékben egy rendszernek sem sikerült.

Hogy miként fogatosítható csekély nézetem szerint legcélszerűbben, maga a vegyületeknek illetén rendszerbe

iktatása, azt részletesen azon tankönyvben lesz szerencsém megismertetni, melynek kidolgozásával jelenleg foglalkozom, hol egyszersmind azon módosításokat is szándékom tüzetesebben fejtegetni, melyeket ezen új rendszer következtében a hazai irodalmunkat különben is közelebről érdeklő általános vegytudományi nevezék- és műszótan szenvedett, és még nagyrészt ezután is szenvedni fog. Jelenleg azonban csak arra szorítkozom, hogy a nevezett osztályzás főbb eszméit említsem meg néhány szóval, a mennyiben ezek az anyag különváltságának elvéből folynak ki.

Legfőbb osztályozási elvül állítható fel, hogy egy seregbe gyűjtessenek azon vegyületek, melyek ugyanazon vegyértékű gyököket tartalmazzák. Azután ismét egy nagyobb osztályba tartoznának az úgynevezett egynemű (homolog) egyszerű és összetett gyökök vegyületei; e nagy osztályban kisebb csoportokat képeznének azon vegyületek, melyek ugyanazon gyököket tartalmazzák; végre ezen csoportokban az alsóbb osztályozás az egyes vegyületek tömecsének pótrészei (illetőleg jellegei) szerint eszközölhető.

E rendszer tehát tulajdonképen a cserebomlásra (illetőleg helyettesítésre) mint a leggyakoribb folyamatra lévén alapítva, természeténél fogva a rendszerbe felvett vegyületek nevezetesebb cserebomlásait egy pillanatra felismerteti velünk, és „*cserebomlási vagy helyettesítési rendszernek*“ nevezhető.

Miután azon vegyületek, melyek ugyanazon gyököket tartalmazzák, egyszerű vegyműtételek által a cserebomlás útján egymásba átváltoztathatók: világos, hogy e rendszer „*természetes*“, mert az egymással rokontermészetű vegyületek ugyanazon csoportba lévén helyezve, könnyű átpillantást enged a vegyületek végetlen seregén, és azon kölcsönös viszonyt, mely az egyes vegyületek közt létezik, fölismereteti, ezenfelül lehetővé teszi, hogy nagy csoport vegyületre nézve a vegytani átalakulásokat általában tárgyalhassuk, miáltal a tanulás nagy mértékben könnyítettik és egyszerűsítettik.

Lássuk ezek után, mily kifejezést nyertek a vegytan ezen nevezetes fogalmai a vegytani jegybeszédben, és miké-

pen szükséges módosítanunk nézeteinket a vegyület alkatrészei felől, hogy az újabb vegytani tapasztalatok által megállapított tényekkel összeütközésbe ne jöjenek.

Ila bármely vegyületben az elemzés (analyse) módszereinek segítségével elemi alkatrészeinek mennyiségét meghatározzuk, és az elemzés eredményét (a százalékos vegyalkatot, — procentische Zusammensetzung) a szokott mód szerint vegytani képlet által fejezzük ki: e képlet egyedül a fölött ádfölvilágosítást, hogy mily relativ súlymenynyiségben fordulnak elő a kérdéses vegyületben annak elemi alkatrészei. Az ily képletet egyszerűen „*tapasztalati képletnek*“ (empirische Formel) nevezzük. Mivel azonban az elemi alkatrészek relativ mennyiségét nem csak *egy* bizonyos képlet által, hanem annak bármily sokszorososa (multipluma) által kifejezhetjük: világos, miszerint ugyanazon egy vegyület számtalan sok tapasztalati képlettel bírhat, melyek közül mindegyik egyformán fejezi ki az alkatrészek rel. súlymennyiségét. P. Az elemzés nyomán az eczetsavhydrát 12 s. r. széneny C_2 , 2. sr. hydrgent $=\text{H}$ és 16 s. r. élenyt $=\Theta$ tartalmaz; tapasztalati képlete lehet tehát

$\text{C}_2\text{H}_2\Theta$ vagy ennek bármely sokszorososa mint

$\text{C}_2\text{H}_4\Theta_2$

$\text{C}_3\text{H}_6\Theta_3$

.....

$\text{C}_n\text{H}_{2n}\Theta_n$

mert e képletek az eczetsav elemi alkatrészeinek mind ugyanazon relativ mennyiségét fejezik ki. Hogy a tapasztalati képletek közül melyiket választjuk a használatra legcélszerűbben, egy másik értekezésben *) iparkodtam megmutatni, azt t. i. a mely az alkatrészek relativ mennyiségén kívül, még a vegyület relativ tömegsúlyát (Moleculargewicht) is képviseli, azaz, mely az eczetsavhydrátból azon relativ mennyiséget fejezi ki, mely gőzalakban a térfogati egységnek (ily térfogati

*) A magyar tud. Akademia Értesítője 1860.

egység 2 súlyrész hydrogen $=H_2$, azaz egy tömecs hydrogen térfogatának) felel meg.

Ha az idézett helyen előadott módszer nyomán az eczetsavhydrát tömecsúlyát kísérletileg meghatározzuk: azt találjuk, hogy e tömecsúly az említett mérték szerint $=60$; a főnebbi képletek közül ennek megfelel,

$$\begin{array}{r} C_2H_4O_2; \text{ mert } C_2=24 \\ H_4=4 \\ O_2=32 \\ \hline 60 \end{array}$$

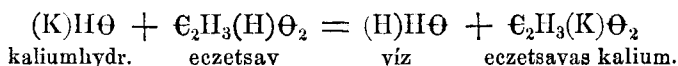
Azon képlet, mely az elemi alkatrészek relativ súlymennyiségén kívül a vegyület relativ tömecsúlyát is kifejezi (az eczetsavhydrátra nézve $C_2H_4O_2$), ezen vegyület *tapasztalati tömecs képletének* (empirische Molecularformel) nevezetik.

A vegyületek rendszeresítésének céljára nézve, nem elegendő azoknak tapasztalati tömecs képleteit felkeresni; mert egyrészt, mint a számtalan egyméretű (isomer) vegyület léte bizonyítja, a legkülönneműbb testek bírhatnak ugyanazon tapasztalati tömecs képlettel, melyeknek osztályozása ezeknek egzedüli alkalmazása által lehetetlen volna; de másrészt, a tapasztalati tömecs képlet, kivált a bonyolodottabb szézenyvegyületek semminemű vegytani átalakulásairól (tehát vegytani természetéről) számot nem adván, csupán tömecs képletek segédelmével a végetlen sokaságú vegyületeket oly rendszerbe iktatni nem lehetne, mely az általam főnebb elősorolt kellékekkel bírna.

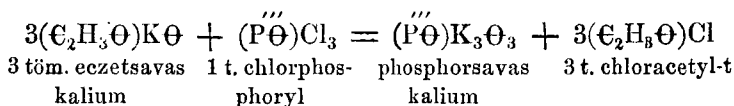
Hogy tehát a tömecs képletek a rendszeresítés céljainak megfeleljenek, úgy kell azokat szerkeszteniünk, hogy egyszermind az illető vegyületeknek cserebomlásairól, mint leggyakoribb és legjobban ismert vegytani átalakulásairól is számot adjanak, mi azáltal eszközölhető, ha a vegyület szorosabb értelemben vett cserebomlás által kipuhatolt (egyszerű, úgy ísszetett) gyökeit a tömecs képletben az által jelöljük meg, hogy azokat vagy külön írjuk (mint Gerhardt és mások tették), vagy pedig hogy a gyököket zárjelbe foglaljuk a ve-

gyület tömecskepletében. Az ekként keletkezett tömecskeplet azután „*okszerű tömecskepletnek*“ (rationelle-Molecularformel) nevezetik. P.

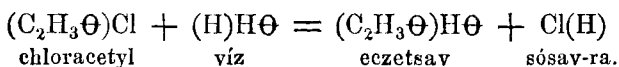
Egy főnebb említett cserebomlási példából (28. l.) tudjuk, hogy a kaliumhydrat okszerű képlete (K) HΘ, ha e vegyületet eczetsavhydrattal hozzuk össze, következő cserebomlás történik:



Az eczetsavas kalium és chlorphosphoryl pedig cserebomlás által adnak :

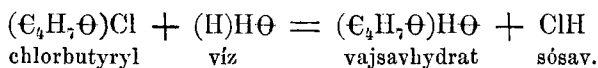
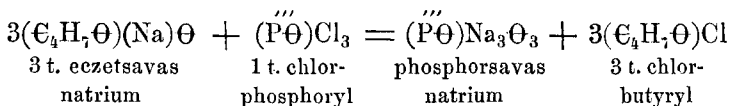
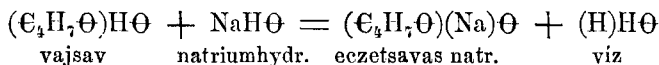


az utóbbi egy tömecs vízzel cserebomlás által felbomlik



Az eczetsavhydrát okszerű tömecskeplete tehát = (C₂H₃Θ)HΘ, mely kifejezi, hogy cserebomlás útján a víz (HHΘ) tömecséből származtatható le az által, ha annak egyik H parányát (C₂H₃Θ) összetett gyök által cserebomlás útján helyettesítjük, és hogy benne még egy H parány van (a víz tömecséből), mely fémek (p. K) által helyettesíthető. Kimutatja tehát ezen okszerű képlet, hogy a chloracetyl és eczetsavhydrát rokon vegyületek, mert (ugyanazon gyököket tartalmazván) cserebomlás útján egymásba átvihetők, és hogy az eczetsavhydrát azon vegyületek csoportjához tartozik, melyek egyvegyértékű (éleny tartalmú) savgyököket foglalnak magokban, és közös jellegök a víz tömecse,

Ha ugyanazon cserebomlásokat ismételjük a natriumhydrát és vajsavhydráttal : azt tapasztaljuk, hogy egészen hasonló átalakulások útján, jellemükre nézve az előbbiekkal megegyező vegyületeket nyerünk.



Ezekből kitűnik, hogy egyrésről a KHO és NaHO , valamint másrésről az eczetsav- és vajsavhydrát egyensúlyi rendszerei hasonlóak, mivel hasonló vegytani jellemmel bírnak, ámbár összehasonlított tömegeik egymástól tetemesen különböznek tömegeikre nézve.

Mindezek nagy fontosságú viszonyok a rendszeresítésre nézve. De ennyit és csak ennyit mond a cserebomlásból le származtatott okszerű képlet, a nélkül, hogy legkisebb mértékben bizonyítná be azt, miszerint az eczetsavhydrát a főnemlített (acetyl) gyököt már akkor különválva foglalná magában, midőn még az eczetsavhydrát tömeceének egyensúlyi rendszere fenállott, a nélkül tehát, hogy ezen egyensúlyi szerkezet fölött legkisebb szabatos felvilágosítást is adna.

Az egyes vegyületek okszerű képleteinek azonban csak is azon egy esetben van a rendszeresítést illetőleg értelme, ha azok minden a rendszerbe iktatandó vegyületre nézve, az átalakulásnak ugyanazon nemét, legcélszerűbben a cserebomlást fejezik ki, és pedig a cserebomlást oly korlátok között értve, mint főnebb említém, és ha a gyöknek fogalmát a nevezett mód szerint határozzuk meg. Mert ha az okszerű képlet által valamely vegyületnek mindennemű (vagy legalább) átalakulását, tehát az általam körülírt cserebomláson kívül a vegytani átalakulások egyéb neveit is (milyenek az egyméretű átalakulás, az egyesülés és bomlás sat.) akarnók egyetlen okszerű képlet által kifejezni: csakhamar meggyőződünk arról, hogy az egy időben lehetetlen, és hogy ez által a helyett, hogy a rendszeresítésnek szolgálatot tennénk, abban csak zavart idéznénk elő.

E viszonyok, illetőleg eszmék összezavarásából és félreértéséből eredt ama bonyodalom, mely egyrészt a régibb iskola rendszerét megdöntötte, másrészt az új rendszerbe annyi zavart szült, hogy a vegyészek nagy része kényők-kedvők szerint az egyes vegyületre oly okszerű képletet használnak, a milyen nekik tetszik, mi által egy és ugyanazon (kissé bonyolodottabb) vegyület különféle vegyészek által egész sereg különböző okszerű képletet nyert, az eczetsavhydrátnak például már 19 különféle okszerű tömecs képlete ismeretes *) és az újabb vegyészek egy része az okszerű képletek felől úgy nyilatkozik, hogy mindegy, bármely okszerű képlet használtatik is; a mi pedig, tekintve az okszerű képletek tulajdonképeni célját a rendszer ez időszerinti megalapítását, épen nem mindegy; mert ha az okszerű képletnek föladata az volna, mint némelyek állítják**), hogy az illető vegyületnek lehető legtöbb (vagy minden ismert) átalakulását kifejezzék, úgy világos, hogy a képletet végre annyira el kellene darabolni, hogy benne minden elemi parány külön irassék, mert végelemzetben csak ezek azon gyökök, melyek minden eddig ismert vegytani átalakulásnál változatlanok maradnak. De ha ennyire szétdaraboltuk az okszerű képletet, tulajdonképen belőle ismét tapasztalati képletet csináltunk, azaz okszerűtlenné tettük a rendszeresítésre nézve is, mert a nehézségek e tekintetben azonosok lennének azokkal, melyeket a tapasztalati képletek gördítenek a rendszeresítés elébe. Mert mindegy, sőt még rosszabb is, ha az eczetsavhydrát képlete például

$C_2H_4O_4$ helyett $CCHHHH\Theta\Theta$ -nek iratik.

Szoros kapcsolatban állanak e tévelygések azon alapos csalódással, melynél fogva némely vegyészek avval ámitják magokat, mintha az okszerű képletek, a tömecs parányainak valódi helyzetét fejeznék ki, és az illető vegyületek vegytani

*) Kékulé Lehrbuch d. org. Chemie 58. l.

**) Kékulé Lehrbuch d. org. Chemie 153. l. és a köv.

jellemére legnagyobb befolyást gyakorló egyensúlyi rendszer természetéről szabatos felvilágosítást adnának. Abból, hogy a bizonyos vegytani átalakulások alkalmával (p. a cserebomlásnál) a vegyület egyes paránycsoportjai (összetett gyök) látszólag változatlanul képesek átmenni egy másik tömecsbe, ha szigorúan ragaszkodunk a tényekhez és nem akarunk kétes hypothesisekbe sülyedni, nem következik egyéb mint az, hogy a vegytani befolyás alatt a tömecs egyensúlya megháboríttatván, a két egymásra ható tömecs legkisebb tömegrészeckéi új rendszerekké alakulnak át, mely alkalommal, t. i. az átalakulás pillanatában, a legkisebb tömegrészeckék (végső parányok) bizonyos csoportjai (egyszerű és összetett gyökök), melyek az egyensúly szerkezet fölbomlása pillanatában szakadtak el, látszólag egymással helyt cserélnék, de ugyanazon pillanatban az új egyensúly helyreálltával az átalakult tömecsbe úgy beleolvadnak, hogy ez oly homogén egészet képez, melyben ismét mindaddig, míg annak egyensúlya meg nem zavartatik, az összetett gyököknek tekintett különvált csoportok létét bebizonyítani nem tudjuk, mert minden összetett vegyület addig míg szét nem bontatik, tényleg épen oly homogén, mint bármely elem vagy úgynevezett egyszerű test.

Ha tehát a tények teréről bizonytalan hypotheticus alapra nem akarunk lépni, nem szabad következtetnünk, hogy az alkatrészek, melyeket tulajdonképen az átalakulásokból abstrahálunk, illetőleg szerkesztünk, a vegyületben különválva és azon sajátságokkal ellátva, melyekkel szabad állapotban bírnak, vannak jelen; mert ha ezt elismernénk, igazuk volna a dynamistáknak, hogy t. i. a vegyület és keverék közt az atomisták fogalmai szerint nem is létezik különbség. — A gyök és általában az alkatrész tehát csak fogalom.

Ha a különböző tömegű de hasonló vegytani jellemmel bíró vegyületek okszerű képletei által az illető vegyületek közti hasonlatosságot akarjuk kifejezni: ámitás nélkül nem hihetjük el, hogy e képletekből a vegyületek közti hasonlatosságon kívül egyszersmind a parányok valódi elrendezését is kiolvashatjuk. Mert ámbár valószínű, hogy a hasonló okszerű képlettel bíró vegyületek egyensúlyi szerkezete is hasonló,

(miután ettől függ a vegyület jelleme) : de az által, hogy két vegyület közt hasonlóságot ismerünk fel, még épen nem következik, hogy magáról az egyensúlyi rendszerről tiszta fogalmunk és szabatos ismeretünk volna.

E tárgyra vonatkozó előbbi értekezésemben, tények felsorolása által bizonyítottam be, hogy az elem tömece egyszerű, de egynél több vegyparányból álló szerkezet, míg a vegyület szinte több, de különmemű vegyparányok (egyszerű gyökök) egyensúlyi rendszerének tekintendő. P.

úgynevezett egyszerű testek tömecképletei :

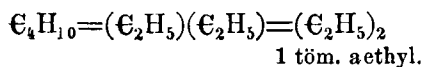
chlor	=Cl ₂
köenny	=H ₂
kén	=S ₆
phosphor	=P ₄
éleny	=O ₂

egyes vegyületeik tömecképletei :

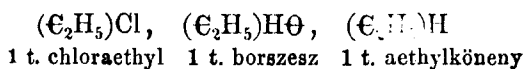
sósav	=ClH
kénköenny	=H ₂ S
kéneessav	=S ₂ O ₂
chlorphosphor	=PCl ₃
víz	=H ₂ O sat.

ugyanaz áll az elszigetelt összetett gyökökre és vegyületeikre nézve is. Például :

Az elszigetelt aethyl gyök tömecképlete :



az aethyl gyök vegyületei :



sat.

Ezekből kiviláglik, hogy a tulajdonképeni gyök és a szabad állapotban előállított (úgynevezett elszigetelt) gyök között igen nagy különbség van. Az első csak fogalom, mely

különválva a valóságban nem létezik, míg az utóbbi, mely több egyenlő gyöknek erőműtani szerkezete, mint ilyen valóban létezik is. Ha a szabad állapotú gyökből (illetőleg elemből) bármintemű átalakulás folytán vegyület származik: ez által ama sajátosságait, melyekkel elszigetelt állapotban bírt, egészen elveszti, miután 1-ór tömegére nézve kisebb ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$) lett mint volt, 2-ór pedig mivel az új tömecsben egészen más-tömegű és alkatú gyökökkel olvadván új egyensúlyi rendszerre, mindazon erőműtani viszonyoknak lényegesen meg kellett változni, melyektől a testek vegytani jelleme függ (ilyen p. a részecskék kölcsönös távolsága és ennél fogva a vonzás nagysága sat.)

Ha tehát valamely vegyületről azt mondjuk, hogy ez vagy amaz egyszerű testekből áll: azt nem szabad betű szerint úgy értelmeznünk, hogy benne ezen egyszerű testek, minden „vegytani tulajdonaikkal“ együtt befoglaltatnak, hanem a főnebb említettek szerint lényegesen megváltozva. Ha például azt mondjuk, hogy a sósav chlor és hydrogenből áll: tulajdonképen helytelen, mert abból csak képződött, miután a chlor alatt $=\text{Cl}_2$ a hydrogen alatt $=\text{H}_2$ a sósav alatt pedig $=\text{ClH}$ parányokból szerkesztett erőműtani rendszereket értünk. És ha szigoruan a tényekhez akarnánk ragaszkodni, tulajdonképen csak azt mondhatjuk, hogy bizonyos vegyfo-lyamatok által Cl_2 -ből és H_2 -ből sósavat vagyunk képesek létre hozni, és viszont a sósav tömecs (p. villanyos) felbon-tása által, a chlort oly mennyiségben választhatjuk le abból, hogy a folyamat után a chlortömecset $=\text{Cl}_2$ (azaz chlort sza-bad állapotban) alkothat.

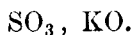
Ha megfontoljuk, hogy az elemparányok csak azért neveztetnek egyszerűeknek, mert még eddig nem sikerült őket kisebb részecskékre (s talán különmeműekre is) fölbon-tani, de hogy igen képzelhető, sőt, mint más alkalommal ki-fejtém, nem is valószínűtlen, miszerint ezen most úgyneve-zett elemi parányok magok is különvált részekből állanak, és elbontásuk talán csak azért nem sikerül, mert részecskéik végtelen közel lévén egymáshoz, a kölcsönös vonzás nagy-

sága akkora, hogy azon erők, melyek eddig rendelkezésünkre vannak, elégtelenek annak legyőzésére: átlátható, hogy ily fölfogás mellett, a parányelmélettel a dynamisták azon paradox nézete is bizonyos fokig megegyeztethető volna, miszerint az úgynevezett egyszerű testek új vegyületeket képezvén egymást áthatják, mi azonban természetesen csak a vegytani értelemben vett parányokra (a vegyparányokra) vonatkozhatnék, nem pedig a parányelmélet végső parányaira, melyekre a nevezett elmélet fő elve az *áthatlanság* teljes mértékben fűtartható volna.

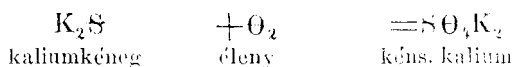
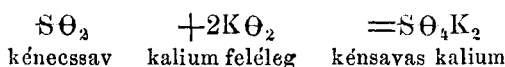
Ha egyszer ez bebizonyítható, akkor a most egyszerű gyökökre (vegyparányok) nézve is állna az, mit jelenleg csak az összetett gyökökre nézve (melyek különben a vegyületekben ugyanazon szerepet játszák, mint az egyszerű vegyparányok) állíthatunk, hogy t. i. a vegyparányok a vegyületekben nincsenek különválva jelen, hanem csak mint az összetett gyökök az átalakulás pillanatában képeztetnek, s mihelyt az új tömecsrendszer megalakult, azonnal megszűnnek különválva lenni. Mind ez azonban kissé időelőtti szemlélődés, és leginkább arra inthet bennünket, hogy hitágazattá ne emeljük azon állítást, mely szerint a vegyület azon alkatrészeket, melyekből előállított, változatlanul foglalja magában,¹ és hogy ha valamely vegyületből egy alkatrészt előállítunk, ez pusztán leválasztatott abból, mintha már készen jelen lett volna benne.

A vegyület és gyök (alkatrész) ilyenén értelmezése, melyet a régibb vegytani iskola hitágazatként állított fel, és melyet a nélkül, hogy szabatosan bebizonyíthatott volna, mindenkire octroyozott, oka volt egy részről a vegytan egyoldalú fejlődésének, másrészről pedig exact mechanikai irányban haladásának legalább részben akadályá; végre kútforrása egész sereg hamis fogalomnak és következtetésnek, melyek nem csak magában a vegytanban, hanem egyszersmind azon tudományokban is, melyekben a vegytan alkalmazást nyer, oly mély gyökereket vertek, hogy évek hosszú sora fog arra megkiváncsoltatni, hogy azok mind kiigazításának.

Elégnek tartom e helyen csak azt fölemlíteni, miszerint a régi iskola azon tényből, hogy az úgynevezett vízmentes sav és féméleg vegyülése által só képeztetik, azon általános tételt állította fel, miszerint minden sóban különváltan befoglaltatik egy vízmentes sav és egy féméleg, például a kénsavas kalira nézve vízmentes kénsav és kaliuméleg, ehez képest annak okszerű képlete



és e nézetet a régi iskola kitűnő tagjai, tekintélyök egész erkölcsi súlyával még akkor is védelmezték, midőn mások felhozták, hogy mint általában egyéb sók is különféle úton jöhetnek létre: úgy a kénsavas kalium következő módok szerint is előállítható :



Ha a régi iskola elveihez hívek akarunk maradni, e négy képlet mindegyike a parányok helyzetét fejezné ki, a mi képtelenség, mert ugyanazon vegyületben a parányok csak egyféleképpen lehetnek elhelyezve. Hogy milyen elméleti eredményekre vezetett a régi iskola e hypothesis arra tanúskodik az úgynevezett „előkészítő rokonságról“ (praedisponirende Verwandtschaft) szóló tan, mely szerint p. ha zink kénsavval és vízzel jó érintkezésbe, a zink azért bontja el a vizet, mert a kénsavnak vonzalma lévén a még ugyan nem létező zinkéleghez, azt eszközli, hogy ez utóbbi képződjék, melylyel azután kénsavas zinkéleget alkot, mialatt hydrogen fejlődik. Itt tehát arról van szó, hogy egy létező test (SO_3) egy még nem létezőre (ZnO) vonzást gyakorol! — Igen természetes, hogy ily fogalmak mellett nem remélhetjük, hogy a vegytani jelenségek valaha mint erőműtani fejtmények megoldást nyerhessenek.

Ezek után végre elegendőnek tartom megjegyezni, miszerint az újabb elméleti vegytan legnagyobb haladása abban rejlik, hogy a tömecsek belső erőműtani szerkezetének létét úgy felismerte, de hogy egyszersmind meggyőződött arról, miszerint e szerkezet természete és a parányok valódi elrendezése felől mindeddig semmi szabatos ismerettel nem bír, végre hogy okszerű képletei nem is igénylik azt, hogy az általuk kijelentett vegytani viszonyokat olyanoknak tekintsük, melyek a parányok helyzete fölött adnának felvilágosítást, és csak arra szolgálnak, hogy a vegyületek (különösen a szerves anyagok) rendszerezítése, egy minden vegyületre nézve közös elvből kiindulva, lehetővé tétessék.

MAGYAR AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI
OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

II. KÖTET.

1860—1.

IV. SZÁM.

MAGYARORSZÁG FÖLDIRATI ÉS TERMÉNYI
ÁLLAPOTÁRÓL A KÖZÉPKORBAN.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

RÓMER FLÓRIS LEV. TAGTÓL.

(Olv. jún. 17-én 1861.)

Ha a földismének, újabb korban annyi érdeket gerjesztő, fölfedezései azon világtestnek, melyen élünk, eredetét, külön rétegeit, azok változatit és évezredekben általi viszonytagságit híven állítják szemeink elé, és a folytonos vizsgálódások eredményei után képesek vagyunk a jelenlegi pályaszakig való fejlődését mintegy számtanilag kimutatni; ha mondom ezen ernyedetlen munkatűrést és tiszta felfogást igénylő fáradozásokban a földtudóst legnagyobb feszültséggel kísérjük, midőn csodálatos és mégis igaz föltételeit előnkbe hozza: mennyivel inkább kell, hogy érdekeljen már nem azon kéreg, melyen élünk és mozgunk, minémiségének kipuhatlása, hanem *azok* vizsgálása, mik ezen életüket föltételező, tenyésztüket előmozdító vagy gátló, terjedésüket pedig eszközlő, akadályozó és csökkentő talajon tenyésztek, és vagy ma is, és pedig régi mivoltukban, vagy változtatott körülmények által másítva tenyésznek.

A földisme és kövülettan annyira érdekes, annyira elragadó terét azoknak hagyom, kik ezen tudományoknak mind hazánkban, mind külföldön elismert avatott bajnokai; marad egy ezekkel határos, elég tág tér, mely tudomra, legalább nálunk, a mennyire parlagon hevert, épen annyira meglepő eredménnyel fogna műveltetni; de sok tekintetből ennek munkálását nem is szabad elhanyagolnunk, főleg, ha hazánk külön korszakú, hű, régi térképeit készíteni szándékozunk.

Tehát, hol földtudásaink a terménybuvárnak a fonalat átnyújtják, ott ragadom meg azt, és az *östermészetrajz* — földtanilag lehetőleg legmagasbra emelt — tanulmányai, és a jelenleg közkedvvel felkarolt mostani *terményeink tudománya* közötti korszakot tettem vizsgáim tárgyává, közvetlenül édes hazánk középkorban földirati- és terményi állapotáról kívánván néhány szóval értekezni.

Napjainkban a *történelmi tanulmányok* is összeforrasztattak a földiratiakkal, és pedig helyesen, természetesen; mert, a mint a hely a nevezetes tényt emlékünkből eleveníti, úgy lehetetlen, hogy viszont valamely jeles tettet felhozzunk a nélkül, hogy a cselekvés színhelye is eszünkbe ne jusson.

Azonban az újabb földleírás nem állapodik meg egyedül a helyeknek pontos lerajzolásánál; külön térképek terjesztik elő a hegylánczok elágazásit, mások a folyók szövvényes hálóját, meg mások az állatoknak és a növényzetnek kiterjedési öveit, vándorlási vonalaikat, vagy magassági tetőpontjaikat, az egyenmértékletű, egydelejségű hullámokat; szóval, a következőes élénkséggel haladó tudomány emelkedik a göröngyről a természetményekig, sőt azokon túl a csillagokig, és nem mulaszt el semmit, mi által az eddigi számos föltételeit sarkelvi bizonyosságra emelje, és az itt-ott létezett kételyek fellegeit számíthatlan észleletei és alapos okoskodási által eloszlassa, vagy hiteles állítmányképen megalapítsa.

Történelmi kútforrásinkból szinte oly kedvvel merítvén, mint az istenírta örök természet szent könyvéből, nem egyszer bukkantam oly akadályokra, melyek legyőzésében csak régibb természet- és terménytani állapotunk vizsgálata se-

gíthetett. Ily adatokat gyűjtve, és magam is régóta fáradozván hazánk egy tökéletesb középkori térképe előállításán, felvillant bennem a gondolat, mily érdekes lenne hajdanunk hű terményrajzi képét is készítenünk. Átláttam ugyan ezen vállalat majd óriási erőt igénylő nehézségeit: de azért, mert egyszerre eszmém netovábbjával föl nem léphetek, mindjárt az üdvös szándékkal is felhagyni, tudományosságunk elleni halálos véteknek tartottam; és valóban némi nyereségnek véltem már a gondolat itteni megpendítését, és kivihetőségének bebizonyítását nálunk, hol a történelmi kutatások oly sok szép eredménnyel tétetnek, hol a történelmi tanulmányok a nemzet boldoglétével oly szervileg összeillesztvék, mint saját szeretett honunkban.

Valamint a termények talajának, a földnek, változási kétfélék, t. i. *erőszakosak* és nagyszerű pusztításaik eredményeit még évezredek múlva is mutatók, és *mindennapiak*, melyek csak a gondos és mélyebben kutató bűvár szemeit nem kerülhetik ki: épen így *kútforrásaink* is, melyek után indulva földünk változásait és az ezen változásokból eredő terményi viszonyainak másítását is észrevehetjük, kétfélék.

Az első, földünk fölületének, már történelmi időkből, *földiratilag bebizonyítható átalakulása*; a másik, *történelmi kútforrások* eszélyes és szorgalmas forgatása és felhasználása.

Akármerre tekintünk szét e szép hazában, találkozunk mindenhol kiszáradt folyam-medrekkel, melyek a nép szájában *holt-ágaknak* neveztetnek; ezek még sokáig fogadják be a túlárado folyamok vizeit egy időre, míg az ártól beléjük sodortatott kavics-, fatörzs-, iszap-rétegektől annyira föl nem töltetnek, hogy a legmagasb vízállás alatt sem öntetnek el. Ezek leginkább kavics-gödrökben, utak átszeléseinél, valamint a téglavetők falain is, az eredeti agyag- vagy homokhullámok rétegeiből feketébb színök, televényebb tartalmuk által különböztethetők.

Mennyi volt hajdan hazánk nedvesebb éghajlatú, fadúsabb korában ilyenféle lapály és süppedés, mely fertő, pocsolya, mocsár, vízállás vagy sár és tó név alatt a vidéket náddal, a konyhát vízi vadakkal ellátta, hol ma a jó illatú széna

terem, vagy az aranyos kalászok a szél által ringattatnak, vagy az első rangú városok legdiszesb piaczaik állnak, legékesb palotáik emelkednek! Hányszor olvasunk tágas vízállásokról ott, hol ma terjedelmes helységek kövér rétejeikkel, gazdag szántóföldjeikkel, lombdús erdeikkel pompáznak! mennyire csodálkozunk ellenben, hogy ott, hol ma például a Dunának, nyaranta leginkább vízszegény ágának homok- és kavicsrétegei fehérlenek, a hatalmas folyó hullámaít hömpölygeti, és több ma egészen igénytelen helység jólétét árasztó kereskedelmi útjától — minthogy folyását hűtlenülül másfelé veszi — megfosztatván, *árumegállítási* joga elvesztésével a közönséges városkák és faluk sorába taszítatott. *)

Ily változtatások többnyire *erőszakosak* és vagy a hegyek csúszásai, vagy földrengések és tűzokádók erei által idézhetők elé, bár az *áradások* igen lassú útján is eszközölhetők. Akármilyen legyen közvetlen tényezőjük, az az egy bizonyos, miszerint, 1816. és 1817-ben a Vág hullámai, sok százezer holdat tettek haszonvehetlenné, és egy köből búza árát 50 forintra rugtatták. Tud. Gyűjt. 1830. VI. 4. Ezen folyóvidéki ostornak fő oka gyakran a lerakott iszap, mely a vizek torkolatit elzárva, vagy azok medreit kifolyásuknál tetemesen emelve, a felsőbb vízmennyiséget az alacsony partokon kiszorítja, és sokszor kényszeríti más folyást keresni. A tapasztalás mutatja, hogy mintegy 20 fontnyi víztömegből, mely egy óráig folyó áradatból merítettett, néhány nap alatt 5 latnyi száraz agyag ülepedett le. Pedig hányszor áradnak csak egy

*) Példa erre Rajka mezőváros, Mosony megyében, mely mellett régente a nagy Duna folyt, jelenleg pedig a helységtől jó távol esik. Az Oroszvár és Engerau közti országúton haladván, a Duna hajdani ágai balra láthatók, míg jelenleg a mellékágak azúttól jobbra esnek!). Győr és Szabadhegy közt mindenhol követhetjük a Rába elhagyott medrét, mely ma egészen más irányban egyesül a Rábczá- és Dunával sat. De mit megyünk messzebbre? hiszen fővárosunk északnyugoti részén is létezett egykét század előtt valami szigeten meleg fürdő intézet, melynek nyomát csak igen sekély vízállásnál látható zátonyon föltalálták, és gyógyforrását használandják.

század leforgása alatt a vizek, és tán még nagyobb iszaptartalommal? Tud. Gyűjt. 1820. VII. 41.

Ezen erőszakos, szerencsénkre ritkább, fordulatok nagy változást idéznek elé; ugyanazt eredményezik a *mindennapiak* is, melyeknek földünk fölülete ki van téve, csak hogy ezek lassan, kevésbbé észrevehetően, de annál biztosabban működnek. Vagy a szünet nélkül az idő mindenféle befolyásának kitett hegymagaslatokról, nem visznek-e minden nap a pataksák bizonyos homok-, kavics-, iszap-mennyiséget a folyók, ezek pedig a folyamok torkolataig? S ezek medrök szűkítését mintegy restelvén, nem készítetik-e visszatorkolásképen a fölebb álló vizet másfelé kiáradni, és sokszor az embert is telepítvényétől elválni, lakhelyét máshol keresni, és így azon vidék színét is változtatni?

Látjuk tehát, miszerint egyik változás a másikat idézvéen elé, ezek sorában az *ember* is meg nem vetendő eszköz gyanánt lép föl. Ugyanis pygmaeusi erővel bár, de minden pillanatban használván fel a föld terményeit, annak alakját kénye kedve szerint változtatván a folyók szabályozása, a mocsárok szárítása, az erdők pusztítása, a hegyoldalak szőlők- és gyümölcsösökkel való beültetése által az egész vidéknek más tekintetet szerez, sőt még a légviszonyokban is látszik befolyása, minthogy míg azt egyik természetnyévre nézve kedvezőleg képes változtatni, a másakra nézve a magát boszúló természetben rendetlenséget, és a későbbi korra nézve mintegy átkot idéz elé.

Lássuk például a mindenki előtt ismeretes *tihanyi* félszigetet. Míg a Bakony és a Balaton melletti erdők nem valának annyira pusztítva, mint ma, több forrás²⁾ által táplálattván hazánk regényes partu tengere magasabb vízállással bírt, annyival inkább, mert a Sió általi lecsapoltatása előtt lassabban folyt ki fölöslege. Ekkor a tihanyi töbörök szigetét képezenek; kitetszik ez az alapító okmányból Cod. dipl. I. 388. hol az *Insula* szó többször előfordul; 1231. okmányból u. o. III. II. 265.; 1288. insula Balatini de Tihan. V. III. 421. a kis tó — Balaton kicsided utánzása — ma csak kevés iszapos vízzel bír, és erdő-pusztítás következtében valószínűleg

lassanként el is fog tűnni; a külső nagy tó lecsapolása által, az uradalom tekintélyes terjedelmű rótséget nyert, és így a sziget alakja, mint látjuk egészen változott.

Ily változtatásokon mentek át a Balaton egyéb vidékei is. A szigligeti hegy, mely szigetben feküdt, midőn azt Favus pannonhegyi apát IV. Béla király alatt a tatárok ellen erősíteni kezdé, valamint Sz. Mihály hegye is, még e század elején is víztől valának környezve; sőt a Balaton egyes ágai a lapályosb helyeken messze be, példáulúl Edericstől Uzsaig, Fenéktől Vindornyaig terjedtek észak felé, úgy hogy még ötven év előtt ott ladikáztak, hol most a dús rétek közt a pompás országútak emelkednek. Mennyire lepték el délkeleti partjától Somogy éjszaki rónáit a Balaton hullámai, eléggé bizonyítják a régi térképek; s így ezen tó alakja csak még egy század előtt annyira elüt a mostani, majd egyenközü partjaitól, hogy azt külön lefestve látván, kis honi tengerünkre aligha reá ismernénk.

Azonban a gyakorlott természetbűvár szeme észreveszi a vizek hajdani kiterjedését a sásas réteken, a — ha mindjárt messzebb eső — szőlők, kertek, szántóföldek árkaiban bujálkodó nádon, a tözeges aljon; mert akármennyire iparkodjék az ember a természet színét változtatni, messzehatóbb, állandóbb ennek hatalma, mintsem hogy törpe erőlködéseink azt oly könnyen megsemmisíthetnék.

Egyébiránt történnek ilyenek mindennap szemeink látára környékünkön. Vagy nem találkozunk más-más eddig gyakran ismeretlen terményekkel, a vasúti átmetszetek, hidalá sok, vizek megszorításai, folyók szabályozási, műtavak építései következtében, melyek legközelebbi környékén a — tán már századok óta nyugvó — mag a földszíne fölhozatván, csirázni kezd, és az eddig napot nélkülözött rétegekből oly növényzet fejlődik, melyet addig azon vidéken nem ismertek. Az új növényeket fölkeresik a rovarkák, lepék, legyek vidéki seregei, s így változik természetesen a táj barmánya is.

Ellenkezőleg eltűnnek a virány egész családjai, ha tenyésztükhez szükséges tényezőktől megfosztatnak. Tanúsítja ezt a győri *kis kút*³). A mintegy húsz év előtt körülötte elter-

jedő pocsolyák és vizes árkok a posványvirány legszebb díszzeivel kecsegteték a fűvészt; akkor nagy mennyiségben és változatosságban találtam ott a sparganium, hottoria, hippuris typha, alisma, butomus, glyceria, polygonum amphibium, sagittaria, utricularia, vízi mentha, nád és fűz fajokat, melyek a csatornázás után nyom nélkül mind eltűntek, [mint hiszem, rögtön előjövendők, a mint e táj posványnyá változása életök kellékét is eléldézné.

Ugyanakkor találtam a *zámolyi* híd alatt, ezen vidéken egyszer életemben, a *menyanthes nymphoides*, a *hélervári* vadkert erében a legszebb *stratiotes aloides*-, *hydrocharis morsus ranae*-ket sat. ma a híd alatti pocsolya kiszáradt és ritkább növényem eltűnt, — az ér pedig kevesebbé tápláltatván a Duna holtágai által, a fenemlitettek is gyérülnek. Azért gyakran hiába keressük a régi fűvészek által felhozott lelpon-tonon az idézett növényt; változott a talaj, a légmérséklet, a szomszéd növény, melynek társaságában előjön, vagy melynek gyökerén, törzsén elődött.

Így változik földünk fölülete minden perczen; mert nincsen hely, melyen hol a természet, hol az állatvilág, és az ember maga, változtatásán ne működne!

Szembeötlő fordulatok okai a *hadjáratok* is. Mily változtatást idéztek elé a germánok Itáliára való rohanásai, a rómaiak Gallia- és Angliában tett foglalásai, a népvándorlás, a keresztháborúk, melyeknek hazánk is oly sok kedves növényt, oly sok hasznos állatot köszönhet! Ezen tekintetből annyival tartozunk délnek és keletnek, hogy Reimar Abhandlungen von den vornehmsten Wahrheiten der natürlichen Religion 53. l. szerint, ha vissza kellene adnunk a gyümölcsöket, melyek Ázsiából kerültek hozzánk, makknál egyebünk nem volna.

De mit hátrálunk oly messzire? vessünk egy pillanatot a bécsi fűvész eldoradojára a *töröksánczra*, hol a keletről hozott különféle magokból eredt növények ma is díszlenek; hogy ezekből hazánkban is elég jutott, igen természetes. És hogy a legújabb korból is hozzak föl példát, tán azt hisszük, hogy az oroszok hazánkban hadjárata, terményi viszo-

nyaikra nem leend észrevehető befolyással? Vagy hiába izlették volna meg nemesebb gyümölcseinket, dinnyéinket, ugorkáinkat? hiába hurczolták volna magukkal csinos lovainkat, szamarainkat, szarvas marháinkat, bivalainkat?

Hát a hadjáratoknál szelídebb természetű, de folytonosan működő *kereskedésnek* mit nem köszönhetünk? Mennyi kertjeinkben és üvegházainkban a sokszor igen drága dísznövények kirakata, melyek a távol eső világrészek erdei — posványai — sivatagjaiban hagyák el rokonikat? — Azonban mint minden fénynak van árnyoldala is, úgy itt is csak a hazánk majd általános átkát, a tövises csimpajt, a szerb tövist, hozom fel. A kereskedésnek és az avval járó *utazásoknak* és *fölfedezéseknek*, valamint azon velünk született váagnak, miszerint mindent saját hasznunkra fordítsunk, igen sokkal tartozunk. Vegyük csak Éjszak-Amerikának hazánkkal hason légmérsékletű vidékeiről hozzánk hozott, és már tökéletesen meghonosodott többféle fanemeit, mint a platanus, ailanthus, robinia, acer, gleditschia sat. valamint az olaj, festő-, fűszer- és éti-növényeket, mint például, a dohányt, csi-csókát, krumplit, kukoriczát sat.

Ha tehát, mint az eddig idézetekből láthatjuk, földünknek minden egyes részei akár rögtön azaz erőszakosan, akár lassanként és mintegy észrevehetetlenül változnak: kérdem, *nincsenek-e állópontjaink, melyektől észleletünket biztossággal kezddhetjük?*

Igen is vannak :

Legelől állnak a *hegyek* alakjai, terjedései, sokszor világrészeket is övedző vagy átszelő lánczolati. Ezek a föld felülete minden más részletei közt rendesen legkevesebbé változnak. Minthogy hazánkban, legalább azon korból, melyet itt leginkább szemügyre veszünk, a terjedelmes, erőszakos változásoknak följegyzéseivel nem bírunk; de egy-két századon át pontosan gyűjtött észleletekből megtudhatnók, és majd számtani biztossággal meg is határozhatnók hegyeink évezredek előtti alakjait és magasságait.

De kinek jutott nálunk, hol még annyi más a teendő, észébe, ily hegycsúcs-leszállítási észleletekhez adatokat gyűj-

teni, mint ezt némi déli- és északi tengerpartlakók, vidékek emelkedése- és süppedése kipuhatolásához szükséges észleleteikkel tévők, vagy mint a világ leggyakorlatiabb népe, az amerikai, kísérle, midőn a Niagara esése folytonos és szabályos hátrálásából a felvidéki tavak erőszakos áttörésének idejét meghatározó!

A hegyeket s illetőleg a *sziklákat* is valamint az *állandó forrásokat* majdnem változatlan pontoknak tekinték már királyaink okmányaikban. Így tűnik ki 1233-ban András király által kiadott, és 1345-ben Bertalan veszprémi püspök által átírt, a vásonyi levéltárban őrzött okmánymásolatból, miszerint a határjárást parancsoló király a *hegyeskői sziklát*, mely már a bakonybéli apátság alapító levelében, 1036-ban, megnevezetik, elmozdíthatlan határnak tekinté, mondván: *ibidem eadem est meta certissima ista immobilis petra*; — és alább a városlődi határban levő Szomorkutról szólván: *fons Szomorkuta vocatus, qui est ipsa irrevocabilis meta Regis*. Ily bizonyos és elmozdíthatlan jelnek tekinté Béla király névtelen jegyzője is az ó-budai forrásfőt, mely fölött Árpád sirja kerecsendő: *supra caput unius parvi fluminis*. Anonym. Hist. Hung. LXII. fejez.

Majd változhatlanoknak tekintjük a nagyobb *tavakat* és *folyamokat*, ha mindjárt nem egész kiterjedésükre, vagy folyásuk egész hosszára nézve is. A víz állandó, valamint a hegy is, ha a talaja, melyen vagy mely között foly vagy gyűl, nem változik. Jól tudom azt, például csak Marsigli Iter Danubianumból, mennyire változtak a Duna egyes ágai, csak az ő idejétől fogva, hányszor szorítottatott a győri Rába-erődítési szempontból más-más mederbe; mennyire elűt a Fertő és Balaton mai képe, az egynehány század előttitől, és mennyire t. i. a megismerhetőségéig fogna az utóbbi keskenyedni és a szalai partok alá szoríttatni, ha a folytonosan sürgetett leszállítása még egy-két lábnival alábbra történnék. De azért a Duna lényegileg csak Duna maradt és megtartotta fő irányát, valamint a Fertő és Balaton is még régi helyeiken meg vannak, és addig, míg medrük be nem telik, vagy valami tűzokádó erő által föl nem emeltetik, meg is maradnak.

Az állandó pontok, vagy inkább vonalok közé számítjuk az *országútakat* is. Ők a műveltség legbiztosabb emeltyüi; az ő változtatásukkal változik sokszor a környék képe, sőt a nép jóléte is. Csodálatosnak látszik, és még is igaz, hogy nem csak az őseinktől használt, de még a rómaiaktól vagy tán inkább a barbároktól fennmaradt utakat, mi is tapossuk.

Ha azon utakat, melyek legrégebb korból származó okmányokban, mint *via parata* vulgo *Ettewen*, *via regis*, *via magna* quae vocatur *Ettewen*, *via levata*, *strata*, *exercitua*lis — a szalai tapolczai völgyben ma is hadút név alatt ismerik — *civilis*; *magna*, *publica strata*, *via exploratorum* Boemiae — *Simarut*, *strata communis*,⁴⁾ sat. előjönnek: azt tapasztaljuk, hogy ezek a mai utakkal nagyobbbrészt tökéletesen megegyeznek s ugyanazon helységeken keresztül vezetnek. Azonban ezek ritkán szelik át az ingoványokat — posványos kiöntéseket, mint a kikerítón keresztül vitt óriási római, vagy a Lébény táján részletekben fennmaradt azon nemzet útja; hanem inkább készíték útjaikat a hegyek oldalain, vagy fensíkokon át; úgy hogy a lecsapolt csatornák által száritott mocsárokon keresztül épített utakat, mint p. o. a pomogyit, szigligetit, mindjárt újabbkorinak ismerjük.

Természetes, hogy minden nemzet bizonynyal a leghamarább és legkönnyebben járható, legkevesebbé alkalmatlan, vagy akadályok nélküli, s így többnyire a száraz völgyeken átvonuló utakkal élt. Ezek megmaradtak csekély változtatásokkal az utódok alatt is, kivéven azon meredek — ha mindjárt rövidebb — hegyi utakat, melyek, mint a veszélyes, Bakonyból Pannónhalmára vivő, *barátút*, a szekerek általános használata óta egészen elhagyattak.

A hegyek lánczai, nagy sziklák, állandó források, tavak, folyók és országútak tehát többnyire azon támpontok, melyekből hazánk régi földirati és következőleg természetrajzi állapotát is vizsgálva, némi biztossággal kiindulhatunk. A kisebb folyók, patakok, tolvajágak és posványok helyeit, melyek a határjárások megállapításában ma oly sok nehézséget gördítenek a földrajzoló eleibe, csak a helyszínén, az

üres medrekben, a száraz medencékben lehet tanulmányozni, és biztos eredménnyel kutatni.

Eddigi eszméletünk fonalán egyedül a száraz vagy nedves talaj mivoltával és másításával foglalkoztunk. Van azonban a földszíne változtatásának egy szinte hatalmas tényezője az *őserdők* mibenlétében.

Igaz, hogy négy-öt század előtt egészen másképp kellett honi erdős vidékeinek *tájképileg* is kinézniök, mint azokat ma látjuk. Bizonyosan nagy a különbség a majd évenként botolt, kiaszott füzések nyomorékai, melyek egyedül hánca-ból álló törzseikből az alig karnyi vastagságú ágokat, mintegy könyörületre kulcsolólag, égfelé nyújtják, míg odvas bel-sejükben kövér televényt és buján tenyésző élődieket tartalmaznak, és a régiek szürkés színű terjedelmes *füzeseik* közt, melyek szálas faikkal, csüngő ágaikkal, még itt-ott elszórva erdeinkben és ültetvényeinkben, egyéb terebélyes rokonikkal vetélkednek.

Más benyomást tehettek a mérföldekre terjedő zárt *cser-* vagy *bükk-*erdők, sötét, gyenge hullámszerű síkjaikkal, vagy a feketés *fenyvesek* csúcsosra kiálló sudáraikkal, a szárnyas magvú *körisek* díszes virágfürtjeikkel, a *berkenye*-ligetek vérpiros bogyó-füzereikkel, a homokszerető *nyírek* lazán lóggó ágaikkal, terebélyes *hársok* kábító illatú bokrétaikkal, sokszög-levelű *jávorok* édeslét tartó törzseikkel; mint a mai alig itt-ott terjedelmesb erdőcsoportozatok, melyek gyakran nem is terjednek, a távolból vékony szalagként látszólag, egykét órányira. A sok közibe keveredett fajta tarkasága, valamint az ipar rovására történt pusztítások, mindenütt észrevehetők. Alig van hazánkban erdő — magát a Bakonyt sem veszem ki — mely az ősiség tiszta jellegét megtarthatta volna; mert ezt a mindent feldúló ember mindenhol eltörlé, az ember, ki mint faműves, mészégető, taplós, hánccsgyűjtő, favágó, csordáival egyesülten végnélkül irt, mindenhol nyomát hagyván kielégíthetlen önzésének, mindent elnyelő kapzsiságának.

Nekünk, kik csak a századok óta irtott, az ipar által zázszorosán kizsákmányolt erdő-vázlatokat bírjuk, nehéz

már most magunknak *ös rengeteg* erdőről valódi fogalmat szereznünk. A bölcs ember, ki nem restel és nem fél az Istenség remekein is kontárkodási által erőszakoskodni, ki baltáival ritkítván, a sok erdei gaznak elszaporodására alkalmat nyújtott, hibáját tengeren túlról hozott jövevényekkel kísérté helyrepótolni; de ezek kiirtani szándékolt bükkjeinket, tölgyeinket soha sem helyettesíthetvén, mint ritkaságok, mint pótnövények megjárják sétányainkon, díszkertjeinkben, országútaink melletti soroknak, hanem zárt erdőt, *ös* erdőt soha sem képzendenek.

E pontig csak a hegyi erdőket vevők tekintetbe, de mennyire más alakuk a vízmelletti virányok? A *reketytyék* sűrű bokrai, a *kötő-fölzesek* tágas, vizenyős telepei, a könnyező *nyár-* és majd éig nyúló *szülfák* csoportjai, — e késő levelű fanemek, a posványokat kedvelő *egererdőkkel* együtt, majd egyedüli magasb növényei a láposoknak, majd folytos növesztői a turfa- (tőzeg) telepeknek. Nem kényesek, minden leszúrt ágból nőnek föl sebesen, de fájok puha, kevés meleget adó, — kifejlődésük bevégezése, valamint elszáradásuk is hirtelen történik.

Hátra van még a barna — vagy inkább fekete vizű pocsolyák növényzete. Itt vannak messzetartó kiöntvények, mint a Duna és Tisza mentében nem ritkaság, hol a gyönyörű virágú vizirózsák egész holdakat lepnek el, melyek széles levelein a vízimadarak ezrei költenek. Itt a fák nád- és kákává, a füvek és harasztok, mohák- és moszatokká törpülnek. Egy új világ nyílik itt a vizek tükre alatt, hű képe a szárazoni virálynak. Itt a természetbúvár józan tolla elégtelen a vízalatti csodák kellő ismertetésére. Jókaitk utánozhatlan irányával birjon valaki és a halhatatlan Humboldt bő tudományával, hogy a teremtés itt tengő és mozgó rejtélyeit csak közelítőleg is a világ szeméi elé vezethesse!

Csekélységnek fog látszani, és még is igaz, hogy mint az ember természeti környékét átídomíthatja, így saját *élete módja, és fejlődése is leginkább azon vidéktől függ, melyre őt a gondviselés helyezé.* Így lesz a tengerek, tavak, folyók partján lakóból halász, hajós, molnár; az erdőkben fejlődik a

vadász, szén- és mészégető, favágó; így készültek a hajózatlan erdei patakok hasznavehetőségére a faúsztatók, a bőjtől kolostorok közt a sok halastó, a patak nélküli hegyes vidéken pedig a fa könnyebb szállítása végett a fakorcsolák. Így gyérültek az erdők a bányák, huták közelében annyira, hogy nem sokára élelmünk készítésére, szobáink melegítésére, gépeink mozgatására a föld fölületén fát nem találván, vagy tőzeget ásni, vagy a föld gyomrában rejlő tüzelési szereket kénytelenítettünk aknászni.

De nem csak az erdős vidék van befolyással az ember foglalatosságára; maga az *erdő neme*, sőt minden vidéken található termény változtathatja az ember kedélyét és élete minőségét. Mert más szükséglete és előnye valamint hiánya és hátránya lehet azon embernek, ki fenyvesek közt lakik, mint annak, kinek hona bükkös, cserjés, gesztenyés, nyíres vagy fűzes erdővel bír, minthogy ezeknek már talajuk is más, levegőjük is zordonabb vagy szelidebb mérsékletű. És ha egy újabbkori példával szabad élnünk, kérdezzük, vajjon nem más természetűvé és hajlamúvá lesz-e azon ember, kinek a déliebb éghajlat a kedvderítő bort, a nyugoti a sűrű vért és nyálkás természetet előmozdító árpalét adja, mint az, kinek az északnak átkát, a föld természetményeiből égetés segítségével készített kábító pálinkát kell fogyasztania?

Milyen befolyása van a *vizenyős vidéknek* az ember kifejlődésére, tanúsítják hazánkban Csalló-, Csiliz- és Rábaköz mocsárosb tájai. Hajdan nevezetesek voltak ezek számtalan *kukkkók* és *golyvás lakók* miatt, kiket, mint nemünk legszánandóbb teremtményeit, némelyek úgy tekintének, mint az embernek állattá való szerencsétlen elfajzását. A nedves légkör, a roszt ivó víz, és a nyomorékok kölcsönös összekelése megszüntével, gyérülnek lassanként e szegény lények is, és mint tudva van, alig lehet újabb időben szebb emberfajt valahol találni, mint a milyen néhány évtized óta a Rábaközben fejlődik.

Főlebb erdőről szólottunk, tehát el nem szabad felejtünk annak őslakóját a *vadat* sem. Minthogy részint tanyájuk folytonosan változik, részint pedig az ember iparos zöre-

jével alkalmatlankodik, löfegyverével szünet nélkül pusztít : nem csoda, ha nemesb és nagyobb vadaink némely fajai folytonosan nem csak gyérülnek, hanem valóban egészen ki is irtattak, annyira, miszerint azok neveit egyedül a hely- és családi nevekben találjuk fel. Azonban a mennyire ritkúlnak a szarvasok és vadkanok, a hódok és hiúzok, s a mennyire némulnak az erdők énekesei, az embertelen fogdosás, a könnyelmű tojásrablás által : annyira szaporodnak, az egyensúlyt feltartandók, az észszerű gazdálkodás és vagyonosság rugói, a ménesek, csordák, gulyák és birkanyájak.

Azon óriási változások, melyek hazánkban a hegylánczok szétrepesztését a hatalmas beltengerek lecsapoltatását — és így azok fenekeinek lakhatóságát — eszközlék, régen, igen régen előzték meg amaz időszakot, melyről itt szólni szándékozom. Számtalan vad emberfaj lakhatta ezen lassanként kiesebbé váló földrészt, és a maguk előtt mindent elsodró, mindent elárasztó népvándorlások hullámai már régen túlcaptak honunk határain ; régen termeszték itt a búzát, ülteték a szőlőt és a gyümölcsfákat, készítének utakat, építének falvakat és városokat, szóval átváltoztatták valódi édennek, mielőtt őseink itt letelepedtek, mielőtt a magyar nemzet azt édes magáénak mondhatta.

Bizonyítják ezt hazánkban szerteszét található temetőhelyek cserepei, azon idomtalan, és kevésbbé alkalmas házi eszközök és fegyverek kő és bronz maradványai, melyeket majd minden lépten, nem csak a vizek örvényeiből elébb kiemelkedett hegymagaslatokon, hanem a csak későbbben száradt és lakhatóvá lett tágas lapályokon is lelhetünk. Mindezek nem a mi keleti fajtánk hagyományi, hanem mind ezek maguk, mind pedig a föld több ölnyi mélységéből kiásott — az emberrel egykorú állatok részeivel és már hajótöredékeivel is talált régiségek, más, velünk épen nem rokon törzököktől látszanak származni. Mióta ezen népek eltűntek, és apáink ezen szent földet elfoglalák, nem mondhatjuk, hogy hazánk színe tetemesen változott volna ; hiszen azon időszak-tól korunkig lefolyt évszázadok alig egy hüvelyknyi tér ahhoz

képest, mely rendesen a történendő nagy fordulatok milliói-hoz szükségeltetik.

Bár, mint láttuk, a nagy vizek nagyjából lefolytak, és a föld egy része lakhatóvá lett : bizonyos még is, miszerint a kisebb folyók és tavak maig szünet nélkül változtak. Ha csak a Bakony és Győr vidékét veszem tekintetbe, nem lehet tagadni, miszerint, ha csak az elnevezésekből ítéletet hozunk, mindenfelé elég számmal léteztek a természetes és mesterséges halastavak, vizállások, folyócskák és mocsárok. Tekintsünk csak Zircz, Porva, Táp, Csatka, Leweld, Majk, Igmánd környékére, mindenhol fennvannak még ma is azon gátok, melyek a legkisebb völgy-szükületnél a vizet fenntartották, és a haltenyésztést előmozdítani segítették.

Ezen halastavak lecsapoltatásával nagy szükség támadt a halfogyasztók részéről, és valóban nem alaptalan a panasz a hal szűke miatt. Ne gondoljuk, hogy talán az emelkedett fogyasztás ezen szükségnek valódi oka ; inkább azt kell állítanunk, miszerint a vallásos bűjt átalánossága és szigorúbb megtartása nem csak a zárdákban, de a világiaknál is nagyobb mennyiségű halat igénylettek ; hanem a folyóvizek ritkábban messzeterjedő áradásai, az emelkedett hajózás általi folytonos nyugtalanítás, a sok malom forgása sat. és a tavak rétekké való változtatása lényegesen gyéríték a haltenyésztést; és minthogy az újabb nemzedék halevőből húsevővé vált, nem csuda, ha már gazdasági szempontból is tekintve, inkább a legelőt és jó trágyát kívánjuk, mint a tavakat és pocsolyák bűzhödt vizállásait.

Az elpusztúlt városok, várak, templomok sat. romjai eléggé mutatják, miszerint nem csak a természet külön tárgyai vetvék alá a változásnak, hanem hogy az örök-hírre és létre vágyódó ember művei is mulandók. Ezen romok sűrűsége tanúsítja, hogy e hon több részei előbbi időkben népesebbek voltak, és hogy a fennidézett okok valamint egész nemzeteket kiirtottak, úgy azok lakhelyeit is földig lerombolták. Azon helyen, melyen napjainkban egy-két mezőváros vagy nagyobb falu fekszik, létezhetett több kisebb-nagyobb majorság húszával, harminczával, mint azt a felszántott kő-

alapok, téglafalak, temetőhelyek eléggé bizonyítják. Ott fekhettek a falövezett városok, a főurak sasfészekai, a dúsgazdag apátságok számos tavaikkal, a végnélküli erdők kifogyhatlan vadaikkal, a kövér rétségek büszke méneseikkel, hízott göbolyeikkel; de mindezekből korunkban alig maradt fenn soknak egyebe nevénél, és az erdők sűrűjében, vagy a végzetlen puszta síkján alig látszó düledékeken.

Ezen és hasonló vezéreszmék után indulva, kezünkben lenne azon fonal, melyet követvén, hajdanunk természet-tani, földirati, és terményi viszonyait megállapíthatnók, ezekben áll azon mérték is, mely a hajdannak a jelennel való összevágásának vagy eltérésének megítélését némileg lehetségessé teszi. Azonban, mint mindenki láthatja, ezen elvek inkább eszméletiek, sok tekintetben csak tagadó eredménnyel kecsegtetők, és az idő meghatározására nézve oly tétovázók, miszerint általuk az okoskodásnak, és véleményezésnek nyílik itt egy véghetetlen tér, és a siker a legszorgosabb, legesélyesb vizsgák után is, ha nem bizonytalan, minden esetre örökké igen kétes maradand.

Senki se gondoljon tehát arra, miszerint ezen említett szaknak tökéletesen hű térképét adhassa, ha főleg a mostani hegyeken kívül a folyókat és mocsárokat is így akarja berajzolni, és csak a létezett vagy elpusztult helységeket följegyezni. A majd számtalan, és igen nagy terjedtségű vizállásokat kell előbb minden kor szerint szabályozni; és ez leend, minthogy minden szakmának van pars sublimiorja, hitem szerint a középkori földleiratnak, és terményrajzi képének sublimiorja, mely nem csak véghetlen türelmet, roppant avatottságot, történelmi és nyelvészeti előismeretet tételez föl, hanem meggyőződéseim szerint nem is egyes ember feladata, hanem egy szaktudósokból álló bizottságé, vagy tán közvetlen a történelmi és természettani osztályok kiküldöttségeé.

Bármily nehéz, és majdnem kivihetlennék látszassék ezen nemes feladat: mindazonáltal oly kincstümeget nyújt történelmi forrásink, és honi okmányink tengernyi sokasága, miszerint ezeket kérdéseink feloldásában megbecsülhetlen adatoknak tekinthetjük. Értem az alkotmányos életünk első

századaiban kelt gyakori határjárásokat, melyeket sokan haszontalan lomnak tekintenek, mik pedig, jóllehet a helynevek elavulása vagy hamis olvasása miatt gyakran áttörhetlen akadályokkal késleltetik munkánkat, egyáltalán mégis megbecsülhetlen álláspontokat szolgáltatnak számunkra, sőt hoszasb tanulmányozás után, legörvendeteseb eredményhez vezetnek. Ezen kútfőkből nem csak az akkor létezett terményeket ismerhetjük meg, hanem a más világ részekről behozottak idejét és lassankénti terjedését is közelítőleg megállapíthatjuk.

Hogy ezen majd határnélküli téren kedvező sikerrel haladhassunk, épen úgy szükséges magában a természet tág könyvében szünet nélkül lapozgatnunk, mint más oldalról megkívántatik, hogy a dohos, alig olvasható hártya emlékeket forgassuk, és egyes elszórt adatokból hazánk földirati- és terményi állapotát kipuhatóljuk.

Ilyen módon elkészülvén, és történelmi biztos adatokkal fölfegyverkezve, kezünkben lesz azon *mérték* is, melynek segítségével megmondhatjuk, mily állapotban vevék át apáink az őslakosoktól e szép hazát, és mit csináltak századról századra belőle. Meg tudjuk mutatni, mennyit pusztított benne a keletről és délről folytonosan reánk rohanó ellen; és hogy ezen pusztítás előtt, értem a halálos tatár- és törökcsapásokat, tiszta magyar vér lakta e hazát; hogy némely vidéken csak akkor telepítettett az idegen ajkú vendégek serege, kiknek sajátságos életmódjuk, idegen szokásaik, iparüzletük a telek változtatására nézve szinte nagy befolyással volt, és mind ezekből végre kitűnik, mennyire vagyunk okai, épen hazánk végpusztulása drága árán megmentett, de a méltányosságról gyakran megfeledkező nyugoti szomszédinktól vég nélkül szemünkre lobbantott hátramaradásunknak, és magunktól is vérző szívvel tekintett siralmas viszonyainknak.

A ki Fejér György Codex diplomaticus Hungariae Ecclesiasticus ac Civilis című okmány-gyűjteményét akármi czélból figyelemmel forgatta, lehetetlen, hogy észre ne vette legyen azon töméntelen kincset, melyet eme — maga nemében megbecsülhetlen — vállalat, a szorosan történelmi adatokon kívül, földirati, terményrajzi, és társadalmi életünket

illető műnyelvéből is magában foglal. Találkozunk itt a helyviszonyok, földfölklet, termények, iparezikkek, mértékek, törvénykezési és polgári életünk oly számos magyar elnevezéseivel, hogy ki nem csak ezek akkori állását, mibenlétét, hanem ősi nyelvünket is eredeti alakjában meg akarja ismerni, lehetetlen, miszerint ezen többnyire *vulgo*val magyarított helyeket föl ne jegyezze.

Világos, hogy ezen terményi- és földirati viszonyainkra vonatkozó elnevezések nem azon korszakuak, melyben az okmányok kelte iratott; mert lehetetlen, hogy a dölök, hegyek, sziklák, dombok, berkek, ligetek, posványok, tavak, révek, folyók, patakok neveit csak akkor gondolták volna ki, midőn már a határjárás maga megtörtént; sokkal régibb eredetűek ezek, és vagy a hon elfoglalása alkalmával az itt lakott népektől vétettek át saját nyelvükön, vagy magyarítottak, vagy a haza viszonyai törvénykezési rendelete alkalmával állapítottak meg.

Hogy a termények, főleg a növények nevei mennyire ingatagok, kitetszik Diószeghi-Fazekasféle régibb füvészkönyvünkből, hol a köznép száján forgó növénynevek többje különféle fajokra alkalmaztatik, mi természetesen sokszor nem csekély zavart okoz. Megtanuljuk azonban ezen régi nyelvemlékekből azt is, hogy szép nyelvünk századok óta, ezen neveket tekintve, lényegileg nem változott; mert mivel ezek a mai kényesebb kiejtésünktől elütni látszanak, a mennyivel esetlenebbek, durvábbak, azt joggal inkább a hangjainkat saját abecjünkön kiírni nem tudó, idegen nyelvű korlátnokoknak és papoknak, vagy az okmányok többnyire hibás olvasásának kell tulajdonítanunk, mint az akkori szokásos kiejtés rovására följegyeznünk. Így remélem, miszerint e földleirati- és terménytanilag igen érdekes adatok, a honi ősi nyelv buvárának is meglepő eredményt fognak nyújtani, és hogy a századokon át szokásos elnevezések tömkelegén keresztül szíves örömet követend.

Eddig tudtomra csak tudós hazánkfia Endlicher István tdr volt az, ki „Die Gesetze des heiligen Stefan“ című munkájának 139—142. lapjáig, a Cod. diplomaticusban határjárás-

sok alkalmával említett *fákat* csupán jegyzékben állítá össze.

Ezen *határfák* nevei többnyire csak árpád- és anjoukori okmányainkban fordulnak elő, minthogy a XIV és XV-ik századbeli, melyekben ily határozások jönnek elő, leginkább az említett korszak másolati, és így a változott írásmód miatt is érdekesek; vagy tán azért is gyérülnek ezen időben a határjárásokat magukban foglaló levelek, mert az adományozások is ritkábbak, valamint a határok miatti perek is inkább szüneteknek tekinthetők, vagy a királyi bíráktól a vármegyékhez tétettek át.

Eddig is szép ugyan kutatásom eredménye, de azért távol legyen tőlem azon állítás, hogy ősünk az egész terményvilágból csak az általam mintegy szótárba fűzött tárgyakat ismerték, vagy csak azok megnevezésére bírtak magyar szavakkal, annál inkább, mert lajstromunkat nem valami ősrégi természetrajzból írtam ki, hanem egyedül az okmányinkban esetlegesen előjövő terményeket foglalja magában.

Azért távol legyen tőlem mintha azt akarnám valakivel ellitetni, miszerint, mivel itt-ott az egymástól messze eső határjel épen kétszer, háromszor vagy többször cser- vagy bükk- vagy szilfára, vagy melléje esik, azért az egész erdő egyedül e fafajokból állott, bár a történetesen lépéssel mért határoknál valószínű még is, hogy ezen esetben az erdő nagyjá azokból keletkezett. Így természetes, hogy a tölgy, bükk, szil, hárs, cser, eger, fűz, gyertyán, köris, nyár, nyír, körtvély, rekettye sat. igen gyakori megemlítéséből azt kell következtetnünk, hogy ezeknek helyirati kiterjedése is tekintélyes volt, és csakugyan ezeknek kellett leginkább a sűrű erdőkben díszleniük; míg ellenben az efa, csipkefa, fagyal, figo, gesztenye, lasponya, szeder alig említetnek néhányszor s így tehát ritkábbak is lehettek.

A diós, vagy gesztenyés erdők, a cseresnye és meggy leginkább a déli megyékben jönnek elő, míg a szőlőművelés már ősünk beköltözése idejében tetőpontját éri Baranyában Tolnában; Balaton, Buda és Esztergom körül, valamint a györmegyei sukorói hegyeken. A fenyvesek elvétele a Bakony

északi oldalán említettnek, midőn azt még a ma már kipusztult fajd is lakta, és hazánk éjszaki megyéjében; és mint-hogy ezt holmi csekély változással jelenleg is így találjuk, azon következtetést kell húznunk, miszerint, ha éghajlatunk egyes országrészekre nézve az ipar túlságos beleavatkozása miatt szelidült, és enyhébb lett, általánosan véve mégis ezen néhány század alatt, melyekről itt szólunk, jellegét megtartá.

Mennyivel határozottabb leendett ezen fáradalman eredménye, ha a Cod. dipl.-ban előforduló nevek írásában teljes bizalmunk lehetne, itt nem vitatom; de hol, csak egy-két példát hozok fel, három Nyúl helységről lévén szó Triumforum íratik Trium leporum helyett; hol sgnotionum értelemnélküli szó aspriolorum, arbor papi, pyri helyett és az arbor silicis, salicis vagy ilicis helyett gyakran fordul elő, hol *Ryngylkerth* hely neve mintegy 200 év alatt 13-szor minden hangváltozaton keresztül Renghelkyrch, Regurkerth, Rengerkyrch, Lengelkerke; *Gregorfaya*, Geregerfaya, Gerigurfaya, Gergelfalva sat. jö elő, csoda-e ha ezen eltorzítások alatt sokszor a földirati vagy terményi adat elkerülé figyelmemet?

Fejér Cod. diplomaticusának tárgybani használhatóságából majd semmit sem von le, minthogy ő maga az eredetieket nem másolta, hanem a sokszor igen hiányos írásokat boldogtól boldogtalantól elfogadta, csak hogy okmánygyűjteménye minél terjedelmesb, minél érdekeseb legyen.

Ily zavaros kútfeből kénytelenítettven meríteni, előlegesen engedelmet kérek, ha valami hibást állítanék. Jobban szerettem volna hű másolatokból dolgozni, de mikor lesz itéshetileg átdolgozott okmánytárunk? vagy hazánk minden eredetijét forgassa át a földirat- és terménytanár is, ha a középkorról akar értekezni? Hol vesszük az időt, hol a szemet ily óriási munkához? Azért, míg ezen szükséges vállalat létre nem jö, meg kell elégednünk a létezővel, és őszinte bevallanunk, hogy az ítéset helyes használatával sokat, igen sokat találhatunk eddigi Codexünkben is.

Visszatérvén feladatomhoz, még is örömmel kell nyilvánítanom, hogy a mindennemű adatokat nyújtó Cod. dipl.-ban nem csak a fák és bokrok külön neveit találtam, hanem a ha-

lászatot, gazdaszázatot, és a föld sokféle viszonyait érintő helyeket is. Némely levélből azt tanuljuk, hogy a délről vagy keletről behozott állatokat és növényeket elég korán ismerték őseink; látjuk, hogy a terményeknek és azok telepjeinek magyar elnevezései, gyakran jönnek elő, eltorzítva ugyan vagy német- és tótokkal vegyítve, nem csak Magyarország jelenleg kitünőképen német és tót vidékein, hanem magában Tót- és Horvátországban is; lásd Tud. Gyűjt. 1833. XI. 3. sat. lapon.

Állításomat, hogy akkor ott is divatban kellett lennie nyelvünknek, nem gyengíti azon ellenvetés, hogy ez akkor *de stilo* volt, és hogy az okmány magyar írója használta volna csak a maga nyelvén való elnevezéseket; mert itt határjárásokról van szó, melyekhez a legközelebbi káptalanok tagjai küldettek ki, p. o. a zágrábi- vagy chasmaié, ezek tevék a jelentést, és használák azon elnevezéseket, melyek a nép szájából kerültek ki, vagy a magyar nevet latinnal felvilágosítván, vagy, mi gyakoribb, a latin hely-, növény- vagy állatnévhez a *vulgo*, *vulgariter*, *arbor quae vocatur hungarice Tulg* Cod. II. 200. szavakat alkalmazván.

Hogy szótáramban gyakran a hely- és családneveket vettem föl, hol a vidékről, annak földirati elnevezéseiről, állatokról és növényekről van szó, úgy hiszem nem tettem épen helytelenül; mert a mint a sok Kovács, Varga, Szabó, Takács, Mészáros, Tót, Horvát, Német, Orosz, Oláh, Kun, családnevek az első tulajdonosnak annak mesterségétől vagy nemzetiségétől adattak, úgy vélem, hogy az Agárd, Baki, Békásy, Bogár, Farkas, Halász, Méhes, Nyuli, Szarka, Varjú, Almásy, Büki, Diósy, Körtvélyesi, Mogyorósy, Szeder, Buzád, Árpás, Bors, Gombár, Komlósy, Konkolyi, Nádas, Rózsa, Szölösy, sat. helynevek az állatokról és fákról vétettek, melyekről azután a birtokos családok is elnevezettek.

Ezen eljárásom helyes volta abból is következik, mivel míg a hely- vagy családnévnek tárgya nálunk ismeretes nem volt, természetesen elő sem jöhetett, bár viszont nem akarom állítani, miszerint már a név említése elegendő volna a tárgy lételének bebizonyítására, vagy mi még nagyobb hiba lenne,

a föl nem említéséből annak nemlételére is következtetést húzni.

Bármennyire iparkodtam a kezemnél levő kútföket lelkiismeretesen átforgatni, elbizakodás lenne tőlem azt igényleni, miszerint valaki gyűjteményemet bevégezettnek tekintse; és pedig két okból: először mert lehetetlen, hogy az anyagnak ily roppant tömege mellett, és oly rövid idő alatt, melyet e munkára szentelhettem, valami figyelmemet ki ne kerülte volna; de másodszor azért sem, mert élő hitem szerint ezt a dolog természete miatt sem lehet mondani, minthogy látom, hogy Codex diplomaticusunk még nincsen befejezve, sőt merem állítani, hogy daczára roppant tömegének, még csak elején vagyunk okmánytárunknak.

Azért pótolni fogom lajstromomat, de pótolják más ügyfeleink is, mert ez által hazánk középkori ismerete tetemesen fog gyarapodni.

Az írott emlékeken kívül vannak még más források is, melyekből, legalább a növény- és állattanra nézve, érdekes adatokat gyűjthetünk, t. i. az érmek, ezímek, ezímerek — akár faragottak legyenek azok akár festettek, — az úgynevezett falvirány — vagy barmány, melyek öseink dícső építményein fennmaradtak, nem csekély tényezői a honi terményismének. E két utolsó leginkább az oszlopok fejezetein, a zárköveken, a kapuzatok változatos díszítményein lelhető. De nem hagyhatjuk említés nélkül az egyházi és világi készületeket is, t. i. a serlegeket, fegyvereket és különféle régi házi eszközöket, ruhákon található himzéseket, sat. sat. Kimondhatlan nagy nemzeti kincs rejlik mind ezekben; de mi ennek csak igen sokára juthatunk birtokába, míg az országos régészeti kiállítás csak áhítatos óhajok közé tartozik.

Addig meg kell elégednünk ekkoráig nyilvánított leírásokkal, és rajzinkkal. Akadni fog, úgy hiszem, ezen szakmának is ügyes művelője, fáradságának pedig nem csak a régészet, hanem az avval sok oldalról érintkező terményrajz is legbensőbb hálával fog tartozni.

Hogy kitűzött célomhoz egy lépéssel közeledjem, először honunk több vidékeiről hozandok fel példákat, melyek

világosan bebizonyítandják, hogy egyes vidékeken honunk földirati és terményrajzi képe alig változott észrevehetőleg, míg más összevetésből látandjuk, hogy itt-ott csakugyan alig lehetne a régi tájképre ráismerni.

Ennek bevégeztével elősorolandom mind azon növényeket és állatokat, melyeket mai napig sikerült okmányainkban vagy más kútfontokban találnom, hogy így a jelenleg ismert fajokkal összeállíthassuk, s gyarapodásukat vagy fogytukat megbírálhassuk.

Tudom, hogy könyveket kellene írnom, ha ezen érdekes tárgyat ki akarnám meríteni; azonban eddig meg volt a tiszta szándék, a tüzetesb kivitel az időtől és körülményeimtől függend.

Általános vizsgámat a hozzám közelebb eső és szorgalmasban átkutatott *Bakonyban* kezdem, melyről 1275. Cod. dipl. V. II. 257. azt mondja Kun László király, hogy a vadászati örömök végett látogatja. — 1082-ben László király a veszprémi egyházat illető okmányában ezen erdőt csak mint *terjedtet* említi minden közelebbi meghatározás nélkül, ha csak a *krysthegyet* körishegynek nem olvassuk — *Faischt* a fa nemszótól származni nem véljük, minthogy mellette *Somloma* (Solymos vagy Somos?) erdő említetik, és Peremarton táján a különösen hangzó fructus *Berocum*-ot Berkenyének nem magyarázzuk.

Ennél érdekesebb és tanulságosb András király 1233 ban kelt oklevelének a vásonykői levéltárban létező másolatja, melyben a billegeiek — ma egyedül egy házból álló pusztá — kik a királyi erdőt erőszakosan bitorolták, rendre utasítottak. Ezen jeles levélben elszámoltatnak a királyi erdő határai, melyek Billegétől Ugodig, és Rátóttól Padragig terjedvén majd 16 □ mértföldet foglalnak magokban, s így az egész mai Bakonynak mintegy harmadát teszik.

Itt keletről Rátót vidékén túlnyomólag a *bükkösöket* említi, északfelé *hársok*, nyugotnak a pápa-városlődi út körül — a főutak irányai a maiakkal egészen összevágók — megint *bükkök*, Ajka és Cséknut közt sűrű *bükkösök* neveztetnek, melyek Csepel erdeiben *cser* és gyakrabbi *magyaloktól* váltatnak fel; valamint Herend és Mesteri közt nagyobb *gyertyános* említetik,

mely tán a mai Gyertyánkutnak is adá nevét. Előjö a századunkban túlnyomó irtásoknak kezdete gyanánt *Wajda Illés irtása*, a lödi határban *csollanyos- és körtvélyvölgy*, mogyoró bokor, payasos fa? Szilvág, *körösgyőr hegyei*, sat.

1498-dik évben Mátyás király által, *Kinizsi Páltól* gyarapított, Vásony melletti, *Sz. Mihályi kolostor* részére rendelt határjárásnál, Nagy-Vásony körül *Ilexet* vulgo *Tölgyfát* találunk, vegyítve *vad-körtvélyllyel és almával. Leányfalutól* délnyugatra pedig majd kizárólag *tölgyesek* lehettek.

1431-ben Cod. dipl. X. VII 373. lapján a nagy-péczeli (Pécsöly) határjárásnál, többször említetik a *tölgy* — *ilex* — *barkolchafa* — *crataegus torminalis* — *körösbokor* és *veres berkenye*. — Thurbokertet Tulbokornak olvasom.

Ezen adatokat összehasonlítva a Bakony mai erdőségeivel, azt kell vallanunk, hogy az irtásokat kivéve, növényzetére nézve alig változott, már jelenleg is *déli részét a cser, északit pedig a bükk foglalá el majd kizárólagos kiváltsággal.*

Térjünk egy kissé keletre Inota, Igar, Csurgó, Gyón, Öskü felé; itt 1193-ban e következő fanemek léteztek: *Rakattia*, *abietes*, *szilfák*, *nyáarak*, *körtvélyek*, *cserfák*, *tölgyek*, és többször említve, egyes *bükkök*, *egresek*, és *Pápa hegye körül* ismételve *körtvély*, és a *mogyorósút*.

Északon az 1258-dik évben (Cod. dipl. IV. II. 475.) előjövő *Fenyőfen* eléggé tanúsítja azt, hogy már akkor e tájon a *fenyvesek* díszlettek.

Az itt felhozott többféle vegyülete a fának az általános jellegét nem képes változtatni, sem a cser és bükk egyeduratságát kétséssé tenni.

A csözi és bögyödi határookban 1276. évben a Békássy család egyik okmányában említett mocsárok, a mai vizállásokkal tökélyesen meg látszanak egyezni. Azonban a Sárreét tetemesen változott, valamint a velencei tó is, mely legnagyobb áradásakor 5600 holdat foglalt el, de 1792. után történt mérések következtében lecsapoltatott, és így ma kisebb térre szorítottatott. Tud. Gyűjt. 1817. I. 80.

Mennyire ismerték meg hazánkban a víztelenítésnek, nem csak gazdasági, de egészségi tekintetből való hasznát, sőt

kikerülhetetlen szükségét, eléggé bizonyítja a sok folyó-szabályozó, és mocsár-száritó társulat; bár sikerülne más oldalon az erdősz egyletnek is, az erdők észszerinti művelését, és a futó homok megkötését is kieszközteni!

Baranyára egy pillanatot vetvén, látjuk az 1015 ben a pécsváradi monostor számára kiadott okmányban, hogy ennek határában legnagyobb szerepet játszik a tölgy, a szilfa, utána a körtvély, s a dió. *Bodán*, Pécs táján, nyugotra, 1235-ben előjő: a tölgy-, körtvély-, gyümölcs-, gyertyánfa. *Tartsán*, a pécsi út mellett, ugyanekkor legtöbbször a dió említettetik; *Izsopon* pedig a Duna mellett, a szilbokrok; *Harsány* körül, a ma is hírneves szőlőhegyeken kívül előjő a rivus ér, a most is használt országút, többször körtvély szilfák közt, valamint a magyal is. Cod. dipl. IV. II. 52. Vagyis röviden összefoglalva, az ismertetett részben legelől a tölgy — utána a vadkörtvély, szil, és déli részén szőlőkkel a dió tenyésznek.

A *zágrábi fügyh-iznak* 1217-ben *Kőrös megyében* adott földeinek határait járhatja András király (Cod. dipl. III. I. 214. s a köv.) Ezen okmány nevezetes, minthogy benne a magyar elnevezések többször szlávokkal kevervék. A Rabuch, Glemba, Zausia, Opor, Pođgor, Monoszló, Zelin határai közt legtöbbször említettetik a tölgy (25-ször) és körtvély (21.); kevésbbé a bükk (4.), dió (4.), cseresznye; vizek mellett a szil és nyár; elszórva a gyertyán, vörös berkenye, fenyő, bodza, som, malina, és egy helyen szilvás is, *prunetum*. Kassinánál pedig Zágráb megyében gyümölcsösről van szó. és szőlőkről.

A *szilfák* vizek melletti tenyésztokról, legszebb példa a *nyitrai gyei* Sélye helység határa a *Holutvág* folyó partján, mert a nádoson kívül többször és csak egyedül *szilfák*, arbores ulmi, et ulmineae említettnek, mit egyébhiránt ma is tapasztalhatunk.

Így mehetnénk megyéről megyére, határról határra, hozzátévé az, hogy a helyes eljáráshoz a személyes látlelet okvetlenül szükséges, s így készülhetne idővel azon föld- és terményrajzi remekkép, mely hazánknak és tudományos-

ságunknak éke és büszkesége lehetne, melyet indítványozni tudtam, de melynek kivételére magamat erőtlennek érzem.

Azon tájaktól, melyek szemlátomást alig változtak, fordítsuk szemeinket hazánk nyugot-nyugot-északa felé, ott egy nevérol ismeretes posványt találunk, a *hanságot*. Ennek keletkeztére és ismételt változtatására czélom most a mélyen tisztelt hallgatóságot figyelmeztetni.

Mindenki tudja közölünk, hogy hajlanta hazánknak 10 ed, előbb tán 6-od részét is foglalhatták el folyóink mentében, vagy azok kifolyásinál a sokszor több mérföldnyire terjedő kiöntvények, posványok. Ezek változtatták át a termő földeket lápokká, ezek a posványokat ingoványokká. Ugyan a rakoncátlan hegyi vizek egyik szomorú következménye azon *karics ár* is, milyent a Vágnál is újabb korban tapasztaltunk, és melynek következtében az alacsonyabb partokon ezer meg ezer holdnyi föld a szorgalmas földművelőtől elraboltatott.

Minthogy ezen elterjedt poshadó vizállásoknak természete egy, eredetük egyenlő : elég lesz tán kiválság csak a *hanságnak* adatokkal bebizonyítható keletkeztét taglalnunk, természetesnek találván, hogy mit ezen esetben az Ikva és a Rábák vizei eszközöltek, azt alföldi láposainkban a Tisza környékén, az ecsedi lápnál, a Szamos és Homoród ; Bihar nyugoti posványjaiban a kék Kállóér, a Sebes- és Fekete-Körös eszközék, Torontálban a Béga, a Sárrétben, a köbölküi ingoványban, a sári erdőben a hegyi patakok, Verőcze megyében a palacsai mocsárban a Vuka akadályozott folyása, és a vizek medrei szerfölötti emelkedése eredményezték.

Ha hazánk két nyugoti megyéjét, t. i. Sopronnak és Vasnak vizeit tekintetbe vesszük, tapasztaljuk, hogy az északnyugot és délnyugot irányú Spittel, Ikva, Gyöngyös, Pinka, Labancz, Marezal a Rábával egyesülván, lassú és nagyobbbrészt iszapos vizeiket Győr alatt — délnyugotról északkeleti irányban — a Duna egyik ágáival vegyítik.

A több hegyi pataktól növelt Répeze pedig, miután darabig Sopron és Vas megye határán délről keletdélnek indulna, hol az öreg Rábát legközelebb érné, majd derékszög alatt Sopron megyébe szűkik, előbbi irányát elhagyja, és vizét még

itt a Rábáéval összekeverni röstelvén, délről észak felé folyik, hol vitnyédi Rába név alatt ketté ágadván a *Hanyban* vesz el. Az öreg Rába szinte e tájon hagyja el a kis — főlebb kapuvári Rábát, mely Mosony megye déli határa közelében sok kisebb érre oszolván, az Eger erdőben eltűnik. Az öreg Rábától kissé tovább elváló, Keszeg- és Linkó érre szakadó — de a Malom-érben egyesülő — patak a Barbaesi tó táplálójává lésszen. Természetes, miszerint ezen vizek áradván, esésük inkább észak, mint kelet felé hajol, és a Fertővel könnyebben találkoznak, mint a Dunával.

A *Fertőnek* — par excellence, mert régi íróink minden álló vizet ferteunek, volutabrum porcorumnak neveztek — nyugoti és déli partjain elterülő hegyei nem kitünő magasságúak, sem rögtön nem emelkednek a víz színétől, inkább gyengéden esőkajszasággal hajolnak kisebbik tengerünk hullámai alá, míg keleti oldalát végnélküli síkság képezi. A tó legnagyobb mélysége is csekély, és alkalmasint teknyőalakú közepé táján található, mert mindenünnen jó messze be lehet lábolni, míg az ember elmerül, sőt emlékeznek már oly esetre is, hogy a rákosiak Ilmicz irányában át is gázolák.

A Vulka és Rákos patakok, valamint több hegyi patakcsa vizei lassanként tölték meg ezen csekély mélyedéssű medencéjét, és hihető, hogy ezen elég tágas tónak kigőzölgése, a bele folyó kis mennyiségű vizet nyaranta visszaadá, eső képében áldásilag a vidéket megújítván. E szerint az esős szakban rendesen megdagadó Fertő, nyáron át apadt volna, a nélkül, hogy vizei a Rábeza lapálya felé kifolyást keresnének.

Századokon, sőt tán évezredekken át hőmpölygeték a neves és nevezetlen hegyi patakok a Lajtamész porlékony részeit és töltögeték a Fertő teknyőjét mindaddig, míg az csekély vizeit tulságig terjeszté és az ipartól a leghasznosb földeket is elvoná. Így lehetett ez a rómaiak honunkbani letelepedtük idejében. Ezek, a tartományokat nem csak foglalák, hanem mint polgárosodott nemzet, az elfoglaltakat haszonnal művelték is. Látván tehát 308. Kr. sz. u. táján, miszerint épen nem lehetetlen, hogy a kevés akadályt nyújtó délkeleti síkságon át

csatornák által a Fertő fölösleg vize a Rábczáéba vezettségük : hogy e különben jó földdel áldott vidéken az iparnak új tér nyereség, a Fertőt lecsapolták, és így nem csoda, ha főleg magasabb nyugoti partján több helység emelkedett.

Nem elég azonban a víznek kifolyást készíteni ; ha azt akarjuk, hogy szünet nélkül folyjék, tisztán kell annak száját tartani ! A barbár, itt letelepedett népek alatt valószínűleg kevés gond lehetett a műcsatornákra. Az idővel bedugult csatornákon át le nem folyható víz megtorlott, és nem csak a vidéket lépé el, hanem a tó emelésére is közre működhetett.

Legalább a magyarok a Fertő körüli letelepedésük idején — Thuróczy II. XXXVIII — emlegetik már e tájon az álló vizeket, sűrű berkeket és mocsárokat. Salamon király ezek közé sorítja a vele Mosony körül szembeszálló Bessenyőket, kik itt nagy részt el is vesztek.

A Fertő alsó része lassan lassan mocsárrá vált, nem csak a fennidézett elhanyagolásból, hanem az Ikva és Rába folyásának apródonkénti elvakulása miatt is ; mert nem csak tisztítása hagyatván el a csatornáknak, hanem a folyók mentében emelt gátok, épített malmok ; halászsoktól, szénás gázdaktól fával, náddal, iszappal készített átjárások, a rothadó és sokszor keresztbe eső fák törzsei, sat. a sarat és gáz feltorlasztván, az egymásba folyó vizek irányát is visszafelé emelvén, nem csak a Fertővel egyenlő kiterjedésű mocsárt, a *Hant* idézék elé, nem csak mélyebben fekvő víz színét is látzólag emelik minden áradásuk alkalmával, hanem több — régibb okmányokban említett — helységet lassanként ki is szorítának vagy elborítának a közvélemény szerint. Feketető, Jakabfalva, Fertő, Sárosvölgye, Kendervölgye nevű helységeknek nincsen többé nyoma, bár még 1360-dik évbeli egyik okmányban világosan, mint a tóhoz közel fekvők, halászzattal bírók, említettnek.

Egyébiránt az ily helységek eltűnte nem mindig a tavak általi elnyelésnek tulajdonítható. Pannonhalma körül eltűntek Durug, Szombathely (Sabaria), Told, Picsord, Sz. Imre, Sz. Lőrincz helységek, egyszerűen, mert határaik más falukéba olvadtak, s így önállóság megszűntek lenni. *Osztopán* körül

említettnek még 1330-ban egy Kövágó-Örsen Kuthy családnál őrzött oklevelében — Gymulchen, Egud v. Egede, Mehus — Gyümölcsény, Egyed, Méhes helységek; ezeknek ma sem a térképen, sem az emberek emlékezetében nincs többé nyoma; bár a velük egy időben említett Ztupán, Várda, Kozma, Edde, Geztey most is léteznek. — Így lehetne számtalan példát — főleg a törökök által pusztított vidékeken — felhozni minden áradás nélküli eltűnéseknek, vagy inkább a faluk egybeolvasztásának.

Milyen lehetett legyen a régi Fertő kiterjedése, lehetetlen meghatározni, azonban az említettekől azt következtetjük, hogy kisebb volt a mainál azon korban, midőn a sok visszafolyó víz színét még nem emelé. A XVI. században az írók már mint nagy tavat említik, és fölületét a mostanihoz hasonlítják, mely a nagyobb részt már kiszáritott Hansággal együtt mintegy 12 □ mérföldet tehet, felét a tiszta vízre, másik felét a Hanra számítva. Kiss József a Fertőről. Rummy Monum. Hungar. I.

Látjuk tehát, hogy nem épen szükséges a nagyszerű catastrofhák — események — közbejötté a földszin tetemes változtatásához! Ez közelítőleg rövid története többi posványinknak is. Az ipar által szűkebb térre szorított álló vizeink, mindjárt elfoglalandják régi helyüket, mihelyt medreiket nem tisztítjuk, kifolyásikat nem szabályozzuk; miből azt következtethetjük, hogy a vizeknek a többi elemeknél nagyobb befolyásuk van földünk lassankénti változtatásában.

Hogy az ily nagy terjedelmű változtatásnál a helybeli virálynak, s annál fogva a barmánynak is változnia kell, nem szükséges tovább tárgyalnom. Bizonyos, hogy a Fertő tovább folytatott lecsapolási után az őt annyira érdekcsitő tengerparti növényzet kisebb térre fog szoríttatni, vagy az ipar és gazdaság által termesztett haszonnövények által épen ki is fog szoríttatni. Az egresek és nyiresek, nádasok és kákások, ingoványos pocsolyák és barna vizű mocsárok helyeit szénatermő kövér rétek foglalandják el, a földműves dúsgazdaggá fog tétetni a bécsi piacz által; de a vadász ott többé nádi farkast, vidrát, rókát, vadmacskát nem fog löni, szarvast, őzet üldözni; akkor a vadludakra és réczékre, szárcsákra,

buvárokra, gödényekre, darvakra, gémekre, szalonkákra való leszek is megszűnnek; a halásznak nem lesz helye, hol varsáit kipányvázza, a gyékényesnek távolabban kell keresni iparcikkjéhez való anyagát. Szóval, az egész *Hun* egy nagy széna-termő rétté fog változni, melynek egyformaságát csak a legelő marha szakítja félbe — idővel — de mikor? tán szántófölddé is, míg valami nagyobb fordulat által nem jut majd harmadszor is a vizek mindent elnyelő hatalma alá!

Ha a lébenyi apátság 1208-diki alapító oklevelét olvasuk, látjuk, hogy ezen, mint a *Hanság* keleti végén fekvő helység egész környéke vízenyős lápokból állt, melyek ma már többnyire haszonvehetőkké tétettek. Így említetik az aqua Libya, fossatum clausula Regis, aqua Bucenrem, aqua Zoplon, pons aquae Miley, piscina Abel, aqua Tapal, Arpadér, Cod. dipl. III. I. 60. sat. A kapi, réti, barbaesi határookban pedig 1251-ben Cod. dipl. IV. II. 88. aqua Tomold, Boyas nevű nádas, más nádas, Velgestho, Kerektho, Retinos, Homos, Gologh halastavak sat.

Befejezésül *Győr megye* némely részeit szándékom fölhozni, melyekből kitűnik, hogy már hajdan oly állapotban voltak, a melyekben ma is ismerjük, míg másokban változást észlelhetünk.

Az 1222-ki — Cod. dipl. III. I. 357. — hecsei határjárásból kiviláglik, hogy e megye keleti részén ezen elöggé terjedt határ épen oly pusztta volt, mint milyennek ma is ismerjük: semmi fa, semmi erdő nem említettén, csak *Előhomokot* (tán élet, azaz futót akar jelenteni?), *Gyopártetüt* találunk, a növényzet szil- és gyümölcsös bokrokká fajulván. Nevezetes, hogy a sz. vidi határ a Dunán innen fekszik, a hol ma ezen pusztát a kis Dunán túl találjuk; mert, vagy határa már akkor is túlig terjedt, vagy két sz. Vid volt, vagy végre tán a kis Duna azóta folyását változtatta?!

A Győr megyei hullámhegyek és hullámdombok iránya egyáltalán délkelettől északnyugoti. A hegyek egyike tövében, melyet Sukorónak neveznek, fekszik két Baráti helység is. Ez ma is bortermő, valamint már 1251-ben — Cod. dipl. IV. II. 89. szölei jönnek elő. 1426-ban a *rubositas* terrac-n és a

kőkényes árkon kívül semmi nyoma a növényzetnek. Határában említették a Kákástó, mely, mint az asszonfai nádastó, Töltéstava, kismegyeri halastó, péri és baromlő tó — mely utóbbi kettő az 1627-iki győri püspöki Urbariumban felhozzatik, — többnyire eltűntek. Tudjuk, hogy hajdan a Rába Győr és Szabadhegy közt folyt, látjuk a régi térképeken Sárásd mellett az eleven Duna-ágot, olvassuk Pázmán érsek 1627-diki levelében, hogy akkor vidékünkön a daru nem tartozott a ritkaságok közé, a múlt század végén írja Grossinger, hogy még a győri postaházon gólyák fészkeltek, — szinte annyi jelei a sok vizeknek.

A mint Győr megyének keleti részét az örökös homok, közepét a sok szőlőhegy, épen úgy jellemzék nyugotját a Rába és Marczal áradatjai. Így 1251-ben a *móriczuidai* — prépostság határjárásánál említették Cod. dipl. IV. II. 86. — Morehol ere, bordási tó, azonkívül a póki-út, és tölgyes erdő. A *Téth* melletti ér *Sárd* név alatt jő elő, melyben halastó és nagy körtvélyfa említettik, Ombuz *orma* (orom? = portus) kikötővel, jele miszerint az akkori ér tekintélyesb volt. A *poki* határban semmi fa nem említettik. — Itt is kevesebb a víz jelenleg, s innen más a növényzet, más a barmány is, mint már fölebb említettük.

Ennyiből állanak általános jegyzeteim hazánk föllete történelmi korunkbani változásairól. Jól érzem, hogy ezek csak egyes újmutatásoknak tekinthetők, de nem is akarom másnak tartatni, valamint szívből óhajtom, hogy ennél idővel tökélyesbet hozhassak a tek. Akad. színe eleibe.

Hogy pedig részletesen is látni lehessen mennyire terjed egyes növényeknek és állatoknak fölemlítése a hajdanban, előterjesztem némi jegyzeteimnek kíséretében — mintegy mutatóványúl — az általam gyűjtött növényi és állati szótárt is.

I.

Magyar kútforrásokban említett fák.

Lássuk már a kútforrásinkban, főleg pedig Fejér Codex diplomaticusában előforduló fák neveit abc. szerint:

I. *Alma*; malus, pomus, Jablan. alma, elme törökül.

Alma folyó, és *Almanu* helység Baranyában.

1183-ki Szalóky családnál őrzött okmányból Véghelyi Dezsőtől. — *fügenec el9 almaia* RMNE. Bécsi Codex I. II. 154. — *Vörösalma* 1284. V. III. 283—1296. VI. II. 49—1312. VIII. I. 447—1345. IX. I. 335. *Werus alma*.

Almad 1238. Cod. dipl. VII. I. 264.—1256. IV. II. 401.

Almafa 1225. III. II. 63.

Almakerek; tán jobban *Almaberek*? 1366. IX. III. 641—1386. *Almakereku* X. I. 273.—1398. X. III. 213.—1408. XI. 483—1435. XI. 459.

Almas 1193. II. 286. III. I. 64.—1270. V. II. 231.—1280. VII. IV. 182.—1340. VIII. IV. 466.—1374. IX. IV. 630. 632.—1378. IX. VI. 236. 1420. *Chorba de Almás*; a győri múzeum gyűjteményéből. Rómer.

Malus: 1225. inter duos malos. III. II. 63. RMNE. I. II. 154.

Pomus: 1252. IV. II. 166.—1265 due arbores pomorum X. III. 256. 1279. V. II. 537. 1332. pomus silvestris VIII. III. 648.—1338. IX. III. 69. 1489. A vásonkői levéltárból Rómer.

Almásy, *Almád*, *Almágy*, *Almamellék*, *Almamező*, *Almás* mintegy hússzor, *Almaszeg*, család- és helynevekben ma is él.

II. *Barkócza*: crataegus torminalis.

Barkolchafa: 1430. X. VII. 377.

arbor Barkoucha 1389 X. I. 549.

III. *Berkenye*: sorbus, sorbellus; Speyerling. *Perkuna* az Elbe körüli szlávoknál. *Brekina*, MO. a tótoknál.

Bercen 1082. VI. II. 354.

Berekene 1280. V. III. 24.

Berekenyefa 1252. IV. II. 162.

Berekune 1259. IV. II. 502.

Berekunefa 1259. IV. II. 502. — 1304. VIII. I. 167—
1280. V. III. 25.

Berken 1268. IV. III. 459.

Berkene 1273. V. II. 141.

Berkenie 1243. IV. I. 291.

Berkeny 1283. V. III. 198.

Berkenye 1279. V. II. 556. — 1375. IX. VI. 185.

Bernke (arbores fructiferae) 1353. IX. II. 254.

fructus *Berocum* 1082. I. 450. ezt annál inkább tartom
berkenyének, mert mindjárt alatta áll : arbor sorborum.

Verekene (V és W gyakran fölcseréltetnek B-vel) 1290.
VI. I. 51.

Vereknye 1306. VIII. I. 205. — 1409. X. IV. 785.

Werekene 1341. VIII. VI. 141.

Werkenye 1349. IX. I. 736.

arbor sorbelli : 1112. VII. V. 87. — 1255. IV. II. 316.
— 1381. IX. VI. 185. — 1430. X. VII. 376.

arbor sorborum : 1082. VI. II. 352. — 1217. III. I. 24.

Azt tartom, hogy *Margonya* helynév, mint a vásonykői
levéltárban talált *Markonyafa* is ide szorozhatók.

Berkenye helység Nógrádban létezik.

IV. *Berzsen* : ma annyit tesz mint *lignum Bresillum*, Roth-
holz ; nem merem állítani, hogy valami honi fát jelentett ;
de minthogy okmányainkban többször különféle alakban elő-
fordúl, és tán az előbbivel ugyan egyet jelent, ide becsoroztam.

Bersen villa 1293. VI. I. 274 — 1295. VI. I. 387. —
1312. VI. I. 387 — 1438. XI. 240.

Berseny 1398. X. II. 596.

Wersen 1293. VI. I. 276 — 1419. X. VI. 199. — *Wer-
zen* 1394. X. II. 231 és köv. lap. 1419. X. VI. 199.

Berzsényi, Börzsöny család- és helynevekben.

V. *Bikk*, fagus, Rothbuche, bukva.

Bicfa 1263. IV. III. 181. — *Zeausbic* 1229. III. II. 194.

Bich 1216. III. I. 174.

Bickfa 1280. V. III. 24.

Bik 1273. V. II. 140.

Bikfeő 1297. VI. II. 104. 105.

Bikfeu 1381 zalaegerszegi levéltárból Ráth.

Hozzubik 1353. IX. II. 296.

Bikes VII. I. 290.

Bikfa 1192. II. 205. — 1232. III. II. 281. — 1259. IV. II. 502. — 1248. VII. V. 217. — 1255. super qua sunt septem cruces. IV. II. 316. — 1257. IV. II. 420. — 1273. V. II. 140. — 1332. VIII. III. 656. — 1324. VIII. V. 149. *Bikffa* 1296 VI. II. 35.

Biku (intra duas) 1228. III. II. 132.

Scurubuchhyda (Sürübikkhida) 1228. III. II. 137.

Bukowca 1353. IX. II. 265.

Bukua potoka 1366. IX. VI. 292.

Bük 1279. V. II. 592.

Bychwelch 1403. X. IV. 809.

Byk 1242. IV. I. 256. — 1243. IV. I. 286. 287. — 1283. V. III. 197. — 1329. VIII. III. 317. — 1351. IX. II. 77.

Bankabyk VI. II. 104—105.

Bykberch 1355. IX. II. 422.

Bykfa 1271. V. I. 146.

Bykus 1343. IX. I. 186.

Byky 1203. VI. II. 361.

Silva fagi 1112. VII. V. 86. — 1217. III. I. 214 — 1228. III. II. 132. — 1242. IV. I. 256.

Arbor fagi 1309. VIII. VI. 17.

Bikalja, *Bikkesy*, *Bikszád* (sadától falu) család- és helynevekben.

VI. *Bodzu*, sambucus, Hollunder.

Boldzafalva 1360. Romy Monum. I. 406.

Boza 1220. III. I. 287. — 1435. X. VII. 738.

Bozafalva 1403. X. IV. 809.

arbor *Sambuca* 1232. III. II. 281. —

Sambucus 1217. III. I. 214. — 1242. IV. I. 263. — 1287. V. III. 341.

VII. *Cedros* RMNE. Bécsei Cod. 250. lap.

VIII. *Cser*, quercus austriaca Willd. Quercus cerris Linn. Zerreiche.

Cerufa 1193. II. 285.

Cher 1273. V. II. 140. — 1283. V. III. 197. — 1293.

Cher et Tul. VI. I. 259. — arbor *Cher* vulgariter 1364. IX.

III. 449. — *Surchuscher* (szurkoscsér) 1075. I. 429. — 1124.

II. 69. — *Pischarcher* 1214. II. I. 156. — 1351. IX. II. 115.

Cherech (cséres) nemus quoddam. 1244. IV. I. 350.

Chereth ugyan az — tán rosz olvasás? — — 1366. IX.

VI. 294.

Cheretz X. II. 129.

Cheri arbor 1315. VIII. I. 68.

Cherked tán cserhegy 1426. X. VI. 829.

Cherfa IX. I. 155.

Chery mons 1401. X. IV. 64,

Cser 1193. II. 286. VI. II. 31. — 1233. VII. I. 236. —

1345. Vásonkői levéltárból Rómer.

Cserechhedgy 1354. IX. II. 333.

Cserefa RMNE. Bécsi Codex 173.

Cserfa 1269. VI. II. 31. — 1509. Györi füzetek I. 135.

Cseri (felső) 1426. X. VI. 841.

Czer, *Czerfa* 1351. IX. II. 115.

Cseri, *Cserey*, *Cserhát*, *Cserkút* cs. és hnevekben.

IX. *Cseresnye*; cerasus, Kirsche.

Cheresnew 1358. IX. II. 750. — VI. I. 259.

Cseresnyeszer 1509. Györi füzetek I. 135.

Cerasus 1217. III. I. 214. — arbores *ceraseae* 1235. III.

I. 280. — arbor *cerasorum* 1248. IV. II. 35. — arbor *cerasi*

1255. IV. II. 317. — 1259. IV. II. 503. — 1287. VII. IV. 201.

— 1293. X. III. 278. — 1381. IX. V. 539. — 1381. Eger-

szegi levéltárból Ráth. — nemusculum *cerasorum* 1293. X.

III. 278.

Cherasi arbor V. III. 25.

Cherasys arbor 1267. IV. III. 425.

Cherosyna possessio 1338. VIII. IV. 365.

X. *Csipkefa*, rosa canina, Hagebutte, Melius Péter Herbariumában : Eb rosa, Rubus Vngaricus. 23. b. l.

Chypkefa arbor 1295. XI. 420.

Chypkesfa arbor 1295. VI. I. 370.

Csipkebokor 1323. VIII. II. 492. 572. — 1335. VIII. IV. 149. — VIII. III. 656. dumus *Csipkebokor*.

XI. *Dió*. iuglans regia Linn. Wallnuss, Orecho, a magyarok szentfája. Ipolyi Myth. 250.

Dias theleke 1430. X. VII. 378.

Diod család 1397. X. III. 197.

magna arbor nucum, quae in hungarico Klanelnej? *Dioja* vocatur. 1288. V. III. 423.

Dios 1377. IX. V. 208.

Dioszegh 1400. X. II. 775.

Dius 1377. IX. V. 186. — 1405. X. IV. 392. — 1429. X. VII. 114. — 1431. X. VII. 385.

Dyo Fesztetics. Cod. 234. lap.

Dyos-Geor 1383. X. I. 89.

arbor *nucis* 1235. III. II. 434. — nux signata, vinea in qua est *nux* 1217. III. I. 247. — arbor nucum 1252. IV. II. 161. 166. — 1279. V. II. 536. — 1293. X. III. 278. — *nux* VIII. III. 1332. 347. 401. 648. — 1381. IX. V. 508. — arbor *nucis* bifurcata, vulgo *Ikrusfa* 1429. X. VII. 184.

Dióssy, Diószeghy, Divós, Diós, Divossovecz, Orecho, Orechovecz, Oressacz, Oreszka cs.- és hnevekben ma is fennáll.

XII. *Ebfa* — ma kutyabenge — Rhamnus catharticus L. Kreuzdorn.

Spina quae *ebfa* dicitur 1272. V. I. 222 — 1297. VI. II. 116.

XIII. *Eger*. Alnus glutinosa Gaertn. Erle.

Eger arbor 1217. III. I. 214. — 1260. IV. III. 10. — 1293. X. III. 278. — 1381. IX. V. 542. — *bukor* 1343 IX. I. 184. — *fa* 1265. VII. V. 321. — 1275. V. II. 301. — 1332.

VIII. III. 658. — 1338. VIII. VI. 159. — 1401. X. IV. 68.
— *Szegh* 1302. VIII. I. 112. — *Uar* 1429. X. VII. 178.

Egher arbor 1293. X. III. 277.

Egörfa 1282. V. III. 114.

Aegris 1235. VII. I. 250.

Egres 1075. I. 435. — II. 76. — *patak* 1324. VIII. II. 556.
— 1283. V. III. 207. — 1295. VI. I. 365. — 1296. VI. II.
30. — 1341. VIII. IV. 494. — 1401. X. IV. 48. — 1464.
Tört. Tár. VI. 27.

Egruh 1243. X. 403. — *Egruch* 1246. IV. I. 407.

Egrus 1208. III. I. 67. — 1233. III. II. 321. — *potoka*
1267. IV. III. 412. — *Syl* 1338. VIII. IV. 365.

Egrys 1269. IV. III. 539.

Egyr egurfeő 1249. IV. II. 61. — *fa*, 1269. IV. III.
516. 1294 VII. II. 247. — 1378. IX. V. 339. — *Zeegh* 1396.
IX. IV. 174. — *Zeg* 1381. Egerszeg városa levéltárából Ráth.

Egwerpotoka 1223. III. I. 401.

Egyr silva 1272. V. I. 223.

arbor alni 1381. IX. V. 508.

Egri, Egressy, Egerváry, Eger, Egerallya, Egerszeg,
Egervölgy, Egregy, Egres cs- és helynevekben ma is diszlik.

XIV. *Fagyal* *ligustrum* *vülgare*.

arbor quae vulgo fagyalfa dicitur 1367. IX. IV. 95.

Zöld *fagyal* férg (izgoncz) régi orvosi rendelet a m.
Akad. kéziratárában.

XV. *Fenyő*, *pinus silvestris*. Linn. Föhre.

Fenefa RMVEml. Bécsi Cod. I. II. 250.

Feneu 1270. V. I. 76. — *feneu* határ, *feneu szeg* 1464.
györi püspöki levéltárból Rómer. *feneu* 1304. VIII. I. 167.

Fenevzurok Györi füzetek I. 85.

Fengefalwa 1413. XI. 486.

Fenholm 1193. II. 288.

Fenufa 1269. IV. III. 516. — 1270. V. I. 96.

Fenyefa 1332. VIII. III. 656. 657. Szigethfenyerdő u. o.

Fenyefu 1235. III. II. 438, *fenyew* és *fenyew-Zad* 1412.
X. II. 652.

Fenyhedgy. 1354. IX. II. 333.

fenyő 1300. VI. II. 263. — *feu* 1254. IV. II. 475.

fenyű, silvas nigras fenyű-erdeje. 1399. X. II. 652.

arbor pini 1464. győri püspöki levéltárból Rómer.

pinus 1217. III. I. 215. — 1252. VII. V. 302.

abies sicca magna 1252. VII. 5.

XVI. *Fige*, ficus carica, Feige.

Figed Paulus de 1406. X. IV. 571.

függeie RMNEml. Bécsi. Cod. I. II. 146.

fügenec elg almaia u. o. 154. 163. 204. 211. 221. 233.

fyged 1439. XI. 396.

XVII. *Füz*, Salix, Weide.

Sarkfíz 1252. VII. V. 298. *Salix pallida seu lutea* ; vulgaris Clus. Pann. 102.

fizeg 1001. I. 282. 1055. I. 390.

fizegh 1075. I. 438. — 1252. IV. II. 156.

fizeghy 1075. II. 73. *fizegtu* 1255. IV. II. 324.

fizesberuk 1327. VIII. II. 207.

fizigui 1231. III. II. 274.

füz 1055. I. 390. *hatarfüz* 1274. V. I. 194.

füzes 1055. I. 390. *fuzespatak* 1292. VI. I. 249. *fuzes* piscina 1268. IV. III. 454. *Rathyfuze*. 1224. III. 473.

füzegh Thu 1269. VII. I. 356,

füzes eer 1403. X. IV. 220.

ffuzegwyz 1362. Ráth gyűjteményéből.

fys 1237. IV. I. 96. — 1256. IV. II. 364.

fyus 1386. X. I. 281.

fyuz 1366. IX. VI. 294.

fyuzes 1268. IV. III. 454.

fywsberek 1299. Tört. Tár. II. 181.

fyz 1228. III. II. 140. — 1378. IX. V. 338.

fyzegh rivulus 1457. győri kápt. levéltárából Ráth.

fizegy aqua 1075. I. 432.

fyzes 1327. VIII. II. 207.

fyzesd 1453. XI. 496.

fyzigteu 1225. III. II. 34.

fyzuforku 1224. III. I. 470.

fzyzg fluvius 1332. Ráth gyűjteményéből.

Phuzegthu 1270. VII. II. 215.

Salix 1208. III. I. 63. 64. — 1217. III. I. 214. — 1225. III. I. 62. *arbor salicis* 1075. I. 42. — 1124. II. 78. — 1279. V. II. 538. — 1339. VIII. IV. 410. — 1453. XI. 496. — *dumus salicis* 1277. V. II. 534. — 1347. IX. I. 542. — 1374. IX. IV. 633.

XVIII. *Galagonya*, *crataegus oxyacantha*, Weissdorn;

Galgonyas, *Golgonyas* homok, *albae spinae* vulgo *Gol-gonya*; 1401. X. IV. 67. 68. *vepres Gelegeny*e. Győri füzetek 1509. I. 136.

XIX. *Gesztenye*, *castanea vesca* Gaertn. Kastanie;

Geztene-potoka, *Geztune potok* 1291. VI. I. 103.

arbor castanea 1203. VI. III. 360 — 1242. IV. I. 257. 262. — 1381. Egerszegi ltól Ráth. 1316. VIII. I. 611. *silva castanea* 1256. IV. II. 403.

XX. *Gyertyánfa*, *carpinus betulus* Linn. Weissbuche;

Gartamfa 1217. III. I. 220. *gerchyanfa* 1331. VIII. III. 551. *gercian* 1295. VI. I. 377.

gertanfa 1259. IV. II. 502.

Gertean 1255. IV. II. 316.

gerthean 1255. IV. II. 316.

gerthian 1249. IV. II. 90.

gertian 1329. VIII. III. 346.

giartianfa 1280. V. III. 24.

gurtanfa 1263. IV. III. 181.

gurthanfa. 1232. III. II. 281.

gurtyanfa 1232. III. II. 280.

gyartanfa 1378. IX. V. 339.

gyergyancz 1416. X. VI. 873.

gyerthyanfa 1359. IX. III. 73.

gyertyanfa 1235. III. II. 432. — 1330. VIII. III. 443. 1366.

IX. VI. 294. — *Gyertyankut-Retye*. Vásonyi ltól Rómer.

arbores rusci scilicet *gyrthanfa* 1279. V. II. 542.

gyrtian 1242. IV. I. 256. 257.

gyurtianagh. 1339. VIII. III. 385.

gyurtyan 1300. VI. II. 262.

carpinetum 1345. Vásonkői ltból Römer. Gyertyánffi, Gertenés, Gyertyános cs.- és helynevekben él.

XXI. *Gyümölcsfa*, arbor fructuum, Obstbaum.

Gemelchfa 1235. III. II. 432. Fesztetics. Cod. 34. l.

Gemechesfa 1235. III. II. 432.

silva *gemelsen* BKnj. XL. fejezet.

gimilcictul RMNE. I. 5. Halotti beszéd.

gimils u. o.

gimglcs u. o. I. II. 110. 155. 173. 180. 203.

gyemelchesfa 1235. III. II. 432.

gyemeuch Fesztetics. Cod. 32.

gyemelchews Fesztetics. Cod. 261.

gyimolth vicus 1343. IX. VI. 36. — 1348. u. o. 38. l.

gyemelches arbor 1271. V. I. 146.

gyemeleuchfu 1279. V. II. 542.

gymglcset 1512. RMNE. I. LVII.

Ide tartozik valószínűleg a hibásan *Similchenbokornak* olvasott *Gimilchenbokor* 1332. VIII. III. 655. — és *Gymulchin*, 1374. IX. IV. 634. melyet Fejér *Szemerczinnel* magyaráz, és *Gymulchen* somogy megyei birtok 1330-ban. Kuthy család okmányából. Römer.

arbores fructiferae 1036. I. 328. — 1288. V. III. 423. — 1357. Ráth gyűjt. — 1391. X. III. 171.

arbores fructuum 1273. V. II. 141. — 1283. V. III. 197.

arbor *Oltwan*. Történ. Tár. 1299. II. 181.

XXII. *Gyűrű*, cornus sanguinea. Melius Péter Herbariumában a Kellerhals, *Daphne farkas hársnak* és gyűrű fának nevezetik. 20. l.

dumus quae vulgo dicitur *gyreubukur* 1268. IV. III. 451.

Gyueres 1214. III. 156 *Güres* fej u. o.

XXIII. *Haraszt arbor*, quercus, Eiche ;

Harasztbokor 1374. IX. IV. 628.

harastfa 1263. IV. III. 181.

haraszt 1353. IX. II. 264. 1367 virgultum haraszt.
 harazt 1293. X. III. 278. 1332. VIII. III. 648. virgultum
 Cozmaharazta 1330. Kuthy család okleveléből. Rómer.
 harazth 1269. IV. III. 507.
 horost 1255. IV. II. 344.
 horozth. 1267. IV. III. 425.
 hrast. 1295. VI. I. 377. — 1329. VIII. III. 346.

Ezen fát Endlicher *hárs* alatt említi, de minthogy *Hrauzt* horvát nyelven tölgyfát jelent, és ezen szó épen a posegai és chasmai káptalanok leveleiben gyakrabban fordul elő, itt külön felhozandónak véltem. Más helyett minthogy hrost annyit is tesz mint növekedni, egyenlőnek lehet venni e szót *haraszt* az *eresztvénynyel*: silva crestyén 1382. IX. V. 616. mind valóban vétetik is p. o. 1218. virgultum Verescharazth, III. I. 267. — Koronczón, Győr megyében a köznép a repkényt (*Hedera helixet*) nevezi *haraszt*nak.

Haraszti cs. és helynév.

XXIV. *Hárs*, tília, Linde.

Haas 1366. IX. VI. 293. — *haasfa* 1309. VIII. VI. 16.
pratum haas 1381. IX. V. 538.

Hárs 1281. V. III. 115. — 1293. VI. I. 259. — 1353.
 többször IX. II. 263. Chasmai kápt. levelében. 1393. X. II. 129.

Hársfa: 1269. IV. III. 516. — *ad unam quercum?* *Hársfa* 1300. VI. II. 262. — 1294. VII. II. 247. — 1329. VIII. III. 346. — 1332. VIII. III. 659. — 1345. Vásonk. levéltárból Rómer.

Harsan villa 1291. V. I. 137.

fekete *Harsos* 1345. Vásonkői ltárból Rómer.

arbor Harus 1297. VII. II. 253.

tília 1214. III. I. 157. — 1220. III. I. 286. — 1232. III. I. 282. — 1243. IV. I. 292. — 1248. VII. V. 276. — 1252. IV. II. 166. — 1269. IV. III. 516. — 1279. V. II. 542. 556. — 1287. V. III. 341. — 1294. VI. I. 302. — 1294. VII. II. 247. — 1335. VIII. V. 230. — 1358. IX. II. 750.

tylea 1263. IV. I. 141. — 1400. familia de 7 Tiliis. X. II, 766.

dumi tiliae. 1330. VIII. III. 442.

A *zádokta* = hársfa a székekelyeknél, a pogányoknál —
Ipolyi Myth. 249. valamint a tótoknál is hajdankorban — u. o.
p. 451. — szent fák közé tartozott.

Harsag, Harsány, Hárskút helynevek élnek ma is.

XXV. *Jegenye*, pinus abies Dur. Tanne.

Gegenye 1375. IX. VI. 191.

Jegenye 1295. VI. I. 346. — 1347. IX. I. 542.

Jegenyefa 1331. VIII. IV. 201. — *arbor tremuli* vulgo
jegenyefa 1381. IX. VI. 261.

jegune arbor 1327. VIII. III. 208.

Silva abietum 1243. IV. I. 293. — *abies* 1244. IV. I.
346. — 1252. VII. V. — 1287. V. III. 341.

XXVI. *Ihar, jávor*; acer, platanus, Ahorn; tót nyelven jávor.

Javor 1244. IV. I. 347. 254.

Javor 1265. X. III. 256. — 1284. V. III. 227. *Javor-
berch* IX. II. 422.

Javorberk 1282. V. III. 115. — *Jawoberch* 1354. IX.
II. 422.

Javorheg 1291. VI. I. 103. — *Javorhegy* 1291. VI. I. 100.

Javorffa 1417. X. VI. 847.

Iharus 1346. IX. I. 409.

Iharasztus 1319. XI. 466.

Ihor 1242. IV. I. 256. — 1255. IV. II. 316. — 1266.
VIII. V. 587. — 1269. IV. III. 507. — 1330. VIII. III. 443.

Juharos 1268. IV. III. 462.

Yharus 1265. IV. III. 284.

Yhor 1232. III. II. 281.

Ykorholm 1280. V. III. 59.

Vyrahusberek 1431. X. VII. 391.

(Gyarfas Keresztur 1438. XI. 196.

Gyarffas 1438. XI. 197. ide számíthatók-e?)

platanus 1287. V. III. 341. — *ad montem platani* —
Oborin = Ahorn, Juhar — *publice nominatum* 1288. V. III.

426. — arbores populi et platani 1270. VII. II. 218. arbor platani 1342. IX. I. 53.

Háros, Javor, Javorina, Javorovecz helynevek.

XXVII. *Kökény*, prunus spinosa Linn. Schlehedorn; Melius Péternél Kökény tövis. 26. l.

Kekecia dumus et nemus 1272. V. I. 222.

Kekenussorok, *Kekenussarok*, *Keokenyulsarok*, *Keökenusorok* 1426. X. VI. 827.

Kökenyes 1400. X. II. 763.

Kökenfa RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 137.

Kukenes — Rodnold 1312. XI. 464.

Kukenyos 1408. Fejér Authentia 89.

Kukenus 1338. XI. 445.

Kukinussiu 1335. VIII. IV. 137.

Kukunyes 1381. Egerszegi levéltárból Ráth.

Kukenes 1408. Authentia 87. — X. IV. 699.

Kukinus 1397. X. II. 489.

Kökény, Kökényes, Kökényesd helynevek ma is előfordultak.

XXVIII. *Körös*, fraxinus excelsior, Esche.

Cris (Körös folyó) BKnj. 23. fejezet.

Cheurim 1237. IV. I. 90.

Keres 1385. X. III. 52. — keresfa rubus, *curungh* vocatus 1338. VIII. VI. 162.

Keresseg év nélkül V. III. 507.

Kerusheg 1295. VI. I. 365.

ad nemorem? *Keörus* vocatum 1269. VII. I. 357.

Keöresbokor rubus 1430. X. VII. 378.

Keuresbocor 1193. II. 286. — *szegh* 1386. X. I. 293.

Keuris 1055. I. 390. — *hyg* 1212. III. I. 136.

Keurus, *Wizeskeurus*, de arbore fraxino 1263. IV. III. 139. — 1214. III. 156. — 1252. IV. II. 162. — *hegy* 1291. VI. I. 112. — *eer* 1309. VIII. VI. 16. — *bokor* 1340. VIII. IV. 466. — *hig* 1212. III. I. 171. — 1272. V. I. 261. — *hyg* 1357. Ráth gyűjt.

Keurus 1370. IX. IV. 233.

- Keuryshig* 1082. VI. II. 357.
Keurewsheg 1229. III. II. 187. — *hyg* u. o. 181. 1435. X.
 VII. 653. — *hig* 1229. III. II. 183.
Keurös 1423. X. VI. 540.
Körös 1082. I. 449.
Körös nemus; 1279. V. II. 537. — *bakon* 1374. IX. IV.
 628. — *hegy* 1386. X. I. 293. — *hig* 1273. V. II. 130.
Krysthegy 1082. I. 457.
Kures 1270. VII. II. 218.
Kurus 1235. IV. I. 26. — *hig* 1273. V. II. 90.
Küröshyg 1263. IV. III. 112.
Kürüselö 1265. VII. I. 331.
arbor fraxinea 1112. VII. V. 85.
fraxinus 1263. IV. I. 139.
dumus fraxinorum 1252. IV. II. 163.
 Körös, Körös, Körösfő, Köröshegy gyakran fordúluak
 elő család- és helynevekben.

XXIX. Körtvély; pyrus, Birnbaum.

- Chertvelyes* 1412. X. VI. 360.
Curtuelou. BKnj. cap XL.
Curtuelus 1268. IV. III. 447.
Kertelfa 1015. I. 298. 390.
Kertvehles 1412. X. VI. 354.
Kerthvelus 1349. IX. I. 708.
Keortveles patak 1243. IV. I. 292. — XI. 404.
Keörtvélyes 1392. X. II. 69—1412. X. VI. 259.
keurtewl 1439. XI. 280. 356. kis *keurthis* 1439. XI. 379.
Keurtwelteluke 1301. VI. II. 323. — VIII. I. 77.
kirtus, acélkirtus 1336. VIII. IV. 268.
 három *kortvely* 1228. III. II. 122.
Saarkörtiel 1258. IV. II. 471. — *Körthüz* 1337. VIII.
 IV. 287.
körtvelfa 1228. III. II. 122.
 kuben allo *körtvel* 1358. IX. II. 719.
körtvelyfa 1228. III. II. 122. — *völgy* 1345. Vásonyi ltár.
 Römer.

- körtvélyes* nemus 1315. — VIII. I. 577. 1346. IX. I. 386.
 — *tó* BKnj.
körtvüles völgy 1233. VIII. I. 236.
kruhwelfa, roszt olvasás 1015. I. 298.
kueterev 1236. IV. I. 64.
kurdhufda 1015. I. 298.
kurtveles 1138. II. 104.
kurtvelfa 1055. I. 390. — kapu 1319. XI. 466.
kurthueles 1235. III. II. 436.
Ykerkurthuelfa. 1352. Viczay levéltől Rómer.
kurtveles 1296. VI. II. 45. — *teleke* 1301. VI. II. 323.
 VIII. I. 77. — *ryth* 1335. VIII. IV. 124.
kurthewol 1439. XI. 280.
kurthweles 1419. Viczay ltból Rómer. 1427. X. VI. 923.
kurthwelusteluk 1327. VIII. III. 207.
kurthwyllkopu 1319. XI. 466.
kürtvéles 1279. V. II. 584.
kyrtus 1336. VIII. IV. 268.
biñda *pyrus* 1082. VI. II. 352. — 1193. II. 284. 1214.
 III. I. 475. 1217. III. I. 214. — 1235. IV. 26. *arbores*
pyrorum 1367. IX. IV. 96.
pyrus agrestis 1279. V. II. 534.
pyrus silvestris 1332. VIII. III. 648. — 1353. IX. I.
 265. — 1374. IX. IV. 630. — 1383. X. I. 105. — 1381.
 Egerszegi levéltárból Ráth.
arbor pyri vulgo *Zylfa* (?) 1431. XI. 280. 356.
Körtvélyes helynévvel gyakran találkozunk.
 XXX. *Lasponya*, *mespilus*, *Mispel*; inter *arbores stantes*
lasponya vocatas VII. II. 21.
 XXXI. *Magyal*, *quercus ilex*, *Steineiche*;
 nézd: *tölgy*.
Magyalfa 1343. IX. I. 155. 1399. X. II. 707.
Mogol arbor. 1249. IV. II. 52.
Mogolos 1193. II. 286.
Mogyol 1233. VII. I. 236. — 1345. Vásonyi ltból Rómer.
Mogyol. Arbustum 1374. IX. III. 634.

ilex. 1252. *ylex*. VII. V. 299. — 1255. IV. II. 289. — 1263. VI. I. 139. 140. — 1228. III. II. 132. — 1277. V. II. 416. — 1279. VI. I. 370. — 1265. X. III. 256. — 1294. VII. II. 249. — 1287. VII. IV. 201. — 1381. IX. V. 508.

arbor ilicis quae Tulgfa dicitur. 1295. VI. I. 370. — 1361. IX. III. 267.

magna arbor ilicis Akasztófa dicta VIII. I. 523.

Pusztá Magyalos Tolnában említettik.

A magyal honunk csak déli részeiben tenyés, azért az *ilex* szó okleveleinkben gyakrabban fordulván elő, bizonyosan a tölgygyel cséreltetik föl, mint azt a fentebb idézett példából is látni lehet. *Endlicher* alkalmasint a hang hasonlatosságától csalatván, *mogyolt* mogyoró alatt hozza föl, mi minden esetre tévedés, bár tán a magyal — mogyol — mogyoró ízű, megehető makkjától vette nevét.

XXXII. *Malogranatoc* RMN. Em.

Bécsi Cod. I. II. 233.

XXXIII. *Meggy*, *merasus*, *Weichselkirsche* ;

Medgyes 1374. IX. IV. 662. — 1379. IX. V. 360. — 1409. X. IV. 843.

Medjes teluk 1233. III. II. 333.

Medyes 1366. IX. III. 641.

Megh 1370. IX. IV. 259.

Megy 1382. IX. V. 619. — mező év nélkül V. III. 509.

Megyes 1381. IX. V. 466. — 1318. VIII. II. 161. — allya 1257. VIII. III. 59. Megyesfewgh Tört. Tár. VI. 27. — patak 1384. X. I. 167. — parlach 1343. IX. I. 155. — rakattya 1315. VIII. I. 577.

Meggyes 1360. Runy. Monum I. 406. — 1379. IX. V. 464. — 1424. X. VI. 700.

arbores meraseae. 1235. IV. I. 26.

arbores in quibus crescunt merasa 1277. V. II. 416.

Medgyesi, Megyes cs. és hnevek.

XXXIV. *Mirtetus*, Mirtus, Mirthe.

Mirtetus RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 235. Mirtetos u. o.
Mirtetac u. o. 237.

XXXV. *Mogyoró*, corylus avellana, Haselnuss;

Magaroswelgfog 1361. IX. III. 269.

Magyaros 1356. IX. III. 670.

Mogarakerek. 1547. M. Leveles Tár. I. 47.

Mogyoros 1364. IX. III. 489.

Mogyorot 1156. II. 142.

Mogyoroubokor 1323. VIII. II. 492.

Ide tartozóknak vélem ezeket is:

Monierokerek. 1546. M. Leveles Tár. 31.

Monneraukerek e helyett Mogyoróberek. 1195. II. 287.

Monnoroshegy 1212. III. 119.

Monorou 1055. I. 389.

Monorusvelge 1287. VII. IV. 202.

Monyarakerek. 1546. M. Leveles Tár. 32. 33.

Monyoros 1435. X. VII. 640. — eley 1381. IX. V. 541.

— hegye 1355. IX. II. 378. — 1430. X. VII. 375.

Monyoroukerek 1385. X. III. 41.

via avellanosa. 1195. 287.

avellana 1242. IV. I. 257. — 1244. IV. I. 346. dumus

avellanarum 1293. X. III. 278. 1329. VIII. III. 400. — 1332.
u. o. 648. — 1343. IX. I. 184.

meta columna vulgo mogyorobokor 1345. Vásonkői le-
véltárból Römer.

Corillus. 1287. V. III. 341.

Corulus potoka 1265. IV. III. 293.

Coruli dumus 1209. III. I. 88.

Mogyorósi, Mogyoród, Mogyorós, Mogyorósd, Mogyo-
racska, cs. és helynevek ma is díszlenek.

XXXVI. *Narancs*.

Narancs 1547. M. Leveles Tár. I. 44.

XXXVII. *Nyár*, a) *populus alba et nigra* Linn. Espe;

Naar 1242. IV. I. 257. — . . ffa 1295. VI. I. 371.

Nár 1220. III. I. 302. — 1293. VI. I. 259. — 1393. X. II. 129.

Narfa 1263. IV. III. 181. — 1388. X. I. 445.

Náros 1307. VIII. I. 229.

Niarhyd 1349. IX. I. 706. — 1228. III. II. 140.

Nyar 1353. IX. II. 264. — 1366. IX. VI. 294.

Nyaras-veulgy 1270. V. I. 50. — ... velg. VII. II. 11. —

Narfa RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 148.

Nyarfa 1203. III. I. 86. — 1277. V. II. 416. — 1309. VIII. VI. 16.

apronyarfa 1339. VIII. IV. 395. — ... ffa 1329. VIII. III. 401.

Nyarhid 1258. IV. II. 460. — 1263. IV. III. 181. 1291. VI. I. — 1295. VI. I. 361. — 1272. V. I. 156. 220. — 1297. VI. II. 115. — ... szegh. 1405. X. IV. 526. Történ. Tár. IV. 135.

Nyarus-velg. 1400. X. II. 820.

arbor populea 1217. III. I. 218.

arbor de populo III. II. 136. 140.

arbor populnea 1252. IV. II. 166.

arbor populi quae dicitur Naarffa. VI. I. 371.

b) *Populus tremula*, köznép száján: Jegenye. Zitterespe;

arbor tremulea vulgo nyarfa 1338. VIII. VI. 157.

arbor tremuli vulgo jegenyefa 1381. IX. VI. 261.

arbor tremuli III. II. 132.

arbores tremulae IV. III. 140.

quaedam tremens 1383. X. I. 105.

Nyári, Nyárad, Nyárasd, Nyárszegh es.- és helynevek többször említettnek.

XXXVIII. *Nyirfa* betula alba Linn. Birke;

Nir 1242. IV. I. 257. Anonym. c. XXI. — ... fa 1259. IV. II. 502. 1297. VII. II. 252.

Nyerfa 1244. IV. I. 346.

Nyir 1219. III. I. 271. 1229. III. II. 174. — 1243. IV. I. 346. — 1247. IV. I. 472. — 1248. IV. II. 39. — 1256. IV. II. 389. — 1281. V. III. 110. — 1356. IX. II. 510. 561. (Bontznyi^{res} 1320. VIII. II. 318. — ... es 1281. V. III. 110. — ... eslygeth

1243. IV. I. 291 — ... esmezeu 1335. VIII. IV. 125. — ... fa
1254. V. III. 227. — 1295. VI. I. 247. 249. — 1464. györi püs-
pöki ltárból Rómer. 1270.

Nyr Bknj. c. XXII. V. I. 85. — 1336. VIII. IV. 194. —
es 1381. IX. V. 469. — ... fa 109. III. I. 87. 1248. V. V. 276. —
1280. V. III. 24. — 1293. X. III. 277.

Nyri 1430. X- VIII. 230.

Nyrku 1326. VIII. III. 107.

Nyrmal 1326. VIII. III. 109.

Nyirad, Nyiregyháza, Nyiresfalwa, Nyires, Nyirlak, Nyir-
ség helynevek közismeretűiek.

XXXIX. *Olayfa*. Oleaster. Ölbaum.

Olayfa RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 221. 233. 254.

Olayfaknac hege. u. o. 254. 240. 241.

XL. *Pálma*. Palmbaum.

Palma. RMNEml. B. Cod. I. II. 162.

XLI. *Puszpángfa*, buxus, Buchsbaum ;

arbor buxus — sub magna buxo. 1287. V. III. 341.

buxus. RMNEml. B. Cod. I. II. 213.!

XLII. *Rakettyefa*, *Salix latifolia aquatica* ; Diószeghi szerint *genista* ;

Racatia frutex 1217. III. I. 214.

Rakachyas 1330. VIII. III. 457. Stakachya? dumus
1292. VI. I. 211.

Rakacias rivulus VIII. IV. 533.

Rakata 1263. V. I. 327.

Rakatias 1297. VI. II. 116.

Rakattya fa 1249. IV. II. 41. — bukur 1294. VII.
II. 249. — mochar 1297. VI. II. 100.

Rakatyas 1294. VII. II. 249. — 1315. VIII. VI. 35. —
1406. X. IV. 571. — thw VII. II. 249.

Rakattya 1315. VIII. I. 577. — ... bokor 1335. VIII.
IV. 148. — Megyes rakattya 1315. VIII. I. 577.

Rakattyas 1238. IV. I. 141. — 1406. X. IV. 571.

Rakoltysaserdew. 1423. X. VI. 569.

Lapos Rakottya 1315. VIII. I. 577.

Rakottyaffa arbor viminis 1367. IX. IV. 96.

*reketi*abukur 1247. VI. II. 377. — fa 1263. IV. III. 181.

Rekette 1265. IV. III. 292.

Rekety arbor 1489. Vásonyk. Itárl. Rómer. — . . . dumus 1269. IV. III. 539.

Rekettayafa dumus viminum 1255. IV. II. 344.

dumus reketya 1279. VI. II. 116.

Reketye 1330. VIII. III. 457. — rubus viminum vulgo reketye vocatum 1338. VIII. VI. 161.

Reketye virgultum nemorum 1327. VIII. III. 206.

Reguitye dummi viminum 1232. III. II. 136.

Rokattia 1225. III. II. 60.

dummi viminum 1232. III. II. 281.

vimen 1255. IV. II. 316.

XLIII. Rubus, *curungh* v. *kurungh*.

(morva és cseh nyelven *Chrast*, Gestripp.)

Rubetum 1294. VII. II. 249. — 1330. VIII. VI. 117. 1370. IX. IV. 307.

1489. Vásonyi levéltből Rómer.

rubeta et arundineta 1401. X. IV. 67.

rubetum erestven 1343. IX. I. 155.

per silvas rubeta procedendo 1420. X. VI. 335.

quaedam rubositas terrae. 1426. X. VI. 829.

rubus donya *Kurunja* vocatus 1338. VIII. VI. 161.

rubus vulgo Keresfa *curungh* vocatus u. o. 162.

rubetum vulgo *kurungh*, u. o. 161.

XLIV. *Somfa*, cornus, Kornel-Kirsche;

Scomlos patak 1212. III. I. 115.

Som. 1435. X. VII. 693. — . . berek 1411. XI. 485. — 1437. XI. 493. — 1469. u. o. 501. — Sombergh. 1335. VIII. IV. 78. — . . . fa 1235. III. II. 438. — falu 1253. Romy Monumenta. I. 405. — . . . kerek 1319. XI. 487. — 1401. IV. 183. — . . . kuth 1243. IV. I. 290. XI. 402. 404.

Somos. 1317. VIII. 57. — ... kő VIII. IV. 499. — . . kü
1341. VIII. V. 286.

Somus 1346. IX. I. 351. — 1359. IX. III. 41.

Soom. 1430. X. VII. 238.

Sumpotoch few 1202. II. 395.

Ide tartozik Endlicher által — die Gesetze des h. Stefan — 142. lapon meg nem fejthetőnek vélt arbor *drinic*, szláv nyelven *drnka som*.

Somossy, Som, Somfalva, Somberek, Somhegy, Somló, cs. és helynevekben gyakran előfordúl.

XLV. *Szeder*, *Morus*, *Maulbeere*.

Szedervölgy. 1381. IX. V. 508.

Zederkyn. 1272. V. I. 188.

Zederfateluk, Michaël de 1377. IX. V. 204.

Zedery fac RMNEm. Bécsi Cod. I. II. 169. 181. 221.

Szeder és Szederkény nevekben él.

XLVI. *Szilfa*, *Ulmus*, *Ulme*, *Melius Péter Herbariumában* *Alásfa* 12. l.

Cile 1214. arbores quae vulgo *Cile* vocantur. III. I. 475.

Scilfa 1225. III. II. 65. — 1232. III. II. 250.

Seylfa, lignum quod dicitur, 1284. V. III. 252.

Silfa 1227. III. II. 122. — 1228. u. o. 123. — 1235.

III. II. 436.

Silkerek — tán berek. 1386. X. I. 273.

Sylfa 1015. I. 298. 1359. IX. III. 69.

Szelyfa 1315. VIII. II. 578.

Szil. 1345. Vásonkői levéltárból Römer. 1421. X. VI.

435.

Szilaser 1401. X. IV. 67.

dumus Szil bocor 1222. III. I. 359.

Szilfa 1295. VI. I. 347.—1315. VIII. I. 577.

Szillyosalja 1401. X. IV. 67.

Zil. 1265. X. III. 256. — 1273. V. II. 141. — 1283. V.

III. 197.

Zilas. 1383. X. I. 112. Zilos Telecke X. VI. 874.

Zilbukur. 1272. V. I. 218.

Zilfa. 1294. VII. II. 248. — 1324. VIII. V. 149.

Zilukut. 1055. I. 390.

mons Zullhegy (Zyl vagy Tul?) 1291. VI. I. 100.

Zyl. 1246. IV. I. 411. — 1249. IV. II. 89. — 1318.

VIII. II. 191.

-- berek 1379. IX. V. 343.

— bokor 1374. IX. IV. 630. — fa vagy ffa 1209. III. I. 88.

Zylos-Luche 1303. VIII. I. 150.

Zylukut 1055. I. 389.

Zylteluk 1292. VI. I. 347.

Zylwagh 1418. X. VI. 135.

Ulmus 1217. III. I. 214. — 1228. III. II. 136. — 1246.

IV. I. 407. — 1252. IV. II. 166. 458. — 1265. X. III. 256.

— 1268. arbores ulminae IV. III. 458. — 1291. dumus ulmi

VI. I. 149. — 1294. VII. II. 248. — 1315. VIII. I. 578. —

1366. IX. VI.

Ulmineae arbores 1138. II. 112.

Szil, Szili, Szilasy, Szilád, Szilágy cs. és helynevekkel gyakran találkozunk.

XLVII. *Szilva*, *Prunus*, *Pflaume*; a tót *Slivával* egyez.

Schilvas 1245. IV. I. 393. — év nélkül VII. I. 112.

Ful-Szilva (Föl-Szilva) 1270. V. I. 19.

Szilvas-Váras. 1389. Pannonhalmi oklevéltárból Rómer.

Zilva-fa. RMNEml. Bécsi cod. I. II. 137.

Zylva. 1270. V. I. 19.

Zylwas. 1297. VI. II. 104. — 1279. V. II. 524.

arbores pruni. 1283. V. III. 197.

ligna prunetorum. 1330. VIII. III. 492.

Szilva, *Szilvággy*, *Szilvás*, *helységek*, valamint a Szilvásy családnévben is fenmaradt.

XLVIII. *Szömöreze*. Endlicher és Melius Péter 17. b. lap szerint, *Pinus picea*; közönségesen *Rhus cotinus*. Sumach.

Szemerecz arbor. 1284. V. III. 227.

Sumurca 1214. III. I. 151.

arbor Zemerce 1263. IV. III. 129. Szepesben.

truncus Zemerch. 1270. V. I. 76.

Zemercze arbor. 1294. VI. I. 302.

Zemerczeghfa. 1283. V. III. 162.

Zemerdekpatak 1366. IX. VI. 292.

arbor Zemerck 1263. V. I. 327.

Zemreberch 1355. IX. II. 422.

Emerdecberch — tán Zemerdecberck. 1355. IX. II. 422.

A bakonybéli határban van manap is Szömörke nevű volgy.

XLIX. *Tölgyfa*; *Quercus Robur*, *Steineiche*, *Stieleiche*; igen gyakran magyaráztatik: *Ilex*, quae vulgo *Tul* dicitur.

Telg-Horoszta 1231. III. II. 226. roszul olvasva *Celg* horoszh.

Telgeser (Tölgyesér) 1378. IX. V. 338.

Teöli bukor. 1343. IX. I. 184.

Teölifa 1343. IX. I. 183.

Teulgescherethye 1248. IV. II. 18.

Teulgh 1343. IX. I. 155.

Theulfa 1359. IX. III. 73.

Thewlgfa arbor ilicis vulgo 1447. okmánytáramban.

Tholfa 1235. III. II. 439.

Thölfa 1228. III. II. 122.

Thul. 1255. IV. II. 316.

Thulfa 1015. I. 298. 299. — 1329. VIII. III. 461.

*Thwlf*a arbores ilicum 1361. IX. III. 267. — Surowthwlfa (Sürü...?) 1228. III. II. 123.

Tiulfa 1280. V. III. 24.

Tolfa 1332. VIII. IV. 659.

Tolg 1331. VIII. IV. 551. — 1332. VIII. IV. 648. — *fa*, arbor ilicis 1367. IX. IV. 95.

Töl 1283. V. III. 197. — *fa* 1281. V. III. 77. arbor ilicis nagy *tölfa* 1464. györi püspöki levéltárból Rómer.

Tölg 1353. IX. II. 266.

Tölgyfa 1335. VIII. V. 230. — 1489. Vásonkői ltárból Rómer.

Tölgyfa 1382. IX. V. 605.

Tul 1270. V. I. 19. — 1293. VI. I. 249. 259. — 1262. VII. III. 43. — 1273. V. II. 141. 1393. X. II. 129. *Molnastul*, *Ikrustul*, 1316. VIII. I. 611. *Tulfa* 1225. III. II. 85. 1259. IV. II. 502. — 1295. XI. 420. *Buczetulfa* I. 299.

Tulg 1181. II. 200. — 1252. VII. V. 297. 302. — 1272. V. I. 223. — 1279. V. II. 556. 1261. IV. III. 10. — 1353. IX. II. 266. — *fa* 1235. III. II. 432. — 1260. IV. III. 9. 37. — 1269. IV. III. 521. — *ffa* 1295. VI. I. 370.

Tulgh. 1235. III. II. 432.

Tulherdeu III. II. 136.

Tuol 1316. VIII. I. 611.

Tulgy 1247. IV. I. 772. — *fa* 1332. VIII. IV. 657.

Tulgy-koreke possessio. 1396. X. II. 35.

Twl 1264. IV. 3. 274. — 1336. IX. VI. 293.

*Buchetwlf*a (*Bikktölgyfa* ?) 1228. III. II. 122.

Twlgfa 1283. V. III. 162.

Twlzeekfa 1316. VIII. I. 611.

Tyli 1255. IV. II. 316.

Tyulfa 1280. V. III. 24.

Cuerkus 1256. IV. II. 402.

arbor Kerchi 1348. IX. I. 634.

Kercus 1214. III. f. 475. — 1337. VIII. VI. 144.

Kerkus 1291. VI. I. 134. — 1329. VIII. III. 401.

Kerkw 1291. VI. I. 134.

quercus 1112. VII. V. 87. 1217. III. I. 214. 216. 221. 218. — 1260. IV. III. 9. VI. I. 134. — 1338. VIII. V. 250.

arbor quercina 1327. VIII. III. 174.

Dubodel (*Tölgyfa osztály*) 1243. IV. I. 290.

A tölgy gyümölcse a *Makk* előjö :

Mack 1414. X. VI. 502.

Mak possessio 1332. X. III. 290.

Mak. 1463. Ráth Kár. gyűjteményében.

Tölgyes, Tölgyesy cs. és helynevek ismeretesei.

L. *Tövis.*

Ecclesia de Spinis vulgo *Tövis*. 1314. VIII. I. 551. Carinthiában a Spitali Szüz Máriának szentelt templomnak régi neve: *Maria in den Dornen*. Mitth. 1861. 303. l. 1335. családnév. VIII. IV. 121. — 1403. X. IV. 219.

Tyviss. 1352. IX. II. 176.

Tywisses 1430. X. VII. 230. 238. 369.

Tyvissesmezeu 1379. IX. V. 343.

tuisit, tuuisse. RMNEml. Bécsi codex 168. 208.

Spinetum 1138. II. 112. 1382 IX V. 619.

neminemg tyvisses fa, *Paliurus* RMNEml. Bécsi Cod. 204. 225.

LI. *Venesitz.*

Arbor Venesitz, Venitzfa (komlós Venitze, *Ostrya vulgaris*)? a kamondi határban lásd Véghelyi Dezső gyűjteményében az 1551-ki okmányt.

LII. *Veszös.*

Mgister Veszös 1335. VIII. IV. 120.

Wezzew Fesztetics. Codex.

LIII. *Zanót*, *Cytisus*, *Melius* Péternél *Spartium*; Vad Lencze koró 21. b. l.

Zanotos dülő. 1551. okmány Véghelyi Dezső gyűjteményében.

B i z o n y t a l a n o k :

*Vörösf*a *Melius* Péternél, Veres fönnyü, Szöke lucz fönnyü. 18. b. l.

arbor *Vörösf*a *Lärche* 1331. VIII. III. 572. 1335. IV. 148.

Nadajfa; — *Nadálygyökér*, *Symphytum*, *Schwarzwurz*.

Nadajfa 1015. I. 298. — 1228. III. II. 122.

Errulus — Erle?

sub *errulo* est meta 1252. IV. II. 166.

Ruscus — Mäusedorn? Rüster, Gyertyanfa?

arbores Rusci V. II. 542.

Degmara arbor. 1321. VIII. II. 327.

Payosos fa 1345. Vásonkői levéltárból Römer.

Geryerfaya (Gergelfaya?) 1438. XI. 213.

Silicis (Salicis arbor?) 1327. VIII. III. 206. iterato 1336.

VIII. VI. 156. — *dumus silicis*, 1343. IX. I. 184.

Cradolsfa 1216. VIII. III. 20.

Radosfa 1401. X. IV. 67. itt tán a *fa* rövidítés *fulvából*.

arbores *tergudi* (terjedő? vagy valami idegen szó?)

1075. II. 74.

arbor *Papi* (Fejér szerint pyri?) 1388. X. I. 445.

possessio Papy 1390. X. I. 658.

rufus *rubus pinaceus*, tán vörösfenyő = Vörösfá? 1318.

VIII. V. 109.

dumi et vepres 1288. V. III. 423.

Ide tartozandónak véltem a *guker*. RMNEml. Bécsi

Codex I. II. 173. és *fa*, *akasztófa* szavakat is. u. ott. 19. 110.

231. 235. és 54.

T o v á b b á :

Vágás. Jakabvágása, Jordanvágása, korlatvágása 1377. IX.

VI. 224.

Adrian — Gerlahvágása IX. II. 447. 635.

Beyervágása. 1366. IX. III. 524.

possessio Mak 1332. X. III. 291.

Hasonlítva ezen lajstromot avval, melyet Endlicher István Gesetze des h. Stefan című munkájában, bár igen gyakran hibás idézettel közlött Fejér codex diplomaticusából, mindenki észre fogja venni, miszerint azon sorozatot hűsznál többel szaporítottam, ide számítandók: barkócza, berzsen, buxus, csipkefa, fagyal, fige, galagonya, gyűrű, rubus eresztvény, somfa, szeder szilva, s. a. t. A következőknek pedig Endlichernél csak magyar neveik hiányzanak: bodza, cseresnye, dió, gesztenye, jávor, körtvély, lasponya, meggy, mogyoró, s. a. t. azonban ő csak a határfakat jegyzé fel, míg én

itt néhány külföldit, de magyar munkában följegyzettet is mint: cedrus, malogranat, myrtus, narancs, pálma, olaj, tövis — paliurus neveket is fölvettem, és néha a hely- vagy családnevezéseket is elemezvén, azok gyökeit is beigtatóknak véltem.

Igen gyakran találkoztam ingatag, sőt hibás elnevezésekkel, melyeket a leíró hirtelenkedésének vagy nyelvünkbeni tudatlanságának kell tulajdonítani; mint una quercus hársfa; arbor pyri vulgo zylfa; ilex, melyet rendesen magyallal fordítanak, quae tulga dicitur; arbor tremuli majd jegenyefa, majd nyárfa s több ilyenek.

A *nem fanemű* növények közül (lásd *II. férczelet*) sikerült 50-et, függelékben mintegy 220-at felhozni; ez ugyan magában véve nem sok, de ezen kezdet után könnyen szaporítható.

A külföldiek közt már a *fige* név 1379-ben, a *sáfrán* pedig 1429-ben mint kertekben — főleg Szelestén Vas megyében — termesztett haszonnövény említettik. Ezen fűszernövény, melynek illatja Tud. Gyűjt. 1836. II. 72. lap. példabeszéddé vált, és Gritti Lajos az emberek maga részére való hódítási czélból mindenfelé otrudálta, ugyanazon Tud. Gyűjt. 1333. I. kötetében megjelent czikk szerint annyira kedveltett honunkban, hogy nem csak minden ételhez használtott, hanem a Zomolyáni vár körül termesztett sáfránnak, valamint a Bajmócz Trencsin, Vesztenicz vidékinek fontja 24 forinton kelt el, míg a *bécsi jó sáfránnak*, mert azon időben Bécs táján is voltak *sáfránkertek* — csak 14 forint volt az ára. A sáfrán Sveiczban is mivelletett ez idő tájban, mert Joannes Schaub Zunftmeister zum *Safran* említettik; lásd Fegesser „Beziehungen der Schweizer zu Mathias Corvinus Luzern 1860 című munkájában.

A *sáfrányon* kívül a *borsot* is nagyon szerethette már akkor a magyar; mert Lajos király tiltja 1366-ban, nehogy a vámosok a Dunán merjék elfogadni, a *borsból* álló ajándékot, ha mindjárt önkényt ajánlatnék is a Bécsből jövő kalmároktól, nehogy szokássá és utóbb kötelességgé válják. Cod. dipl. IX. III. 526.

II.

Magyar kútforrásokban említett *nem faneml* növények.

F ü v e k r e v o n a t k o z ó k.

Asztag RMNEmlékekből B. Cod. I. II. 7. 233.

bymboya plantaginis Györi füz. I. 87.

Bogyó terra. 1419. X. VI. 197. Ma Bogyai, Bogya, Bogyoszló család és helynevekben él.

Füvek RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 110. 248.

Galya de — 1388. X. I. 445. Gally. wezzew yesse gye-
kereebewl Fesztet. Cod. 193. 239. *Gyökér*.

kepestelek 1312. XI. 464. Caperie frugum 1429. X.
VIII. 204.

Keue RMNEml. I. II. 7.

Kóró RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 156.

Kbql gI. II. 233.

Mag. Nagymakwa — magva. 1422. X. VI. 513. fenőmag
1426. X. VI. 864.

Pozdoria I. II. 105.

Zena I. II. 110. 113.

wezzew Fesztet. Cod. 193. 239. 235. 237. *Vesző*.

Virág — Libanosnac viraga. I. II. 208.

Wiraag Fesztet. Codex 173. I. wiraagh u. o. 193. I.

I. *Árpa*.

1036. I. 304. — 1214. III. I. 156. — 1268. IV. III.
454. RMNEml. II. I. 7. 23. 147. 163.

Arpaa 1379. VIII. III. 139.

Árpád BKuj. gyakran 1268. IV. III. 454. — 1340. VIII.
IV. 466.

Árpád erdew. 1374. IX. IV. 630.

— völgye 1374. IX. IV. 630.

Árpár 1274. V. II. 791.

Árpás 1037. I. 328. — 1373. IX. IV. 533.

A pannonhalmi fekete könyvben igen gyakran.

Mint helynév manapig fenmaradt. *Arpás* és *'Arpád* helységekben.

II. Bab.

1229. Babus III. II. 173.

Babos családnévben valamint Babarcz, Babod, Bablyuk, Babolcsa, Babsa helynevekben él.

III. Boitorian.

RMNEml. I. II. 154. 156.

IV. Boroszló.

Daphnae. Borozlopotok. 1272. V. I. 191.

Buruzloupothoka. 1304. VIII. I. 167.

Boroszló helység Sárosmegyében.

V. Borostyán, repkény, hedera, Epheu.

borostán. RMNEml. I. II. 194. négyszer a vulgatában hedera.

Borostanowecz 1438. XI. 195.

Borostyan 1327. 1352. IX. II. 133.

Porosthyan 1397. X. III. 198.

Porustyan Castrum 1289. V. III. 460.

Purustyán 1323. VIII. II. 433.

ugyan azon várnévben Pozsony és Vas megyében manapig fenmaradt.

VI. Bors.

Borch 1233. III. II. 325.

Bors 1075. I. 428. — 1124. II. 69. — 1225. III. II. 62.

sine anno VII. II. 206. — 1370. IX. IV. 307.

Borsoud. 1370. IX. IV. 634.

Borsous 1298. VII. II. 151.

A *Borsmonostrai* számos oklevelekben gyakran.

Névtelenben X. XVIII. s. a. t. fejezetekben.

Borsos, Bors, Borsa, Borsad, Borsi s. a. t. család és helynevekben.

VII. Borsó.

terra Borsó 1370. IX. IV. 634. 1374. IX. IV. 628.

Borsos. 1429. X. VII. 128.

Heialt borso 1547. M. Leveles Tár. I. 44.

Borsu Bknj. Borsod. 18. f. s. a. t.

Borsó, hegy Abaujban, Borsos-Győr, és Borsova helynevekben ma is ismeretes.

VIII. Buza.

Buza RMNEml. I. II. 7. 147. 154. 163. 231.

Buzad családnévben számtalanszor jelesen: 1256. IV. II. 397. — 1259. IV. II. 500. — 1281. V. III. 98. 1292. VI. I. 201.

Bwzaanak aazthaga Fesztet. Codex 168. lap.

Buzas 1245. IV. I. 392.

Ma Buzad, Buzaföldje, Buzadovecz, Buzafalva helynevekben él.

IX. Chaba-ire pipinella.

Slawonice Murcineta. Győri tört és régész. füzetek I. 88.

Chabayre. I. 86. 87.

X. Csalán.

Csollanyos völgy 1233. újabb másolat után a vásónkői levéltárból Rómer.

XI. Csicsér.

Chicher 1411. X. VI. 212.

Csicsér helynevek Arad és Ung. megyében léteznek.

XII. Crocus — Safran.

cultura eius in Szelestye 1429. X. VII. 147. 192.

XIII. *Dinnye.*

- Denna 1437. X. VII. 894.
 Dennahalom 1466. Teleki Hunyadiak kora. XI. 173.
 Denunye possessio 1420. X. VI. 273.
 Dinye 1463. Ráth gyűjt.
 Dynnyes meed. 1439. XI. 275.
 Dinnyeberki, Dinnyés, Dinyevez helynevekben ma is
 díszlik.

XIV. *Eper.*

- Eperies 1374. IX. VI. 178. 1400. X. II. 766...
 Eperjes 1248. IV. II. 17.
 Eperyes VIII. II. 142.
 Epuries 1316. VIII. I. 598.

XV. *Füge.*

- Veres füge. 1464. györi püspöki levéltárból Cap. A.
 fasc. 16. 5. Römer.
 Fíged 1390. X. I. 658.
 Fugi Ladislaus de 1391. X. III. 122.
 Fyged 1390. X. I. 614. 658.
 Fygud 1379. IX. V. 345.
Füge, Fügéd helynevek.

XVI. *Gabona.*

- Gabna.* 1549. M. Leveles Tár. I. 57.
 Gabona gabonakat güytenec. RMNEml. I. II. 5. — 15.
 146. 163. 165.

XVII. *Gomba.*

- de *Gomba* 1381. IX. V. 512.
 Gombas 1378. IX. V. 319. — 1417. X. VI. 836.
 de Gumba 1263. IX. III. 139.
 de Gumbas 1280. V. III. 53. — 1300. VI. II. 286.
 manap is léteznek Gombár, Gomba Gombás. Gomba-
 szeg család és helynevek.

XVIII. *Gyékény*, Typha, Rohrkolbe.

Gyekenés 1379. IX. V. 343.

Gyekenyes-Patak. 1315. VIII. I. 576.

Gykenus 1381. IX. VI. 264. 265.

Ily nevű helységek Bars- és Somogyban keresendők.

XIX. *Hagyma*.

Hagmas 1214. III. I. 158. — 1301. VI. II. 323. VIII. I. 76.

Hagmas few ibidem.

— kert 1015. I. 299. — 1228. III. II. 123. — 1339. X.

IV. 860.

Hagymas 1409. X. IV. 843.

Ide tartozik Csesznek is, mely tótul Hagymát jelent.

Hagymási, Hagymad, Hajmás, cs. és h. nevekben fennmaradt.

XX. *Hinár*.

lacus Hunur, Hunarus, Hunurus 1340. VIII. IV. 486. 487.

XXI. *Jácint*.

yacinctok Fesztet. Cod. 171. lap.

XXII. *Iglicze*.

Iglyche 1284. V. III. 253.

Igrich-Potoka 1335. VIII. V. 229. 1379. IX. V. 341.

Ide tartoznak tán Iglincz, Igléniz, és Igricse helységek nevei.

XXIII. *Kapor*.

Kapornik 1373. IX. IV. 552. és kopurnik 1381. IX. II. 510. helynévben.

Kaproncha 1338. VIII. IV. 364. 1384. X. I. 143. szinte ide számítható-e?

XXIV. *Káposzta.*

villa *Compositi* 1289. V. III. 478.

kapusztásmegyer 1426. X. VI. 843.

Szepesmegyében van manap is kaposztafalva — Kabsdorf helység.

XXV. *Kender.*

piscina kender 1384. X. I. 200. — kenderasztou. 1292. VI. I. 239.

kenderatho 1429. X. VII. 185.

kenderavatoata 1261. IV. III. 37.

kenderech 1251. IV. II. 88.

kenderes 1411. X. VI. 188.

Kendertofeje. 1261. IV. III. 37. — völgy. 1360. Rumy Monum. I. 405.

Kenderes, Kendereske helynevek fennmaradtak.

XXVI. *Köles.*

Kuleser (kölesér) 1367. IX. IV. 82.

kwlesd 1397. X. II. 489. — 1426. X. VI. 840.

Köleséri, Köles, kölesvölgye és helynevekben fennmaradt.

XXVII. *Komló; Humulus, Hopfen.*

komló, humulus, Győri t. és r. füzetek. I. 87.

komlos 1241. IV. I. 235. — 1313. VIII. V. 527. — 1330. VIII. III. 479. — 1359. IX. III. 87. — 1400. X. III. 232. — 1430. X. VII. 238. 368. — személy név 1371. IX. IV. 374.

komloskut 1329. VIII. III. 400.

komloss. 1418. X. VI. 141.

komlous 1342. VIII. IV. 601.

komlouzorma (orma) vagy zorma? portus 1208. II. 162.

kumlos M. Leveles Tár. I. I.

Hophegarte 1315. VIII. I. 593. villa in Scepusio. 1315. VIII. V. 101.

Hopparten 1342. IX. I. 53.

Komlósy, Komletincze, Komló, sokféle Komlós, Komlosd, Komloska, örökítik e növényt honunkban.

XXVIII. *Konkoly.*

komkul possessio 1356. IX. VI. 75. v. ö. Konkolyi-Tegehe család okm. tárát; győri füzet. II kötet, ma Konkolyi család nevében él.

XXIX. *Kóró.*

RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 156.

XXX. *Len.* v. *Lencse.* len muzt. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 105.

Lencse 1325. Michael dictus *Lenche* Lippics család okmánytárából Rómer; mons Lencses 1208. II. 60.

XXXI. *Liliom.*

Domina Lilium 1298. VI. II. 148.

Liliom RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 28.

Lylyom Fesztet. Cod. 168. lap.

XXXII. *Lóhere.*

herba Lohere dicta (cimerben) 1326. VIII. III. 63.

XXXIII. *Málna.*

Vrdung-Malna 1324. VIII. II. 556.

Malnas 1366. IX. III. 569.

Molnos 1015. I. 298. — Bel. 1422. X. VI. 456. előjő mint malina is; — de minthogy molna RMNEmlék. II. IX. és a győri molnárok régi czéhszabályaikban malnot tesz, honnan Molnár, Molnos, Mlinar, molaból, és nem malomból származtatva, azért nem merem — bár az olvasás engedi a két utolsót málnáról érteni.

Malina, Malonya, Molnos helységek nevei ide sorolandók.

XXXIV. *Moha.*

Moha 1374. IX. IV. 628. 1411. X. VI. 223.

Ezen nevű helység ma is található Fehér megyében.

XXXV. *Nád.*

Naad, melyben zokoth az eedes naadmez theremny.
Fesztetics Codex 168.

Nadas. 1297. VI. I. 102. — 1300. VI. II. 322. 1330.
VIII. III. 451. — 1430. XI. 492. — patak 1382. IX. V. 616.
— tho. 1474. eredeti Ráthnál. — tó. 1435. Ráthnál. — tou
1214. III. I. 156.

Nadasd. 1297. VII. II. 252. — 1340. VIII. IV. 438.
1453. XI. 497.

Nadfew. 1408. X. IV. 703. — fő 1234. VII. I. 236. —
1233. Vásonkői levéltárból Römer. — 1400. X. III. 235.

Nados 1265. IV. III. 282. — er, X. III. 305.

Nadosd 1218. V. I. 296. — 1283. V. III. 149.

rubus de Nadosd 1314. VIII. V. 92.

Nadoser. 1391. X. III. 306.

Nadost lacus. 1268. IV. III. 460.

Nadastou 1214. III. 156.

Nadudvar 1407. X. IV. 826. — 1422. X. VI. 459.

Nadus. 1218. III. II. 132.

Nátfő. 1412. X. VI. 358.

Nodoser. X. III. 301. 306. Nodser, Noser. u. o.

Arundinetum. 1138. II. 112.

Cheresthenfalwa, 1428. X. VI. 947.

Kerestszenfalwa. 1431. XI. 492.

Therestenyfalva. 1424. X. VI. 655.

Trsftyennapataka. X. VI. 847.

Jeles nemes családok- és mintegy 20 helység nevében
díszik e név hazánk megyéiben.

XXXVI. *Parej.*

Parey. 1547. M. Leveles Tár. 43. 44.

pareból lgt étkeket. RMNEml. I. II. 28. herba *periarum*
(perje) Thuróczi II. III. fej.

XXXVII. *Rozs.*

Rososna. 1243. IV. I. 291.

Rosmak (rozsmag). Győri füz. I. 86.

XXXVIII. *Rózsa.*

Rosa wyze. Győri füz. I. 86.

Rósás család. 1414. Viczayféle levéltárból Rómer. Mint család- és helynév Magyarhonban gyakori.

XXXIX. *Répa.*

Repas Joannes dictus. 1357. eredetie Ráthnál. Család- és helynév.

XL. *Sarj.*

Lean saria. 1547. M. Leveles Tár. I. 44.

XLI. *Sás.*

Silva Saas. 1228. III. II. 136.

unum er Sassas vocatum IX. V. 339.

XLII. *Sóska.*

Kis Sóska Joannes de. 1420. X. VI. 333.

XLIII. *Spinát.*

Spinat. 1547. M. Leveles Tár. I. 44.

XLIV. *Sulyom* (Trapa).

Sulmos. I. 429. 1075. — 1124. II. 73.

Sulyum. 1339. VIII. IV. 383.

Sulmosthow. 1408. Authentia Fejértől. 87. 89. 1408.
X. IV. 699.

XLV. *Szalma.*

Zalmapataka. 1243. IV. I. 292.

XLVI. Szőlő.

Sceleus. 1156. II. 142. — 1221. V. I. 298. — 1287. V. III. 386. — év nélkül. V. III. 511. — 1297. VI. II. 88. — 1327. VIII. III. 258.

Scelleus. 1124. II. 69. — 1270. V. I. 77.

Sceuleufeu. 1318. VIII. II. 190.

Scewleus. 1344. IX. I. 232.

Scilleus. 1419. X. VI. 239.

Seuleus. 1229. III. II. 174. 229. — 1082. I. 453. 455

Szeuleus. 1245. IV. I. 393.

Szelew. 1421. X. VI. 443.

Szőlő RMNEml. I. II. LVIII. 146. 154. 163. 185. sat.

Szőlős. 1019. I. 304. 453. — 1082. I. 453. — 1222. VII. I. 210. — 1285. V. III. 297. — 1320. VIII. II. 275. — 1325. VIII. II. 657. — 1398. X. II. 610. — 1412. X. VI. 368.

Zeles. 1338. VIII. V. 247.

Zeles. 1181. II. 199. — 1422. X. VI. 496.

Zelev. 1300. VI. II. 278.

Zelev. 1265. IV. III. 279. — 1294. VI. I. 300. — 1338. VIII. IV. 302. — 1345. IX. I. 323. — 1400. X. II. 790

Zelleus. 1338. VIII. IV. 301.

Zelös. 1347. IX. I. 603.

Zelusbic. 1229. III. II. 194.

Zecleos. 1419. X. VI. 197.

Zeules. 1322. VIII. II. 326. — 1319. XI. 486.

Zeuleus. 1082. VI. II. 357. — 1324. VIII. II. 588. — 1343. IX. VI. 114. — 1383. X. I. 93. — 1388. X. I. 469. és Ráth Kár. gyűjt. — 1410. X. VI. 109.

Mykus *Zeuley*. 1363. eredetie Ráthnál.

Zeulos. 1338. IX. I. 260. — 1375. IX. VI. 185.

Zeulus. 1217. III. I. 201. — 1247. IV. I. 472.

Zewles. 1430. X. VII. 235.

Zewleus. 1377. IX. V. 246.

Zewlewberék. 1256. IV. II. 401.

Zewlews feyek. Fesztetics Cod. 170. l.

Zglg. RMNEml. I. II. 197. 204. 221. 233.

Zölötő u. o. 155.

Venerec, *must* helyett u. o. LXVIII. Fesztetics Codexben is. Mint család- és helynév sokszor kerül elő.

XLVII. *Tök.*

Felseuteuk. 1379. IX. V. 341.

Tewekes. 1437. X. VII. 889.

Tewkes. 1423. X. VI. 569.

Tök és Tökés helységek ma is fennvannak.

XLVIII. *Torma.*

Thurmas. 1272. V. I. 219.

Tormos. 1006. I. 286.

Rivalus Turmas Bknj. 35 f.

Turmaskuz. 1272. V. I. 218.

Torma, Tormás, Tormos helységnevekben ma is él ezen elnevezés.

XLIX. *Tövis.*

Thewissek. Fesztetics Cod. 360.

L. *Üröm.*

Üröm. 1368. possessio. IX. IV. 137. Pest megyei helység.

Ide számíthatók még a győri füzetek orvosi rendeleteiben említettek :

papafwy\ e. Cardo benedicta I. 85.

petreselyem. 85.

farkas alma. 85.

papmonya alkekengi. 86.

Sarkerep. 86.

Kapothnak. Azarum europaeum. 87.

butskoró. 88.

földibozya. 88.

Basal Rosa, pionea. 89. basia Rosa.

Irios vulgo sárga lilium. 89.

Zelfw parietaria. 89.

Khekherecheny (kikerics) Colchicum. 89.

tetefyw. (Pedicularis?) 89.

fekete Nadály, Symphytum off. 89.

Vadkender. 89.

Egy másik, szinte régi orvosi rendeletben — Tud. Gyűjt.
1835. VII. 33. — említettnek :

Gengber (Gyömbér)

ffahaj

kechgetej (kecsketej)

dusmak

fenywmak

Isop

salvia

obruta

chyahaia (csigahéja).

A magyar Akademia kézirat tárában őrzött XVI. századbeli
orvosi könyvben ezek olvastatnak :

Papa fű sallia, ruta, isop, aloe, fenio magh, rosa olia,
szekfű, violia oliay, gemanna giöker, pörül eczet, nad mez,
giomber, szereczen dio virag; rosa viz, soska viz, uti fű viz,
sandalm, fahei, beczy saphran, törött foenum grecum; feier
malva, fodor menta, káposzta le, fekete olay; Fenio szürok,
Beczi saphran; Irom virag, Len magh, Malua gioker, Conso-
lida; földi Bodza, fokhagyma; szapora fű, Üröm virág, Sgkfű
virag, Apiom, Rhuta, Zallia, Retek; kónkoly, petrezilem, Ba-
raczk mag, buza, fokhagyma; Papa fű — Centauria, Izop,
Alues, Bakfű, kömény giöker, köken fa, ueres fű; Czallyan;
Bonus Arminus, Bonus Armenus (Chenopodium bonus Hen-
ricus); Komló, Babliszt, maliva por, apro maliva, eper level,
Betonica, apro boitorian, szekifw wirag, kakwk fw, Melilo-
tum, Szarwasnyelvő fű, vad sallia, Nap wtan jaro fű, örveny
gyűker, jegenye bimbó, tobosz szwrok.

Ha végre csak *Horhi Melius Péter* első ismert magyar fűvész „Herbarium, az faknac fuueknec nevekről“ Colosuarat 1578-ban nyomtattot, munkáját, melyet mint nemében első dolgozatot méltán a középkorhoz számíthatunk, hasonlítás végett tekintetbe vesszük, következőket kell róla említenem :

I. Hogy a *fák* neveiből — bár ezek közé a gombákat, iglitze tövist, mohát számítja — 65 féle említették. Ezek közt *nem magyar honiak* : Bayfüfa, Laurus ; Bodog asszony aga, Sabina ; Cyprus ; frantzosa ; Galles ; Juiubac fa ; kapornya fa, Capres ; damascusi mogyoro, Sebastianfa ; Terpentinafa ; szena koro, alutea sat. — Magyarhoniak, melyek fennebbi lajstromomban hiányzanak : *Alásfa* (szilfa ulmus), baraszka, Bisalma, fay gyöngy, Halyagfa (staphylea pinnata?) fodor Javorfa, kecskeragó fa, szüzfa, noszpolya fa, Vadszőlő.

II. A *fűvekről*, melyek külön szakaszban felsoroltatnak, ezek észrevételeim :

1.) Hogy köztük számos nem magyar faj találtatik, minthogy ezen Herbarium leginkább orvosi szempontból iratott.

2.) Hogy a nevek — számuk mintegy 188-ig rúg fel — egy része latin, görög, német, és szlávból szolgailag fordítottatott.

3.) a) *eredetileg magyar elnevezéseknek látszanak ezek* :

Árpa ;

Bogács, Bors, Boytoryan, Borostyán, Bűrök ;

Czaba ire, Czalan, Czombor, Czomorika, Czorbaka ;

Dinnye ;

Gyékény, gyopár ;

Hunyor ;

Iröm ;

Káka, kender, kerep, kökörczin, köles, konkoly,

kotangkoro ;

Lapu, len ;

Mák, mustár, mogyoró ;

Nád ;

Östör ;

Papacz (pipacs), paré, pemet, peszertze ;

Retek ;
 Sás, soska, sulyom ;
 Teriéc (taraczk), tök, turbolya ;
 Varadicz ;
 Zab, zanot.

b) *Változatlanul* átvettek : Ruta, malua, rosa, menta sat.

c) *Magyaros* kiejtéssel : kemény, loncz, gyömbér, isop, rapontz, póla, spinác, sallya sat.

4.) Elnevezettek a) személyektől : isten-, szentek-, emberektől :

α) Isten, — Venus —

Szent, Boldog Asszony, sz. György, sz. Jakab, sz. János, Simeon, Sebestyén, Mária Magdolna, Salamon ; karacson, pünkösöd. — Ördög.

Bassa

Czerifacok (barátok), cigany,

Koldus,

Pap, Pápa, Pásztor, pogány, varga.

β) *A test részeiről* : asszony ember teste,
 begy, czimer, fark, fül, ín, köldök, köröm,
 láb, mátra (uterus), mony ; nyak, nyelv ;
 orr, pera,
 szakál, szem,
 talp, táré, térd, toroc ;
 ujj.

γ) *Betegségekről* : gelyva, gutta, húgyos, kelés, varr, stül.

b) *Állatokról* :

Bak, balha, bárány, béka, belén, boriu.

Czimaz, czóka,

Disznó.

Eb, egér, esztrag (gólya).

Farkas, feczke, filemile.

Galamb, gym.

Holló.

Kakas, kakuk, keselő, keczke, kigyó.

Ló, lud.

Maczka, madar, medve, meh, moly.

Nadaly, nyul.

Ökör, ölyw.

Palaszok.

Róka,

Sárkány, szarka, szarvas,

Tetű, tyúk.

c) *Eszközöktől*, melyekhez hasonlítanak :

ékesség, erszény,

gyűrű, gyűszű,

harang, kalaris, nyíl (Isten nyila),

őn, peczet, rokollya, sarló, szék, társoly.

d) Jellemeztetnek 1) *anyagok* által : arany, bársony, gyöngy, kénkö, szurok.

2) *Színek* által : arany, fehér, fekete, kék, sárga, veres, vörös.

3) *Tulajdonok* által : fodor, folyó, fűrtös, szőrös, szösös, nagy, keserű, vad.

4) *Helyviszonyok* által : erdei, fái, földi, hegyű, kerti, őruin, réti, sár, víz, tengeri, úti.

5) *Ország- vagy városok* nevei által : campaniai, francia, indiai, magyar, olasz, szerezzen ; bechi, damascusi, római sat.

6) *Sajátságos leírások* által : erősítő, szépítő, festő, rontó, szapora, ölő, tisztos, szappanyozó, tajtékzó ; — czoda — dichöséges — bayfű ; — szeretetre hajtó, mindenkor zöld, szem vigasztaló, eke akadály, torocnac öröme, funek annya, szerelemnek taploya ; ördög gús, ördög rokolya, ördög marta — tyúk harapta fű, sat. sat.

Akármily szép számmal találjuk itt a magyar eredetű, magyar zamatu elnevezéseket, senki se remélje mindazonáltal, miszerint itt rendszeres munkát találjon. Oly nagy itt a zavar, a kétes elnevezés, ugyanazon név alatt több különböző növény helyheztetése, hogy igazán azt kell csodálnunk, hogyan tudtak Diószegi — Fazekas ezen hinárból kigázolni, és első rendszeres munkájukat határozottabb nevekkal kiegészíteni.

Találkoznék bár magyar füvész, ki mind az említett munkából, mind más kútforrások után indulva — ezen rövid mutatóvány által bátorítva, a közép kor tökélyes florájával a magyar füvészi irodalmat megörvendeztetné.

III.

Magyar kútforrásokban említett *állatok*.

I. *Agár.*

Aguard. 1430. X. VII. 261.

Agard Laurentius de 1403. X. IV. 274.

Zakalus de Agar. 1425. X. VI. 773. 777.

Agárd több hely és puszta neve.

II. *Ártán.*

Artanhaza possessio. 1417. X. V. 838.

Artánd, helység Biharban.

III. *Astur.*

Astur. Thuróczy II. I. és 61. fejez.

IV. *Bak.*

Bac, villa. 1239. IV. I. 166.

Bakaspatak. 1243. IV. I. 299.

Nag Bak. 1381. egerszegi levéltárból Ráth.

Bak. RMNEml. Bécsi Cod. 203. 249.

Kecskeknecl Baka. u. o. 120. 121.

Baki, Bakos, Bak, Baka, Bakamező, Bakháza, család- és helynevekben.

V. *Bálna.*

Balnafark silva. 1352. Viczay ltárból. Rómer.

VI. *Banka.*

Bancabyk. 1297. VI. II. 104.

Büdös *babuk*. Régi orvosi rendeletek a magy. Akad. kéziratárában.

VII. *Bárány*.

Baaraan. Fesztetics Cod. 347.

Baran. 1225. III. II. 65. Zoborbaram. u. o. 1265. IV. III. 304. — 1411. X. V. 203. X. VI. 196. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 149. 222.

Baranka castrum. 1235. III. II. 458. — 1292. VI. I. 201.

Baranya. 1383. X. I. 94.

Baranyunteleke és Baronyunteleke u. o. 59.

Borona (Vármegye) Bknj. 37. f.

Waran. 1433. X. VII. 503.

gapiamat. RMNEml. I. II. 179.

Személy és helynév.

VIII. *Béka*.

Bekas. 1417. Békás család czimere. Györi füzetek. I.

Begas-tovo. 1315. VIII. VI. 35.

Bekas-Megyer. 1362. IX. III. 318. — 1394. X. II. 220.

Bekasthovo. 1409. Viczay ltár. Rómer.

Bekasho. 1464. Tört. Tár. VI. 27.

Bekerdeő, tán Békeerdő? 1343. IX. I. 184.

Békásy család, és Békás helynévben fennmaradt.

IX. *Belény*.

Belényes helységek neveiben.

X. *Bika*.

terra Bika. 1291. VII. II. 156. RMNEml. I. II. 71. 105.

Blasius Bikanyaku dictus. 1341. VIII. IV. 517.

Biquacut (Bikakut). 1193. II. 286.

Byka János. 1401. X. IV. 39.

Bikács, Bikád, Bikál nevekben találtatik.

XI. *Bival.*

Bial. RMNEml. I. II. 180.
 Bivol. 1193. II. 288. — 1232. III. II. 301.
 Byolokol. 1246. IV. I. 415.
 Bywolon. 1237. IV. I. 69.

XII. *Bogár.*

Bogaar. 1418. X. VI. 196.
 Bugar. 1252. IV. II. 162.

XIII. *Borju.*

Boriuhus susaua. 1547. M. Leveles Tár. I. 43.
 a *boriutol* taneitatott. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 156.
 159. 179. 203.

XIV. *Borz.*

Worz. 1238. IV. I. 108. Ugyanezen okmányban mindenhol W iratik B helyett; pl. Wihor, Wodrog.
 Histrix filius Stephani. 1270. VII. II. 218.
 Borz, Borzavar, Borzova helynevekben fennmaradt.

XV. *Cetek.*

Vrnac Cethi. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 107.
Ceth. u. o. 190. Czethalak. Fesztetics Cod. 35. 259.

XVI. *Cornix.*

Cornix. Thuróczy II. 61.

XVII. *Csalyva.*

Csayva. RMNEml. I. II. 163. 167. 211.

XVIII. *Csiga.*

Chyahaia. Tud. Gyűjt. 1835. VII. 33.
 Csiga. 1335. VIII. IV. 109.
 Wizi chiga tekeene. Győri füz. I. 86.
Csiga puszta Csanád megyében.

XIX. *Csik.*

Chechtou. 1389. X. I. 305.

Chekto lacus. 1264. IV. III. 239.

Cbyk. 1433. X. VII. 507.

Csik. 1278. V. II. 192.

Csikó puszta Abaujban.

XX. *Csirke.*

Chirke. 1317. IX. VI. 214. — 1426. X. VI. 815.

Chiurke. 1375. IX. VI. 188.

Churke. 1375. IX. V. 76. — 1375. IX. VI. 188.

Chyrke. 1370. IX. IV. 322. — IX. V. 74. — 1375. IX. V. 76. — 1384. X. I. 143. — 1426. X. VI. 852.

Chürke. 1426. X. VI. 851.

Czirke. 1377. IX. VI. 205.

XXI. *Csíz.*

Cyz possessio. 1338. VIII. VI. 149. 159; ma Gömör megyei helység.

1392. Tud. Gyűjt. 1835. X. 68.

XXII. *Csóka.*

Csojka castrum. 1236. IV. I. 65.

Chojka. 1236. IV. I. 65.

Choka de Told. 1260. IV. III. 26. — keő. 1333. VIII. III. 604. — keu. 1339. VIII. IV. 387. — 1335. IX. II. 376. — 1355. IX. II. 413. 339. — kö, 1333. VIII. III. 683. — kew. 1332. VIII. III. 378. — 1339. VIII. V. 206. — 1424. X. VI. 642. — 1374. IX. III. 636. — ku. 1339. VIII. IV. 482. — 1354. IX. II. 306. — kw. 1332. eredetie Ráth gyűjt.

Chokasw. 1397. X. II. 489.

Chokatelke. 1409. X. IV. 793.

Chok es Chokhaza. 1413. X. VI. 442.

Csokashegye. 1423. X. VI. 540.

Chokusku. 1315. VIII. VI. 35.

Csóka, Csókafő, Csókakő, Csókás cs. és helynevekben.

XXIII. *Csuka.*

Chuka. 1352. IX. II. 199. — 1343. IX. I. 185.

Chukar. 1256. IV. II. 390. — abony — 1340. VIII. IV. 486. — 1380. IX. V. 395.

Csuka. 1343. IX. I. 183.

Csukard helység Posony megyében tán innen vette nevét.

XXIV. *Darázs.*

Daras. 1006. I. 286. — 1260. Romy Monum. I. 405. — 1353. IX. II. 261. — 1438. XI. 36.

Darasy. 1405. X. IV. 462.

Darás, Darázs helységek ma is léteznek.

XXV. *Darú.*

Darvas possessio. 1396. X. II. 350. 352.

Darvasto. 1280. V. III. 155.

Darufalva. 1360. Romy Monum. I. 405.

Daruvár, Darva, Darvas helynevekben él.

XXVI. *Denevér.*

Deneverec. RMNEml. I. II. 90. vulgatában *noctuae*vel — bagolylyal fordítatik.

XXVII. *Disznó.*

Diszno vermek allya. 1233. Vásonkői másolatról Rómer.

Diznohus. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 71.

Dyznonyose. 1322. XI. 467.

Dyznoyow. 1380. XI. 475.

Dyznovjó. 1343. XI. 471.

Gyznoyow. 1343. X. 471. — 1364. 474. — 1366. 474. 475.

de porcis quod dicitur svinoryna. Horvátországban 1425. X. VI. 745.

Swynye. 1430. X. VII. 231.

Zvinefov possessio Abaujban. 1426. X. VI. 816.

Zwiniezerc. 1426. X. VI. 851.

Disznópatak, Disznós, Disznósd felső magyarországi Szvinicza, Szvinyarevcze tótországi helységek.

XXVIII. *Eb.*

Ebed. 1237. IV. 169. — 1250. IV. II. 81. — 1270. VII. II. 218. VIII. I. 112. 114. — 1439. XI. 267.

Ebesfalva. 1379. IX. V. 347.

Ebfa spina. 1272. V. I. 222.

Caniferi regii. XI. 413. — 1254. IV. II. 120. V. II. 230.

1557 körül *Eb* régi írásban, egy győri káptalan Sermones Discipuli című könyvében található.

XXIX. *Elefant.*

Elefant. 1363. IX. III. 340. — tetem. RMNEml. Bécsi Codex I. II. 41. 175. 179.

Család és helynév.

XXX. *Ermelina*, lásd *Menyét*.

XXXI. *Evet.*

pelles Aspriolorum. 1376. IX. V. 135. — 1288. VII. II. 234.

roszul olvasva és írva *Sgnotionum*; úgy szinte 1365. IX. III. 477. Spirioli. 1019. III. I. 303.

XXXII. *Fajd.*

Saafajd. 1297. VI. II. 107.

Faidharasztya, Sávoly mellett.

XXXIII. *Farkas.*

Farcas. 1181. II. 199. — 1285. V. III. 305.

Farkas. 1242. IV. I. 256. — 1245. IV. I. 393. — 1255. IV. II. 348. — 1291. VII. II. 157. — 1360. Rummy Monum. I. 406. — 1364. IX. III. 415.

Farkasberch. 1355. IX. II. 423.

Farkasfalva. 1279. V. II. 469. — 1422. X. VI. 513. 865.
— *fertes* Wolbrun (Wolfbrunn ?) II. 395.

Farkasfeulde Tótországban. 1358. IX. II. 750. 752. —
földe. VIII. II. 537.

Farkashalowhely. 1214. III. I. 156. — hyda. VIII. IV.
66. Tört. Tár. I. 135.

Farkaslykallya. 1430. X. VII. 378.

Farkastorok. 1426. X. VI. 864.

Farkasverű. 1335. VIII. IV. 139.

Farkaswesz. 1338. VIII. IV. 365.

Farkaszeg. 1295. VI. I. 151.

Farkasy. 1265. IV. III. 304.

Forcos. 1162. II. 164. — *fertes* (Wolbrun) 1202. II. 395.

Forkosholm. 1269. IV. III. 490. — ku 1248. IV. II. 18.

Wlk. 1408. X. IV. 667. — 1425. X. VI. 810. — 1438.
XI. 89.

Wolk. 1408. X. IV. 667.

esti farkas (Shakal ?) RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 217.
közönséges család-, és származottjaiban gyakori helynév.

XXXIV. *Fecske*.

RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 90.

XXXV. *Für*.

Für. 1366. IX. III. 640.

Fyr. 1430. X. VII. 298. 522. 594. 651. 726. 731. 896.

Fyr alias Fyurmonya. 1380. Lippitsféle ltárból Ráth.
Helynév Komárom megyében.

XXXVI. *Gadócz*.

Gadoch Sacerdos. Grassalkovichféle ltárból Ráth.
Gadowcz. 1438. XI. 143.

XXXVII. *Galamb*.

Galamb. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 157. 189. 190. 209.
1547. M. Leveles Tár. I. 44.

Galambocz. 1428. XI. 458.
 Galambok. 1252. IV. II. 154. — 1429. X. VII. 134.
 Golomb-Sokuró. 1352. Győri káptal. ltárából Ráth.
 Golombuk. 1331. VIII. III. 549.
 Holubina. 1430. X. VII. 234.

XXXVIII. *Gödény.*

Gewdinhaza család. 1390. X. I. 660.

XXXIX. *Görény.*

Geren család. 1392. Győri muzeum gyűjtéből Rómer.

XL. *Gyik.*

Gyékfalva. 1464. Tört. Tár. VI. 27.

XLI. *Hal.*

Tengernek *halayt.* Fesztetics Cod. 7. 38. 224.
 Haal Petrus de 1345. Győri kápt. ltárából Ráth.
 Nag hal. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 192. 217—223.
 Lucas de Hal. Győri kápt. ltárából Ráth. — 1547. M.
 Leveles Tár. I. 44.
 Haly. 1394. X. VIII. 379.
 Halas. 1377. IX. V. 155.
 Halasthow. 1435. X. VII. 690. 693. — Halastow. RMNEml.
 Bécsi Cod. I. II. 209.
 Halasz. 1245. IV. I. 378. — 1254. IV. II. 213. — 1261.
 IV. III. 40. — 1280. V. III. 52. — tona. 1261. IV. III. 40. —
 1422. X. VI. 492.
 Halaszti. 1292. VI. I. 144.
 Halaz. 1370. IX. IV. 259. X. VI. 710. — 1385. X. I.
 223. — 1438. XI. 180.

XLII. *Hangya.*

Potok formicarum. 1297. VII. II. 253.

XLIII. *Harcsa.*

Arch. 1419. X. VI. 235. — 1429. X. VII. 123. — 1430. X. VII. 291. — 1431. X. VII. 447. — 1433. u. o. 485. — 1435. u. o. 726. 731. — tow. 1419. X. VI. 235.

Harcha. 1422. X. VI. 501. — 1430. X. VII. 341.

Harcsa. 1356. IX. VI. 77. — 1422. X. VI. 499.

Horcha. 1416. X. VII. 817. — 1436. X. VII. 833.

XLIV. *Harkály.*

Harkal possessio. 1329. VIII. III. 383.

Harkály, Harkály helynevek ma is fennmaradtak.

XLV. *Hernyó.*

Hernó. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 163. 167. 176.

XLVI. *Hód.*

Hod. 1280. VII. II. 227. — 1437. X. VII. 894. — holom. IV. II. 482.

Hodog. 1193. II. 288.

Hodomonotra. 1358. IX. II. 680.

Hodos. 1138. II. 97. — 1405. X. IV. 526. — 1422. X. VII. 463.

Hodos few. 1464. Tört. Tár. VI. 27.

Hodus. 1216. VII. III. 30. — 1245. IV. I. 381. — 1251. IV. II. 116. — 1335. VIII. IV. 121. — 1340. VIII. IV. 487.

Houd. 1231. III. II. 227. — 1237. IV. I. 79.

Hudus. 1015. I. 299. — 1228. III. II. 123. — 1259. IV. II. 517. — 1279. V. II. 55. — 1287. V. III. 345.

Család- és gyakori helynév honunkban.

XLVII. *Holló.*

Holló. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 226. — kov. VIII. I. 489.

Hollohaza család. 1402. X. IV. 106.

Hollos. 1407. X. IV. 826.

Holoukov. VIII. II. 492. — kw. VIII. I. 489.

Hollós, Hollósy és Hollókő cs. és helynevekben.

XLVIII. *Izgoncz.*

Zöld fagyal féreg. XVI. századbéli orvosi rendelet a m. Akad. kéziratárában.

XLIX. *Juh.*

Juhol. 1208. III. I. 64.

ywhok, yohok. Keszth. Cod. 7. 223. 249. l.

L. *Kánya.*

1464. Tört. Tár. VI. 27.

LI. *Kappan.*

Kapan. 1547. M. Leveles Tár. I. 44.

Koppan, Katpan, hely- és családnévben gyakran fordul elő.

Kapania folyó. IX. IV. 192.

LII. *Kárász.*

Karasz. 1383. X. III. 5. — 1405. X. VI. 644. 710.

LIII. *Karval.*

Kis Kural. 1384. X. I. 173.

LIV. *Kecske.*

Bechkepataka (olv. Kechke...) 1243. IV. I. 293. XI. 404.

Kechkes castrum. 1225. VII. IV. 161. — 1366. IX. III. 550. — 1434. X. VII. 598.

Kecskemeth. 1423. X. VI. 540.

Keczkedag, 1453. XI. 496.

Keskehat. 1255. IV. II. 348.

Kecskeknec *baka*. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 120. 121. 221.

mons dorsum caprae. III. I. 216.

Gedekuta puteus. 1343. Eredetiből Ráthtól.

LV. *Kerecsen.*

- Kerecsend. 1261. IV. III. 36.
 Kelechen. 1412. X. VI. 357. Kelecsen. X. II. 318.
 Keleczen. 1430. X. VII. 231.
 Kerechen. 1387. X. I. 340.
 Kerechet — legisfalk. Thur. I. 5. fej. lásd Új Magyar
 Muz. 254. és 357. lap.
 Kerechyn. 1316. VIII. I. 610. 611.

LVI. *Keselyű.*

- Keselyühalm (Gesheleuhalm). 1217. III. I. 207.
 Keselewd. 1236. IV. I. 65.
 Keselewberek. 1256. IV. II. 402.
 Keselg. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 111. 117. 187. 217.
 268. aquila nem vultur értelemben.

LVII. *Kígyó.*

- Kegoc. (kígyók). RMNEml. Bécsi Cod. I. 205.
 Kegyo, keegyo. Keszth. Cod. 38. 261.
 Kigious. 1257. IV. II. 420.
 Kigyokeő. 1464. győri püspöki ltárból Rómer.
 földnec mazoy. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 205.

LVIII. *Kochlacek.*

- Kochlaza villa. VIII. III. 480.; ma a selyemfarku
 locskát híják úgy a tótok.

LIX. *Kokas.*

- Kakas. 1383. X. I. 82. — 1391. X. III. 122. — 1423.
 X. VI. 576. — 1438. XI. 167. — tava. 1345. Vásonyi ltárból
 Rómer. — tov. 1426. X. VI. 830.
 Kokas. 1300. VI. II. 292. 303.
 Kokos. 1294. VI. I. 303. — 1300. VI. II. 291. — 1313.
 VIII. I. 527. — 1390. X. I. 659.
 Kereszt — Gallus és családnév.

LX. *Kos.*

Kos. 1228. III. II. 139. — 1472. Hunyad. kora. XI. 484.
RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 120. 121.

LXI. *Ló.*

Lo. RMNEml. Bécsi Codex. I. II. 144. 164. 180. 220.
221. 223. 249. 252. — 1540. M. Leveles Tár. I. 9.

Loakal. 1374. IX. IV. 634. — ocol. 1193. II. 286.

Loo. M. Leveles Tár. 1510. év. I. 1. lap.

Loreu. 1281. V. III. 97.

Louaslegeny. 1265. IV. III. 277.

Lovasz. 1426. X. VI. 864. — ones. 1236. IV. I. 67.

Luas. VI. II. 352.

Luasteluk. 1261. IV. III. 38.

Luaz. 1272. V. I. 218.

Luazto. 1268. IV. III. 454.

Luos. VI. II. 357. — 1082. I. 457. — VI. II. 357.

Luhere. 1326. VIII. III. 63.

lw, Sere lw, segh lw vagy pey lw, lowam. XVI. századi
babonás lóorvoslás. Tud. Gyűjt. 1835. IV. 112.

Lwkeurim. 1269. IV. III. 489.

terra konzka, Tótországban. 1232. III. II. 287.

Konye Banus. 1395. XI. 451. 478.

Kabala hegy. 1335. VIII. V. 228. (kobilá *kancza*).

Kobilje. 1439. XI. 263.

veres ló. RMNEml. I. II. 234. 237. feier lo. u. o. 237.

equus pey coloris. 1377. IX. VI. 223.

equus rubri coloris. 1291. 15 marcis.

equus fuscus coloris. 10 marcis.

equus dextrarius. Thuróczy II. 38. 40. 42. fejezet.

equus submyrteus. Thur. II. 52.

equus gilvus. Thur. II. 52.

equus palefridum feyerpey coloris 5 marcis. VI. I. 175.

equus Zug. László herceg lova. Thuróczi krónikája. II.

XLIX. fej.

lapis equi. 1374. IX. IV. 634.

Zezin custos equorum Regis. 1124. II. 74.

equasium. 1138. II. 105.

LXII. *Csikó.*

Chiko. 1389. X. I. 513.

Chykou. 1388. X. I. 420. — 1405. X. IV. 448. 449.

Chykw. 1354. IX. II. 313.

Cyko. 1399. X. II. 663.

Czikou. 1401. X. IV. 138.

LXIII. *Lud.*

Ludan. 1247. IV. I. 471. — 1400. X. II. 753. — 1420. X. VI. 403.

Ludas. 1383. X. I. 68. — 1431. XI. 492.

Ludfi. 1547. M. Lev. Tár. I. 43. 44.

Ludpatak. 1390. X. I. 585.

Lwd. 1530. M. Leveles Tár. I. 6.

LXIV. *Macska.*

Czundra-Matskasd. 1360. Romy Monum. I. 406.

Machka. 1357. XI. 458. — lyik. 1332. A győri káptalan ltárából Ráth. — ruw. 1251. IV. II. 82.

Macskalukh. 1347. IX. I. 561.

Macskas. 1482. XI. 458.

LXV. *Madar.*

Thollas madarak. Keszth. Cod. 38. madar. 35. 258.

Madar. 1349. IX. I. 714.

Petrus de Madar falconarius. 1360. IX. VI. 106.

Madaras. 1409. X. IV. 795.

Leonardus auceps. 1294. VI. I. 301.

Marcellus de Modor. 1252. IV. II. 139.

Madarak, madaraz. RMNEml. Bécsi Codex I. II. 111. 154. 223 — 174.

Repeső u. o. 107. 110. 146.

LXVI. *Malaczka.*

Malaczka. 1374. IX. IV. 488.

Malaz. 1435. X. VII. 731.

LXVII. *Medve.*

Medue. 1299. VI. II. 244. — 1313. VIII. I. 516. —
1412. X. VI. 255. 312. . . . RMNEml. Bécsi Codex. I. II. 118.
nösten medue u. o. 159. — Medwewar. 1436. X. VII. 823.

Medued. 1296. VI. II. 56.

Meduenicha. 1242. IV. I. 262.

Medves. 1228. III. II. 123. 127. 139. — 1319. XI. 486.

Venatio Ursorum. 1130. II. 81.

LXVIII. *Méh.*

Myhes. 1297. VI. II. 104.

apiarium. 1138. II. 105.

LXIX. *Mén.*

Menes ako — berk — 1233. Vásonykői ltárból Rómer.
Menesuth. 1381. IX. VI. 263.

Menfeu. 1366. IX. III. 647. — few. 1457. A győri kápt.
ev éltarából Ráth. — fő. 1172. II. 187.

LXX. *Menyét.*

Menek, Meneka. 1233. Vásonkői ltárból Rómer.

Meneke. 1396. X. II. 392.

Menyewd. 1415. X. V. 639.

Hölgymenyét, ermeline alba. Thuróczy II. 52. fejez.

LXXI. *Nadály.*

Nadajfa. 1228. III. II. 122. — 1015. I. 298.

Nadal. 1124. II. 72. — thov. 1225. III. II. 62.

LXXII. *Nyest.*

Nestalia — solutio debitarum Marturinarum. 1342. IX.
I. 64.

- Nyest possessio. 1378. IX. V. 300. — 1378. IX. VI. 300.
 Mardurini Róka vita. Veszprim. Praesul. — Knauz.
 1397. Országgyűl. Végzemény. 35.
 Marturini. 1221. III. I. 321. — 1321. III. I. 447. —
 1382. IX. V. 580.
 Martures. II. 107.

LXXIII. Nyul.

- Nulhus. 1547. M. Leveles Tár. I. 44.
 Nulos. 1214. III. I. 150.
 Nyul. 1240. IV. I. 195. — 1347. IX. I. 608. — 1357.
 eredetie a pann. ltárban. — 1352. győri kápt. ltárból Ráth. —
 1426. X. VI. 827. — fyl — 1367. fekete könyv Pannonhalmán.
 Nywl. 1468. A győri kápt. ltárából Rómer. — 1478. A
 győri kápt. ltárából Ráth.
 Comes *leporiferorum*. 1278. XI. 413.

LXXIV. Ökör.

- Ekrek, ewkrewket. Keszth. Cod. 7. 223. l.
 Ewkermezew. 1430. X. VII. 231. 234.
 Okur. 1183. Szalóky család levéltárából Vég helyi Dezső.
 Ökörhegy — Volovecz. 1243. XI. 403. — Ökörtho.
 1315. VIII. I. 579. — Ököritho. u. o. 576.
 Ökörkö potoka. 1341. VIII. IV. 501. — VIII. V. 284.
 Öurhyügh (Ökörhegy?) 1351. IX. II. 115.
 Ükürítő. 1315. VIII. I. 576.
 Vkeur mezew. 1291. VI. I. 100.
 Vkur. 1234. III. II. 434.
 Vkur-Zuguet. 1279. V. II. 524. — völgy. 1235. III. II.
 434. — teluk ad Kerepes. Viczay ltárból Rómer.
 Wkres. 1408. Authentia Fejér. 87. 89. — 1408. X.
 IV. 699.
 Wkurhygh. 1368. IX. IV. 116.
 Ökörítő, Ökörmező, Ökörvölgy, Ökrös helységek ma is
 léteznek.

LXXV. *Ölyv.*

Eölwed. 1384. X. I. 173.

Velveő. 1415. X. VI. 611.

Ulves potoka. 1330. VIII. III. 479.

Vlwed. 1351. IX. II. 111.

Vlues. 1390. X. I. 604. — falwa. 1381. Egerszeg városa ltból Ráth. 1353. IX. VI. 59.

Vluues megaia (ölyves megyéje). 1055. I. 390.

LXXVI. *Oroszlány.*

Oroslankw. Év nélkül Albert király levelében.

Oroszlony. 1397. X. II. 611. 613. — *Leo* keresztnév.

Orozlan, RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 65. 115. 116. 140. 157. 159.

Orozlaan. u. o. LIII. — orozlannac kglkg. u. o. 174.

178. 202. 210.

orozlanoc verme. u. o. 215.

LXXVII. *Öszvér.*

gzuer. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 255.

LXXVIII. *Őz.*

Ewzpatak. 1255. IV. II. 361.

Vzfalva. 1383. X. I. 67. 116. ma is meg van Sárosban.

LXXIX. *Párducz.*

Pardic. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 118. 159. 217.

LXXX. *Pók.*

Pokoknac haloiban. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 153.

Pok 1273. V. II. 130. — 1457. győri kápt. ltból Ráth.

Poky. 1468. Teleki Hunyadiak kora. XI. 355.

Pwk. 1345. győri kápt. ltból Ráth igen gyakran.

LXXXI. *Póka.*

Pókatelek. 1334. IX. II. 339. X. II. 34. — 1378. IX. V. 315. — 1380. V. 394. X. I. 78. — 1434. X. VII. 572.

Poukafeulde. 1340. VIII. IV. 483. 489. 486. mons Pouka.
Pókafa, — falva, ma is létezik Szalában.

LXXXII. *Rák.*

Racus. 1199. II. 348.

Rakos. 1318. VIII. II. 164. — y. V. II. 536. — 1417.
X. VI. 802. — 1447. Authentia Fejér. 140.

Rakallya. 1341. VIII. IV. 494.

Rakaszas. 1341. VIII. IV. 494.

Rakouch. 1255. IV. II. 361.

Rakus. 1186. V. III. 318. — 1272. V. I. 253. — 1307.
VIII. I. 219. 223. — 1352. Viczayféle ltárból Rómer.

Rakuss. 1290. V. III. 493.

Rakussy. 1279. V. II. 534. — év nélkül V. III. 519.

Agracus piscina. 1307. VIII. I. 235.

Rakapataka. 1330. VIII. III. 479. — Nagyrakpataka,
Kisrakpataka. 1417. X. VI. 847.

Rokos. 1343. IX. I. 183. 184.

Ma mintegy 12 helység neveztetik a rákoktól.

LXXXIII. *Róka.*

1193. fovea vulpis. II. 286. — 1340. VIII. IV. 466.

terra Lisciscatoriorum (Liska tótul róka) 1278. XI. 413

Róka, Rókamező, Rókalyik, család és helynevekben él

LXXXIV. *Sárkány.*

Saarkaan. 1418. X. VI. 160.

Sarcan. 1193. II. 285.

Sarcyanveche. 1244. IV. I. 357.

Sarkan. 1247. IV. I. 445. — 1269. IV. III. 493. — 1422.
X. VI. 500. — RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 140. 258. 197. —
pataka. 1330. VIII. III. 484. — Sarkan Zygete. 1550. M.
Leveles Tár. I. 71.

Sarkany. 1256. IV. II. 373. — 1363. IX. III. 333. —
1390. X. I. 602.

Család és helynév ma is.

LXXXV. *Sáska.*

Laurentius dictus Saska. 1410. X. VI. 109.

RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 163. 167. 169. 180. 211.

LXXXVI. *Sas.*

Sas. 1422. X. VI. 464. 467. — eer. Fejér Authentia 87
— kö. 1352. IX. VI. 55. — vár. 1249. IV. II. 53. — 1399
X. II. 681. — *kis Sastelek*. 1337. VIII. IV. 257.

querela ob *accipitrem* furto sublatum. 1420. X. VI. 349.
— 1339. VIII. V. 165.

mons Orl. (Orel, Sas). 1265. IV. III. 279.

Sasvár, Sasvárkő ma is létezik.

LXXXVII. *Sertés.*

Serteshegy. 1258. IV. II. 472.

decima porcorum. 1377. IX. V. 154.

LXXXVIII. *Serke.*

Serke. 1423. X. VI. 577. — 1430. X. VII. 258. 261.

Syrke. 1311. XI. 423.

Zsörk puszta Veszprém megyében.

LXXXIX. *Sólyom.*

Solmus. 1256. IV. II. 372.

Solom. M. Leveles Tár. I. 2.

Solumus. 1272. V. I. 221. — 1314. VIII. I. 536. —
potoka. IV. III. 293. — kev. 1372. IX. IV. 474.

Solymos. 1082. I. 451. — 1075. II. 73. — 1415. X. VI.
611. — 1435. XI. 496. — 1430. X. VII. 205.

Solyomkeo. 1243. IV. I. 291. XI. 403. — kew. 1295.
VI. I. 373. — 1391. X. III. 122. — *kev*. 1397. X. III. 200.

Fouth Solyumus. 1332. IX. III. 663.

Solyum. 1339. VIII. IV. 380.

Syol. VIII. IV. 380.

Comes falconariorum. 1263. IV. III. 158.
Család- és helynévnek gyakran használtatik.

XC. *Strucz. Susoli.*

Strucoket. RMNEml. Bécsi Codex. I. II. 197.
ürge, Ziesclmaus? Tört. Tár. I. 34.

XCI. *Szamár.*

Scamard. 1082. VI. II. 357.
Szamar. 1393. X. I. 576. — Egyházas Szamar, Lyuk-
szamar. 1390. X. I. 604.
Szamárd. 1082. I. 445. — 1429. X. VII. 157.
Zamar, vadzamar. RMNEml. Bécsi Codex. I. II. 113.
153. 255.
Zamard. 1228. III. II. 186. — 1309. VIII. II. 262. —
1388. Ányosféle ltárból Ráth. — 1396. X. VII. 157.
Zamaroswth. 1457. győri kápt. ltárból Ráth.
Zomard. 1231. III. II. 228.
Osul. Osl. hires család. Thuróczi Krónik. II. XLIX. fej.
Voszlow; Osel tótul Szamár. 1263. V. I. 263.
Szamárdi, Szamárhegy nevekben él ma is.

XCII. *Szarka.*

1341. VIII. IV. 622. — 1420. X. VI. 312. — 1422. X.
VI. 500. — 1439. Békássy család levéltárában.
Család- és Szarkavárban (Győr megye) helynév is.

XCIII. *Szarvas.*

Zarwas wolg. 1338. VIII. IV. 365.
Zorwas. 1280. V. III. 58.
fovea cervorum. 1342. VIII. IV. 634.
Több helység nevét képzí.

XCIV. *Szúnyog.*

Zunyogd. 1421. X. VI. 461.
Zunyogh. 1430. X. VII. 208.
Szunyog, Szunyod, Szunyogdi cs.- és helynevekben él.

XCV. *Tehén.*

Tehenhus. 1547. M. Leveles Tár. I. 44.

Teheneknec. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 24. 113. 158.
193. — 274. lapon téhén = bos, ökör szó nem jön elő, vacca
pedig *ünq.* 274. lapon. *Ünő.*

XCVI. *Teve.*

RMNEml. I. II. 255.

XCVII. *Tik.*

Gyog villa. 1291. XI. 461. — 1313. XI. 465.

Gyuk. 1377. IX. V. 214. — Gyugh. IX. VI. 203.

Vaktikkuttya. 1341. VIII. IV. 494.

Thik. 1530. M. Leveles Tár. I. 6.

Tikfi. 1547. M. Leveles Tár. I. 43. 44.

Tykus. 1295. VI. I. 383. — 1396. X. II. 389.

XCVIII. *Tinó.*

Tynód. IX. VI. 192.

XCIX. *Tulok.*

Tuluk. 1366. IX. VI. 41.

C. *Turul.*

Thurul. 1329. VIII. III. 399. — 1257. IV. II. 448.

Turul. 1274. V. II. 217.

Isten gneie — Coccinella?) Régi orvosi rendelet a M.
Akad. irattárában.

CI. *Ünő.*

ünq. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 169. 175.

folyato ünq. vacca lasciviens. wne. Keszth. Cod. 370.

CII. *Ürü.*

grg. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 105.

CIII. *Varacskos béka.*

Varachka fawius. 1381. Egerszegi ltárból Ráth.

CIV. *Varjú.*

Varjas. 1393. X. III. 134.

Varju. 1348. IX. I. 565.

Warjou. 1362. IX. III. 323.

Waryas. 1464. Tört. Tár. VI. 29.

CV. *Vércse.*

Urbanus de Wercsu. 1255. IV. II. 348.

CVI. *Vereb.*

Verebel. 1265. IV. III. 273. — 1423. X. VI. 659.

Ujbalasvereb. 1350. IX. I. 794.

Verbes in Bosnia. 1374. IX. IV. 585.

Wereb. 1265. IV. III. 293. — 1425. X. VI. 777. —
1431. X. VII. 385.

Werebel. 1359. IX. III. 112. — 1401. X. IV. 218.

Ma is helynév Magyarhonban.

CVII. *Vidra.*

Lacus Vidria. 1264. IV. III. 189.

Vydria potoka. 1366. IX. VI. 292.

CVIII. *Vizsla.*

Vizlapataka. 1314. XI. 425.

possessio Wyslaveréb. 1350. IX. VI. 282.

jó *wysslát* fyreszny wallot. M. Leveles Tár. I. 2.

CIX. *Viza.*

Husiones qui vocantur Vizahal. 1256. IV. II. 384.

Nicolaus de Vza. 1407. X. IV. 591.

CX. *Zerge.*

Nicolaus filius Zerge. 1338. VIII. IV. 350.

Zergebakova Fehér megyében. 1499. Anyosféle ltárból
Ráth.

CXI. *Zomak.* (Coluber) tótul Zmak.

Yzamook. Keszth. Codex. 369.

Zomak. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 178. Molnárnál
Zomokkigyó.

Ide tartozóknak véle m e következöket is:

Akol.

Akly. 1430. X. VII. 235.

Akol. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 199.

Ocul. 1036. I. 327.

Állat.

Allatoc. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 209.

Bárka (vivarium).

1138. II. 103. — 1414. X. VI. 54.

vivaria vulgo Barka vocata. VII. II. 234. — 1365. IX
III. 478.

Abbatia Dömös habet 4 vivaria. 1138. II. 104.

Barom.

Barmaffi. 1530. M. Leveles Tár. I. 6.

Urnak barmi es vadi. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 107.

— apro barmoc, nagy barmoc, u. o. 38. 113. 163. 165. 179.
193. 199. 223. 226. 255.

mezewnek barmai. Keszth. Cod. 7. 38. 223. 261.

Bestyék.

bestyek. Keszth. Cod. 258. 261.

bestyeek. u. o. 38.

Csorda.

teheneknec *csordayval*, iuhocnak *csordaival*. RMNEml.
Bécsi Cod. I. II. 24. 164. 199. 201. 221. 249.

barmoknak chorday. Keszth. Cod. 366.

Chorda ut. IX. III. 69.

Csüz.

mons Chus 1075. I. 431.

Folka.

Folka (falka) levelekről szól. 1543. M. Leveles Tár. I. 21.

Göböl.

Köbölkut. IX. II. 705.

Jazol.

RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 221.

Kölkek.

kölkey. RMNEml. B. Cod. I. II. 159. — kewlkek
Tört. Tár. VI. 39. 40. 41. — *kulkek* 1281, Békássy levéltár.

Lelkes (animal).

RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 269.

Marha.

Marha (morha). Tört. Tár. 1584. I. 162. (bár gyakran
jószág értelemben) az elvezett marhaat megadom. Keszth.
Cod. 372.

Nöstény.

ngsten medue. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 159.

Pásztor.

RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 169.

terra subulcorum idest pastorum pecorum. 1217. III.
I. 241.

Vad.

Wadaknak barlangya. Keszth. Cod. 366.

Vadac. RMNEml. Bécsi Cod. I. II. 110. 118. 146.

Vadakal. 1426. X. VI. 864.

Vadasa. 1255. IV. II. 349. — Also Wadas. 1430. X.
VII. 231.

Wadasz. 1414. X. VI. 492.

Wadaz. 1397. X. III. 201. — 1430. X. VII. 231.

Wadazow. 1214. III. I. 153.

pro sepiendis hortis *ferarum* (vadaskert) 1318. VIII.
II. 175.

Vadász, Vadas, Vadkert, Vadosfa sat. helynevekben
ma is él.

Wadkan. Keszth. Cod. 375.

Melius Péter Herbariumában a fünevek következő állatok neveivel származtatnak, melyeket fennebb nem találunk : Balha, Czimaz, Egér, Féreg, Esztrág, Filemile, Galizta, Gym, Kakuk, Moly, Palasz, Scorpio, Tetü.

Az általam felhozott állatainknak száma csekély ugyan, ha mai tudományunkkal, és rendszeres munkáinkkal hasonlítjuk össze : de ezen hiány napról-napra szűnik, a mint eddig lappangó okmányink napfényre jönnek.

Az állatok száma mintegy 111 ; Melius Péter munkájából ezeken kívül előfordul 11, az ezekhez tartozók 16. Ezekből le kell vonnunk a cetet, bálnát, elefántot, oroszlányt, párduczot, griffet, struczot, tevét, melyeket a magyar vagy hallásból ismerhete, vagy mint mythologia-szörnyeket említetni halla ; bár kettejét, a sárkányt és tevét, egészen el-sajátítja.

Némely fajnak egész kor- és nem-változatit bírjuk :

ártán, disznó, vadkan, malacz ;

bika, tehén, tulok, tinó, borjú, üsző, ökör ;

ló, mén, csikó ; itt még a színre nézve említettik a fejér ló, pey, feyerpey, zug ;

kos, juh, baran ;

kokas, tik, kappan, csirke ;

öszvér, szamar.

Kihalt ezen század második tizedében a *bövény* (Petényi : Pár szó az emlősökről 1844. 14. l.) ; gyérült a *hód*, *zerge*, *hiúz* ; lakhelyt változtatott a *fujd*.

A *bival* már 1193-ban, a póka 1334-ben említettik.

Csak latinul hozatik fel az *aspriolus* evet ; *ermelina alba*, hölgymenyét.

Tótul jön elő : *kochlacek*, *koncza*, *osl*, *susol*, *wul*.

Az őseink terményrajzi ismeretihez tartozó szótárt tetemesen szaporíthatnám, ha itt mind azon tájra vagy talajra vonatkozó elnevezéseket föl lehetne hozni, melyeknek nagy és igen érdekes gyűjteményét emlékeinkből összeállítottam. Álljanak itt például egyedül neveik :

A *föld* felületére vonatkoznak : *bércz*, *domb*, *gödör*, *halom*, *hegy*, *kietlen*, *kőszirtek*, *verem*, *völgy*.

Vizekre vonatkozók ezek: balato (sáros víz), csergeteg, ferteu (sáros tó), fok, folyó, fő, forrás; halászat, halastó, csege, szege, segye; hid, kewz (sziget) kut, mocsár, zorma (portus), örvény, potok; rév, rea, .re; sár, sziget, tanya, tekeres, tó, víz.

Növényzethez tartozók: berek, bokor, erdő, eresztvény, haraszt, liget, vágás.

Mezőgazdaság köréből említjük ezeket: árok, barázda, boglya, föld, gelima vagy gerima (kéve), határ németül Gemerk, kazal, lehota (plantatio), megye, mesdje, mező, nyilas, ösvény, parlag, rét, telek.

Szőlőműveléshez: gypü, mál.

Gyümölcstermeléshez: oltowan sat.

Milyen lehetett hazánk művelési szempontból, eléggé tanúsítja a legelső királyok alatt felhozott és adományaik közt főlemlített, szántóföld, hajlék, szőlő, kert, ménes, csorda, nyáj, méhkas, szekér, ekevas, művész, mesterember és szolgál, — melyekből ha idézni akarnánk, az egész okmányokat kellene ide igdatnunk.

Hol a szőlőművelés ma is virágzik, főleg a haza déli, és délnyugoti részében, számtalanszor említették a *szőlő*; a *gyümölcsösek* pedig már Árpád idejében valamint sz. István alatt jönnek gyakran elő. Így Nandurban a Tisza mellett 1036. Cod. dipl. I. 328. — 1075. a Ludáni gyümölcsös Nyitra megyében. — 1082. in B. rohen 3, in villa Grazy 8 horti cumulorum, — humulorum vagy tán *caulium*? I. 456. 457. — 1090. pannonhalmi apát gyümölcsöse a Wág földön. Ipolyi Deákmonostori basilika 12. l. — a helumbai 1234. II. II. 408. — 1251. a chicholi IV. II. 115. — 1256. zólyomi, királyi. IV. II. 394. — 1336. VIII. IV. 277. — 1417. X. V. 838. sat. sat.

Mindazonáltal úgy látszik, hogy nem termett honunkban elég gyümölcs; mert midőn Lajos király a többi kereskedelmi cikket, mely a Dunán behozatott, megadóztatá, a gyümölcsöt és a fazékokat vám alól kivette. 1366. Cod. dipl. IX. III. 526.

Bár kezdetnek igen szépnek fog tetszeni ezen eredmény, s bár mondhatom, hogy lehető szorgalommal és ügyszeret-

tel dolgoztam ezen szótár összeállításában: még sem merem vitatni, hogy épen semmi sem kerülé el figyelmemet, vagy hogy mindenben a leghelyesebb ítéletet hoztam; de ott, hol útmutató nélkül indulunk egészen töretlen téren, remélni lehet, hogy a kevésbbé tökéletes eredmény is kegyes elnézéssel fogadtatik.

Nem tudom mily következtetéseket fognak nálamnál elmésebb, szorgalmasb kutatók ezen mutatóványból kihozni; meg kell azonban vallanom, hogy itt a buvárlásra elég az anyag, és remélem, hogy ebbeli fáradalmam irodalmunk téren minden nyom nélkül le nem tűnendik. Adja a jó ég, miszerint ezen csekély kezdeményezés más szaktudóst is buzdítson hasonló vállalatra, hogy így közös erővel hazánk ezen bizonyosan érdekes szakát, a *középkort*, földirati és terményrajzi tekintetből részletes, de lehetőségig kimerítő, munkával földerithessük.

Jegyzetek.

290. l. ¹⁾ jegyzetéhez :

A *váli* völgyről (Fehér megyében) azt tartja az egész vidék, hogy ezen át folyt volna a nagy Duna, vagy ennek legalább egyik nagybágya; de sem a völgybe való befolyása, vagy visszafolyása biztossággal meghatározva nem lévén, alyzata pedig az áradatnak jellegét nem, viselvén — további tüzetesb kutatásokig e véleményt függőben hagyjuk.

291. l. ²⁾ jegyzetéhez :

Bél Mátyás — az esztergami káptalan könyvtárában őrzött — kiadatlan Szala megyéjében említi a 64. lapon, hogy az *Üreskö* mai *Remetelakok* alatt maga idejében még egy forrás is volt, mi annál valószínűbb, mert hajdan valamint a zárdák, úgy az egyes remeték is többnyire források mellett telepedtek. Jelenleg az egész félszigeten nincsen a forrásnak semmi nyoma. Tihany lakosai nagy bajjal hozzák fel fejük tetején, sajtárokkal a Balaton vizét, a legmeredekebb sziklai uton, — vagy az urasági majorban létező kutnak nem legjobb vizét iszszák; az apátság pedig egy pár szamarat tart, s ivóvizét az Asszófői határban létező üde forrásból hozatja.

Bresztyenszky Albert, utolsó tihanyi apát emberséges terve, hogy a Balaton vize gép által a hegyre felhajtván, a városka piacán tág medenczében gyűjtessék, mi leginkább tűzveszély alkalmával, igen üdvös lett volna, az előljáróság azon egykedvűségén hiusult meg, hogy már századok óta hozzák fel sajtárokban a vizet, — s ha csak a medenczéből kellene meríteniök italukat, leányaiknak nem is lenne igen mivel foglalkozniok!

292. l. ³) jegyzetéhez :

Tavaltól kezdve a győriek e mulató helyet *Széchenyi*-ligetnek keresztelték, és új, izletes ültetvények által e nagy névre érdemesítették.

296. l. ⁴) jegyzetéhez :

A csicseri — Checher — család számára 1333-ik évben kiadott egyik okmányában, melyet Szelényi úr szivességéből másolhattam, kétszer jó elő a *magna via currea*, mely az utak többi elnevezései mellett, mint, *hodu utu rea* — hód utu rév, — *Vasarak uta rea*, — *Arkusuth, Simaruth*, sat. annyira feltűnt, hogy a följegyzésre méltónak találtam.

TARTALOM.

ELSŐ FÜZET.

- MENNYISÉGTANI ELVEK. — Dr. Lutter Nándor l. tagtól.
A JUH JACOBSON-SZERVE. — Balogh Kálmán l. tagtól.
HALANDÓSÁGI TÁBLÁZATOK. — Weninger Vincze l. tagtól.
A HÁROMSZÖG HATÁROZATLAN TERÜLETÉRŐL ÉS A KÜLPONTI SZEGLETEK KÖZÉPPONTRA VITELÉRŐL. — Győry Sándor r. tagtól.

MÁSODIK FÜZET.

- CARDAN SZABÁLYÁRÓL S AZ EGYENLETEK ÁTALÁNOS FELOLDÁSÁRÓL. — Győry Sándor r. tagtól.
A NÖVÉNYEK TÁPLÁLKOZÁSÁRÓL gazdasági szempontból. — Benkő Dániel l. tagtól.

HARMADIK FÜZET.

- A FÉMBAROMETEREKRŐL. — Sztoczek József r. tagtól.
A DÍJ-TARTALÉK MEGHATÁROZÁSÁRÓL. — Weninger Vincze l. tagtól.
A VEGYTAN IRÁNYELVEIRŐL. — Thann Károly l. tagtól.

NEGYEDIK FÜZET.

- MAGYARORSZÁG TERMÉNYI ÁLLAPOTÁRÓL a középkorban.
— Rómer Flóris l. tagtól.



1922/23 - 436.